

# Estimación de la eficiencia mediante análisis envolvente de datos - DEA-

VÍCTOR MANUEL QUESADA IBARGÜEN<sup>1</sup>  
Programa Administración Industrial,  
Facultad Ciencias Económicas  
Universidad de Cartagena

**Resumen:** Este trabajo contempla los aspectos teóricos fundamentales del Análisis Envolvente de Datos (DEA) y una aplicación para la estimación de la eficiencia relativa de doce puertos hipotéticos en cuanto a su nombre pero con datos reales observados en puertos europeos y sudamericanos. Se destaca la importancia del DEA en la evaluación de la eficiencia de DMUs con múltiples inputs y output.

**Palabras clave:** DEA, Puertos, Referenciación.

## 1. INTRODUCCIÓN

De acuerdo con la teoría económica el comportamiento optimizador es inherente a la actividad empresarial, al menos como supuesto simplificador para explicar situaciones más complejas y de hecho, se supone que todas las empresas maximizan su beneficio. Sin embargo, en la práctica parece aceptado que la ineficiencia empresarial existe pues aunque todas las empresas persigan la

---

<sup>1</sup> Ing. Industrial, MSC Economía, Doctorando Ing. de Organización



maximización del beneficio, no todas lo consiguen, lo que da lugar a la ineficiencia.

La maximización del beneficio exige que la empresa tome correctamente las tres decisiones siguientes [ALVAREZ, 2001]:

- a.- De entre todos los niveles de producción posibles, debe elegir el output que maximice el beneficio, lo que sucede cuando la empresa produce en una cantidad tal que el ingreso marginal es igual al coste marginal (*Eficiencia de Escala*)
- b.- De entre todas las combinaciones de inputs que sirven para producir el nivel de output anterior, debe elegir aquella combinación de inputs que minimiza el coste de producción; lo cual se puede realizar tomando cantidades variables de cada factor hasta el punto en que el producto marginal de cada factor se iguale a su precio (*Eficiencia asignativa*).
- c.- La empresa debe producir el output elegido con la cantidad mínima de inputs posible, es decir, no debe malgastar recursos. Esto se da cuando la empresa está trabajando en su función de producción (*Eficiencia técnica*).

La estimación de la eficiencia de las unidades productivas es necesaria si se piensa en un proceso de mejoramiento continuo con miras al aumento de la competitividad; el Análisis Envoltante de Datos (DEA), es una formidable herramienta para tales propósitos.

Este trabajo está organizado de la siguiente forma: La sección dos se refiere a los fundamentos del DEA y los modelos básicos; en la tres se realiza una aplicación del DEA a la evaluación de la eficiencia de doce puertos marítimos cuyos nombres son ficticios pero las variables corresponden a datos reales y, finalmente, en la cuatro se plasman una breves conclusiones.

## 2. DEA Y EFICIENCIA

Otro concepto muy ligado al desempeño empresarial es la productividad, la cual con frecuencia se toma como sinónimo de eficiencia. Cuando se habla de



productividad, normalmente se hace referencia a la productividad media de un factor, es decir, al número de unidades de output logradas por cada unidad empleada del factor en referencia. La productividad así medida puede llevar a confusiones si se la toma como equivalente a eficiencia ya que dos empresas pueden tener igual output pero usar combinaciones distintas de inputs, luego la eficiencia de cada una sería mayor o menor dependiendo del factor respecto al cual se mida la productividad.

La expresión matemática de la productividad, acuñada por Farrel (1957), se resume como:

$$\text{productividad} = \frac{\text{producción creada}}{\text{recurso consumido}} = \frac{\text{outputs}}{\text{inputs}}$$

Cuando en la producción se cuenta con un sólo input y un único output, no hay inconveniente en la determinación de la productividad con la fórmula simple de Farrel, pero lo común es encontrar firmas que utilizan varios inputs y generan varios outputs; en estos casos es necesario utilizar medidas ponderadas de productividad:

$$\text{productividad} = \frac{\text{suma ponderada de outputs}}{\text{suma ponderada de inputs}}$$

De forma que si designamos por  $x_{ij}$  la cantidad de recurso "i" utilizado por la empresa "j", y como  $y_{kj}$  el producto de tipo "k" que produce la misma, se obtiene para la productividad, la siguiente expresión:

$$\text{productividad} = \frac{\sum_{k=1}^s u_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m v_{ij} x_{ij}} = \frac{\text{salida virtual}}{\text{entrada virtual}} \quad (1)$$



Donde  $v_{ij}$  y  $u_{kj}$  son, respectivamente, los pesos correspondientes a cada entrada y cada salida;  $m$  el número total de entradas consideradas y  $s$  el número de salidas de la empresa, (en adelante, DMU o Decision Making Unit)<sup>2</sup>.

Sin embargo, el cálculo de la productividad para una DMU aislada, es poco ilustrativo (un valor aislado de productividad no es autónomo para explicar si es bueno o malo), a no ser que se haga referencia a otras DMUs respecto al aprovechamiento que se hace de los recursos empleados en la producción de los outputs; por lo que es necesario expresarla como eficiencia relativa. La eficiencia relativa de cualquier DMU siempre será menor o igual que la unidad. Aquella que tenga eficiencia igual a uno (1) se le denomina eficiente; en caso contrario se le denomina ineficiente ya que existe alguna DMU con mayor eficiencia que aquella. La expresión matemática para la eficiencia relativa es:

$$Eficiencia_j = \frac{\sum_{k=1}^s u_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m v_{ij} x_{ij}} \Bigg/ \frac{\sum_{k=1}^s u_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m v_{ij} x_{ij}} \quad (2)$$

en la que el denominador corresponde a la eficiencia de la DMU tomada como referente. Es de anotar que existe infinito número de pesos que dan la misma eficiencia; con  $\alpha$  y  $\beta$  números reales cualesquiera, con cualquier combinación  $(\alpha u_{ij}, \beta v_{kj})$  se obtiene la misma eficiencia. Para reducir la cantidad de pesos asignables se establece que la productividad de la unidad de referencia es igual a uno, con lo que la eficiencia relativa de la unidad  $j$  queda definida como:

<sup>2</sup> **Unidad Tomadora de Decisiones (Decisión Making Unit –DMU-)**. Es el término con que se designa a la unidad productiva, asumiendo que ésta es capaz de decidir la conveniencia de modificar ya la cantidad de recursos a utilizar, ya la cantidad de cada resultado o producto.

$$\text{Eficiencia de unidad } j = \frac{u_1 y_{1j} + u_2 y_{2j} + \dots}{v_1 x_{1j} + v_2 x_{2j} + \dots} \quad (3)$$

Donde  $v_1$  = el pesos asignado al input 1  
 $x_{1j}$  = monto del input 1 usado por la unidad j  
 $u_1$  = peso asignado al output 1  
 $y_{1j}$  = monto del output 1 producido por la unidad j

## 2.1. MODELOS DEA

El análisis por envoltura de datos (DEA)<sup>3</sup> es una técnica de programación matemática introducida inicialmente por Charnes, Cooper y Rhodes (1978), que permite calcular el índice de eficiencia técnica relativa, resolviendo un programa matemático de optimización. El DEA propone resolver un programa lineal para cada DMU observada.

En contraste con los enfoques paramétricos como el análisis de regresión que ajusta los datos a través de un plano de regresión, DEA optimiza cada observación individual con el propósito de construir un conjunto frontera determinado por las DMUs Pareto-eficientes (aquellas en una posición tal que les es imposible mejorar su output sin deteriorar la cantidad de input utilizado o viceversa), es decir, en oposición a los enfoques estadísticos basados en promedios de los parámetros, el DEA se centra en las observaciones individuales.

El DEA pertenece a los llamados métodos de frontera, en los cuales se evalúa la producción respecto a las funciones de producción, entendiéndose por tal la relación técnica que transforma los factores en producto; es decir, el máximo nivel de output alcanzable con una cierta combinación de inputs, o bien, el mínimo nivel de inputs necesarios para la producción de un cierto nivel de outputs. En modelos no paramétricos como el DEA, el análisis de eficiencia no

<sup>3</sup> A lo largo del artículo se hará referencia a Análisis por Envoltura de Datos o Análisis Envoltente de Datos, indistintamente.



requiere hipótesis alguna sobre la frontera de producción, definiéndose la eficiencia de una unidad productiva con respecto a las unidades *observadas* con mejor comportamiento; el análisis se centra en la identificación del *mejor comportamiento en lugar del comportamiento medio*, como se trata desde un enfoque estadístico v.g., análisis de regresión.

Muchas aplicaciones de DEA han sido desarrolladas en la evaluación de eficiencia de organizaciones tales como hospitales (BANKER et al., 1986); Escuelas (LEWIN et al., 1982); Oficinas de correo (PINA y TORRES, 2001); Aeropuertos (GUILLÉN, 1997); ferrocarriles (CANTOS et al., 1999); puertos marítimos (TONGZON, 2000). El nivel de aplicación de esta técnica a la evaluación de la eficiencia de distintos tipos de DMU puede apreciarse en el trabajo de TAVARES [2002]; en éste se muestran 3203 publicaciones relacionadas con DEA (tabla 1); las universidades que han tenido relevancia en cuanto a publicaciones se observan en la tabla 2.

**Tabla 1. Publicaciones DEA 1978 - 2001**

<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <b>Consists of 3,203 publications:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 1,259 journal papers:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>⇒ Total of almost 18,000 pages;</li> <li>⇒ Average number of pages per paper is 14.1 (st. dev. is 9.4 pages);</li> </ul> </li> <li>✓ 115 research papers;</li> <li>✓ 1,469 event papers;</li> <li>✓ 50 books;</li> <li>✓ 171 dissertations;</li> </ul> </li> <li>❖ <b>Written by 2,152 distinct authors:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Average number of authors per publication is 2.0 (st. dev. is 1.0 authors);</li> <li>✓ Known contact information ranges around:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>⇒ 49 countries;</li> <li>⇒ 295 cities;</li> <li>⇒ 305 institutions (213 universities, 73 departments, etc);</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>❖ <b>Characterized by 1,242 distinct keywords:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Average number of keywords per publication is 3.8 (st. dev. is 1.3 keywords).</li> </ul> </li> </ul>
--

Fuente: Tavares Gabriel, A bibliography of Data Envelopment Analysis



El concepto de DEA se desarrolla alrededor de la idea básica de que la eficiencia de una DMU se determina por su habilidad para transformar los inputs en unos outputs deseados. La eficiencia se evalúa en relación con otras DMUs, por lo tanto no es posible establecer si las DMUs evaluadas están optimizando el uso de sus recursos aplicados en la producción de sus outputs.

**Tabla 2. Publicaciones DEA por Universidades y Países**

<i>Universities</i>	<i>Country</i>	<i>Publications</i>
University of Texas, Austin	USA	251
Warwick University	United Kingdom	247
University of Massachussets	USA	165
University of Michigan, Ann Arbor	USA	91
The University of Texas at Dallas	USA	88
Oregon State University	USA	81
University of Georgia	USA	76
Rice University	USA	72
University of Toronto	Canada	66
Carnegie-Mellon University	USA	65
University of Minnesota	USA	63
York University	Canada	61
Science University of Tokyo	Japan	56
Université Catholique de Louvain	Belgium	55
Université Catholique de Lille	France	54
University of California, Santa Barbara	USA	51
Odense Universitet	Denmark	50
University of Gothenburg	Sweden	44
University of Strathclyde	Scotland/UK	43
Universidad Miguel Hernandez	Spain	43
Virginia Commonwealth University	USA	43
Ohio State University	USA	41
Adelphi University	USA	40
George Mason University	USA	39
University of Pennsylvania	USA	38
University of Arkansas	USA	36
Erasmus University Rotterdam	Netherlands	34
University of York	United Kingdom	34
The Royal Veterinary and Agricultural University	Denmark	33
Ben-Gurion University of the Negev	Israel	33
University of Houston	USA	33
University of Oslo	Norway	31
Universidade Técnica de Lisboa	Portugal	30
Cornell University	USA	29
Universitat Autònoma de Barcelona	Spain	28
University of New England	Australia	28
University of Mississippi	USA	25
Universidad de Alicante	Spain	25
Saitama University	Japan	25
Southern Methodist University	USA	25

Fuente: Tavares Gabriel, A bibliography of Data Envelopment Analysis



El modelo se formaliza asumiendo que hay  $n$  DMUs a ser evaluadas, cada una de las cuales consumen  $m$  inputs diferentes para producir  $s$  outputs diferentes. La DMU <sub>$j$</sub>  utiliza un monto de  $X_j = x_{ij}$  inputs ( $i = 1, \dots, m$ ) y produce un monto de  $Y_j = y_{kj}$  productos ( $k = 1, \dots, s$ ). La matriz  $s \times n$  de medida del producto es designada por  $Y$ , y la  $m \times n$  de medida de los inputs se designa por  $X$ . Se asume además que  $x_{ij} \geq 0$ ,  $y_{kj} \geq 0$ .

<p><b>Matriz de inputs</b></p> $X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & & x_{mn} \end{pmatrix}$	<p><b>Matriz de outputs</b></p> $Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{s1} & y_{s2} & & y_{sn} \end{pmatrix}$
---	--

### 2.1.1 MODELO CCR - INPUT <sup>4</sup>

Al considerar la evaluación de eficiencia de una DMU cualquiera, la que se identificará como DMU<sub>0</sub>, se construye el siguiente modelo a ser optimizado:

$$MAX \frac{\sum_{k=1}^s u_{k0} y_{k0}}{\sum_{i=1}^m v_{i0} x_{i0}} \quad (4)$$

s.a :

$$\frac{\sum_{k=1}^s u_{kj} y_{kj}}{\sum_{i=1}^m v_{ij} x_{ij}} \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^m v_{ij} x_{ij}$$

$$u_{kj} \geq \epsilon$$

$$v_{ij} \geq \epsilon$$

<sup>4</sup> CCR, por Charnes, Cooper y Rhodes, autores del modelo, Input, por la orientación en la búsqueda de la eficiencia.





La primera restricción del modelo (4), conocido como forma ratio, indica que la razón output virtual a input virtual no puede exceder la unidad para cada DMU, lo que está de acuerdo con el precepto económico de que los outputs generados no pueden ser mayores que el total de recursos que entran al proceso. Al linealizar dicho modelo, maximizando el numerador mientras el denominador se deja constante, se obtiene la siguiente estructura:

$$MAX \ h_0 = \sum_{k=1}^s u_{k0} y_{k0} \quad (5)$$

s.a :

$$\sum_{k=1}^s u_{kj} y_{kj} - \sum_{i=1}^m v_{ij} x_{ij} \leq 0$$

$$\sum_{i=1}^m v_{i0} x_{i0} = 1$$

$$v_{kj} \geq \varepsilon > 0$$

$$u_{ij} \geq \varepsilon > 0$$

El modelo (5) se conoce como *forma multiplicativa*; la optimización produce un conjunto de valores positivos o nulos  $u^*$   $v^*$  que generan el  $h_0^* = 1$ , sólo si la DMU evaluada es eficiente.

Sin embargo es más frecuente utilizar las variables del dual de (5), conocida como la *forma envolvente*, para analizar los resultados; el dual del modelo es:

$$MIN \ \theta_0 - \varepsilon \left[ \sum h_k^+ + \sum h_i^- \right] \quad (6)$$

s.a :

$$\sum x_{ij} \lambda_j = \theta_0 x_0 - h_i^-$$

$$\sum y_{kj} \lambda_j = y_0 + h_k^+$$

$$\lambda_j, h_i^-, h_k^+ \geq 0$$

$$\theta_0 \text{ irrestricta}$$



En este caso, las soluciones del modelo son:  $\theta_0, \lambda_j, h_i^-, h_k^+$ . La variable  $h_k^+$  corresponde a los valores obtenidos para las holguras de los outputs y  $h_i^-$  representa las holguras de los inputs. Si la DMU alcanza un valor  $\theta_0 = 1$  y sus holguras son ceros, la unidad es eficiente.

De la teoría de la programación lineal se conoce que los valores de las variables del dual son idénticas a los precios sombra obtenidos en la solución del primal. Las  $\lambda_j$  del modelo (6) son entonces esos precios sombra relacionados con las restricciones que limitan la eficiencia de cada DMU a no ser mayor que 1. También se sabe que cuando una restricción es estrictamente obligatoria, su precio sombra es positivo y en caso contrario, cero. En la solución de la forma multiplicativa, una restricción obligatoria implica que la DMU correspondiente tiene eficiencia igual a 1 y tendrá precios sombra positivos. Por tanto, un precio sombra positivo en la forma multiplicativa (primal) o valores positivos  $\lambda_j$  en la forma envolvente (dual), identifican el *peer group* para la unidad ineficiente.

### 2.1.2 MODELO CCR - OUTPUT

La otra dirección que se considera es la orientada a los outputs; aplicada al CCR produce el modelo CCR-output.

El modelo CCR-output se obtiene a partir del modelo ratio (4), tomando como constante el numerador de la función objetivo (como en el caso del CCR-input, se le asignará valor 1) y maximizando la función así obtenida, lo que luego de varias transformaciones conduce a la siguiente forma dual:

$$\begin{aligned}
 \text{Max} \quad & \gamma_0 + \varepsilon \left[ \sum_{k=1}^s h_k^+ + \sum_{i=1}^m h_i^- \right] \\
 \text{Sa.} \quad & y_{k0} \gamma_0 = \sum y_{kj} \lambda_j - h_k^+ \\
 & \sum x_{ij} \lambda_j = x_{i0} - h_i^- \\
 & \lambda_j, h_i^-, h_k^+ \geq 0; \gamma_0 \text{ irrestricta}
 \end{aligned} \tag{7}$$



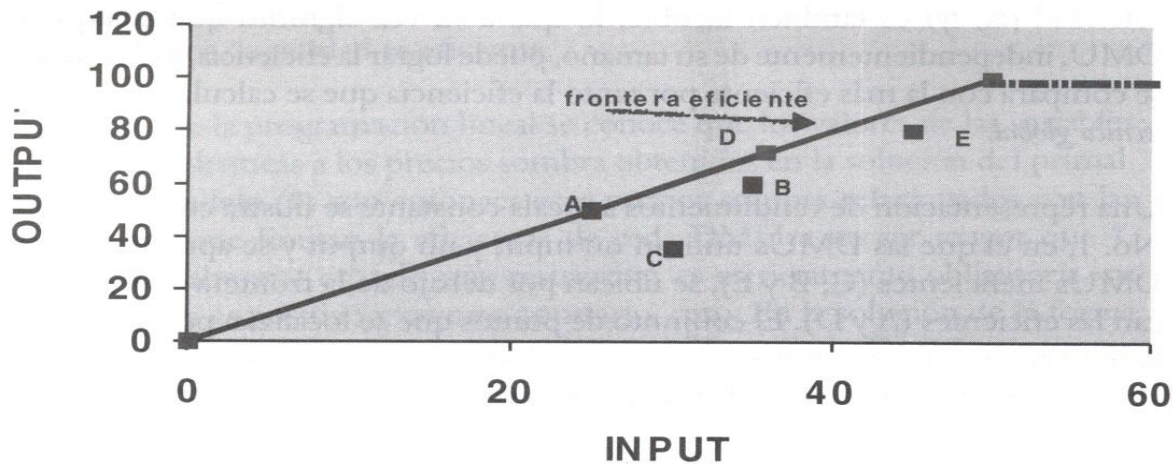
En los modelos CCR se asume rendimientos a escala constante, lo que implica que si una actividad  $(x, y)$  es factible entonces, para todo escalar positivo  $t$ , la actividad  $(tx, ty)$  es también factible, lo que a su vez significa que cualquier DMU, independientemente de su tamaño, puede lograr la eficiencia, cada DMU se compara con la más eficiente por tanto la eficiencia que se calcula es *eficiencia técnica global*.

Una representación de rendimientos a escala constante se ilustra con el gráfico No. 1, en el que las DMUs utilizan un input y un output y se aprecia que las DMUs ineficientes (C, B y E), se ubican por debajo de la frontera que demarcan las eficientes (A y D). El conjunto de puntos que se localizan por debajo de la línea de frontera y dentro del espacio delimitado por la tecnología constituyen el Conjunto de Posibilidades de Producción (CPP).

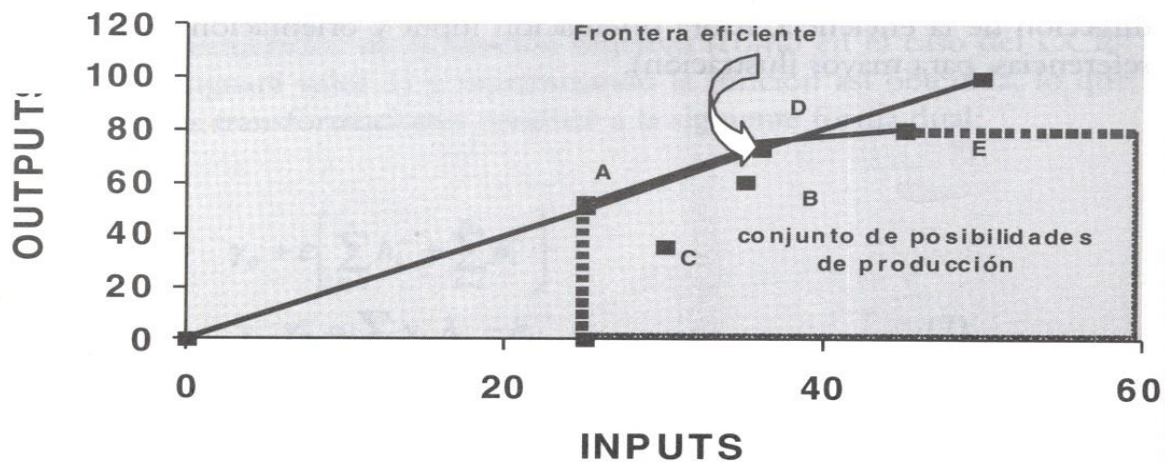
Cuando no es procedente asumir una tecnología con retornos a escala constante, por la naturaleza misma del problema o porque se tenga dudas respecto a cuál tecnología asumir como supuesto, es recomendable trabajar con retornos a escala variable (VRS) o BCC, por BANKER G. CHARNES y COOPER, los autores del modelo. Este modelo se logra introduciendo en los modelos CCR la restricción adicional  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ , lo que obliga a que la proyección (búsqueda de la frontera eficiente) de la unidad se realice sobre el hiperplano formado por las DMUs eficientes de tamaño parecido a la evaluada. En general, se presentan más DMUs eficientes que en el CCR; también en este caso, en cuanto a la dirección de la eficiencia, habrá orientación input y orientación output (ver referencias, para mayor ilustración).



**Gráfico 1**  
**Eficiencia con Retornos a escala constante**



**Gráfico 2**  
**Eficiencia con Retornos a Escala Variable**



Obsérvese que la DMU E, que bajo retornos constantes a escala aparecía como ineficiente, bajo este nuevo enfoque resulta eficiente; como antes se anotara, en el modelo VRS el número de DMUs eficientes suele incrementarse en relación con el CRS. Como es obvio, las DMUs que antes eran eficientes lo siguen siendo de modo que las fronteras eficientes de los dos modelos coinciden en el segmento que une a A y D, quedando la nueva frontera determinada por las DMUs A, D y E.

### 3. APLICACIÓN DEA A LA ESTIMACIÓN DE LA EFICIENCIA DE PUERTOS

En esta sección se utiliza la técnica DEA a la estimación de la eficiencia de doce puertos hipotéticos con significativa actividad portuaria, representada en su tráfico general, recaladas a puerto y movimiento de TEUs (Twenty foot Equivalent Units).

#### 3.1 MEDIDA DEL DESEMPEÑO DE LOS PUERTOS

La medida del desempeño es una necesidad para todo tipo de organizaciones pues sólo a través de ésta se puede emprender acciones sobre los procesos, tendientes al aseguramiento de aquellos con desempeño satisfactorio y de mejoramiento para los que muestren deficiencias. Por eso los puertos aplican una variedad de medidas para el examen de su desempeño.

Los puertos son, esencialmente, proveedores de servicios, en particular a los buques, la carga y el transporte interior. Por tanto el rendimiento portuario será diferente según que el servicio se preste al buque, a la carga o a los vehículos de transporte interior [UNCTAD, 1988]. Luego el desempeño de los puertos, normalmente no se puede evaluar mediante un solo indicador global.

Son muchos los indicadores de desempeño de puertos que se utilizan; pero a pesar de la importancia de tales mediciones, sorprende encontrar que no existe una estandarización de métodos para su obtención, que sea aplicable a todos los puertos [WAN, 2002].

En concepto de Choo Chung (1993), el desempeño operativo de un puerto generalmente es medido en términos de la velocidad con la que un buque es



despachado, la tasa a la cual es manejada la carga y la duración de la mercancía en puerto, ya sea tiempo previo a su embarque o posterior a su desembarque o descargue. Sin embargo, a las administraciones les gustaría también conocer cuánto, en intenso y en extenso, es el uso que se da a los activos así como el comportamiento financiero asociado a las operaciones.

Los indicadores de desempeño portuario de más amplio reconocimiento son [CHOO CHUNG, Op. Cit.]:

- Tiempo total de rotación del buque. Relacionado con la estadía del buque en puerto.
- Tonelaje manejado por día o por hora.
- Tiempo medio del buque en puerto.
- Toneladas manejadas por grúa (gancho) por hora.
- TEUs por grúa/hora.
- Toneladas por hora hombre.
- Tiempo de permanencia del cargamento en puerto.
- Toneladas manejadas por muelle.
- Toneladas manejadas por metro lineal de muelle.
- Tasa de utilización de los muelles.

También se suele manejar indicadores financieros relacionados con los ingresos o gastos por tonelada bruta (GRT) o tonelada neta (NRT) de carga registrada y excedentes de operación por tonelada de carga manejada así como la tasa de rentabilidad por ventas.

Como puede establecerse de lo expuesto, la evaluación tradicional del desempeño de los puertos, como en cualquiera otra organización, está basada en medidas parciales de productividad. Es aquí donde se pone de manifiesto la importancia del DEA debido a que su aplicación provee una medida global de eficiencia involucrando todos los inputs que se consideran relevantes para la obtención de los outputs, además de indicar el conjunto de unidades producti-



vas a utilizar como referentes para un proceso de benchmarking para las unidades ineficientes.

### 3.2 LOS INPUTS Y LOS OUTPUTS DE LOS PUERTOS

En la selección de los inputs y outputs para la aplicación del DEA se debe considerar la relevancia de unos y otros en la actividad de las DMUs a evaluar. La literatura DEA aplicada a puertos muestra cierta variedad en las entradas y salidas consideradas, lo cual obedece, en gran medida, a la disponibilidad de la información requerida.

La tabla 3, muestra una relación de autores y las entradas/salidas utilizadas en los estudios DEA realizados.

En este trabajo se utilizan tres inputs a saber: Área del terminal, longitud total de muelles y número de grúas. Los outputs utilizados son: Tráfico total en toneladas, TEUs manejados y arribos o recaladas.

Los inputs y outputs deben reflejar los factores propios de cualquier proceso productivo, esto es, tierra, capital, trabajo y gestión. Este último es de difícil cuantificación (y rara vez se involucra en los análisis productivos); los otros tres, en su orden, se suelen representar por el área del terminal, número de muelles, grúas y remolcadores y número de estibadores (se ha utilizado el número de autoridades portuarias como variable Proxy) [TONGZON, 2001].



Tabla3 Aplicación DEA a Puertos y Aeropuertos

Referencia	Tipo	Inputs	Outputs
Roll and Hayuth. 1993	Puerto	Fuerza laboral Capital Uniformidad de la carga	Carga manejada Nivel de servicio Satisfacción usuario Recaladas
Martínez-Budría et al. 1999	Puerto	Gastos laborales Cargo depreciación Otros gastos	Total carga movilizada Ing. Por renta instalaciones del puerto
Tongzon. 2001	Puerto	No. De grúas No. De muelles No. Remolcadores Área del terminal Tiempo de retraso Fuerza laboral	Carga movilizada Tasa de trabajo por buque.
Valentine and Gray. 2001	Puerto	Long. Total muelles. Long. Muelles conten.	Throughput en tonn. No. Contenedores
De La Cruz. 1999	Aeropuerto	Ingreso por infraestructura de servicios. Réditos operativos. Rédito final.	Número anual de pasajeros.
Parker. 2000	Aeropuerto	Costes operacionales No. Empleados Salidas abordaje Pistas	Rédito operacional No. Pasajeros Movimiento aviones Carga
Adler and Berechman. 2001 <sup>a</sup> Adler and Golany. 2001 Adler and Berechman. 2001 <sup>b</sup>	Aeropuerto	Gastos de aterrizaje Tiempo mínimo conexión No. Pistas Terminales de pasajeros Distancia centro ciudad	Promedio de puntos obtenidos en todos los cuestionarios de satisfacción aplicados.

Fuente: WANG, Teng – Fei, Op. Cit.





### 3.3 RESULTADOS EMPÍRICOS

Para aplicar los conceptos expuestos a la estimación de la eficiencia de los puertos, se han tomado 12 puertos hipotéticos aunque con valores reales de las variables, observados en investigación realizada por el autor <sup>5</sup>. A continuación se presentan los resultados obtenidos, bajo tres escenarios: Retornos a escala constante con orientación de entrada, retornos a escala constante con orientación de salida y retornos a escala variable con orientación de salida.

Se aprecia en la tabla 4 que bajo el primer escenario anunciado, siete de los doce puertos se ubican en la frontera eficiente (100%), en tanto que el resto se identifica como ineficiente, destacándose por su bajo nivel Puerto Porro. La cuarta columna de la tabla indica qué puertos de entre los eficientes, sirve de referente a los no eficientes. Así por ejemplo, Ávila tiene como referentes a Salsa y Uribe, el valor entre paréntesis corresponde al  $\lambda$  que, como antes se anotara, está relacionado con los precios sombra.

Tabla 4. CCR-INPUT EFICIENCIA Y REFERENCIACIÓN

	DMU	Score	Benchmarks
1	ALAMOS	100,00%	0
2	AVILA	37,79%	10 (2,10233986) 12 (0,70758007)
3	BETANCUR	100,00%	0
4	CUMBIA	46,57%	7 (0,04766207) 12 (0,90838520)
5	ESTRELLA	35,47%	7 (0,01551931) 12 (1,92554564)
6	LOPEZ	41,82%	11 (1,80313285) 12 (1,49715866)
7	MORO	100,00%	2
8	OSPINA	100,00%	0
9	PORRO	31,86%	10 (6,24499991)
10	SALSA	100,00%	2
11	SAMPER	100,00%	1
12	URIBE	100,00%	4

Los resultados de la tabla 5 (segundo escenario) son equivalentes a los de la tabla 4; el valor de eficiencia del CCR-OUTPUT es el recíproco del logrado en el CCR-INPUT; por tanto aunque el 100% sigue indicando que la DMU se

<sup>5</sup> Quesada (2003)



encuentra en la frontera eficiente, la ineficiencia se manifiesta con valores por encima del 100%.

Tabla 5. CCR-OUTPUT EFICIENCIA Y REFERENCIACIÓN

	DMU	Score	Benchmarks	
1	ALAMOS	100,00%		0
2	AVILA	264,64%	10 (5,56371594) 12 (1,87256808)	
3	BETANCUR	100,00%		0
4	CUMBIA	214,71%	7 (0,10233644) 12 (1,95041733)	
5	ESTRELLA	281,95%	7 (0,04375717) 12 (5,42913512)	
6	LOPEZ	239,11%	11 (4,31149908) 12 (3,57987950)	
7	MORO	100,00%		2
8	OSPINA	100,00%		0
9	PORRO	313,85%	10 (19,59996998)	
10	SALSA	100,00%		2
11	SAMPER	100,00%		1
12	URIBE	100,00%		4

Tabla 6. BCC-OUTPUT EFICIENCIA Y REFERENCIACIÓN

	DMU	Score	Benchmarks	
1	ALAMOS	100,00%		0
2	AVILA	137,79%	3 (0,10762711) 8 (0,17653881) 12 (0,71583408)	
3	BETANCUR	100,00%		2
4	CUMBIA	195,91%	7 (0,06406823) 8 (0,13380710) 12 (0,80212465)	
5	ESTRELLA	216,37%	8 (0,46982238) 12 (0,53017758)	
6	LOPEZ	162,63%	8 (0,28608381) 12 (0,71391608)	
7	MORO	100,00%		1
8	OSPINA	100,00%		5
9	PORRO	138,72%	3 (0,70605161) 8 (0,29394839)	
10	SALSA	100,00%		0
11	SAMPER	100,00%		0
12	URIBE	100,00%		4

En el escenario BCC-OUTPUT, los puertos ineficientes siguen siendo los mismos, lo que permite corroborar la calidad de ineficientes de éstos puesto que este enfoque, normalmente permite el ingreso a la frontera eficiente de algunas DMUs declaradas ineficientes bajo CCR. Sin embargo, puede verse que en BCC, las unidades referidas mejoran bastante su nivel de eficiencia; nótese cómo Puerto Porro que estaba en 31,86% de eficiencia en CCR, llega a 72,08 en BCC.



Las mejoras potenciales requeridas para que una unidad ineficiente hubiera llegado a la eficiencia, se muestran en las tablas 7 a 9. A título de ilustración y en consideración a la limitación de espacio, se calcula unos pocos de estos valores.

Por ejemplo, el puerto Ávila en CCR-INPUT (tabla 7): Muestra que debe reducir el 62,21% de sus grúas, el 65,10% de metros lineales de muelle y el 62,21 del área del terminal; asimismo, debe incrementar en 70,29% el movimiento de TEUs y en 2.3% el tráfico de mercancías. Ya se ha establecido que los referentes de Ávila son SALSA y URIBE (puertos 10 y 12, respectivamente). Los cálculos entonces, son los siguientes:

Terarea de Ávila (en función de sus referentes) =  $\lambda_{10} * areaSalsa + \lambda_{12} * areaUribe$   
Terarea de Ávila =  $2,10233986 * 100.000 + 0,70758007 * 365.800 = 469.066.78$ ;  
pero Ávila posee un terminal con área de 1.241.357 m<sup>2</sup>, lo que le produce una excedencia de 772.290 m<sup>2</sup> equivalente al 62.21% que es su meta de mejoramiento por este concepto. En idéntica forma se llega a los otros valores.



Tabla 7. Mejoramiento potencial CCR-INPUT

DMU	INPUT/OUTPUT	ACTUAL	TARGET	POTENTIAL IMPROVEMENT
ALAMOS	Inputs	20	20	0
	LTMUELLE(I)	7978	7978	0
	TERAREA(I)	1059500	1059500	0
	Outputs	1282	1282	0
	ARRIBOS(O)	442	442	0
AVILA	Inputs	12121982	12121982	0
	LTMUELLE(I)	13	4,91	-62,21
	TERAREA(I)	4989	1741,37	-65,1
	Outputs	1241357	469066,78	-62,21
	ARRIBOS(O)	1407	1407	0
BETANCUR	Inputs	2998078	3067143,12	70,29
	LTMUELLE(I)	19	19	0
	TERAREA(I)	5747	5747	0
	Outputs	624583	624583	0
	ARRIBOS(O)	2260	2260	0
CUMBIA	Inputs	8868771	8868771	0
	LTMUELLE(I)	26	3,53	-86,42
	TERAREA(I)	3293	1533,68	-53,43
	Outputs	1357335	464124,37	-65,81
	ARRIBOS(O)	839	839	0
ESTRELLA	Inputs	3514288	3514288	0
	LTMUELLE(I)	28	2,78	-90,07
	TERAREA(I)	6573	2331,24	-64,53
	Outputs	2630266	747292,23	-71,59
	ARRIBOS(O)	1577	1577	0
LOPEZ	Inputs	5275796	5275796	0
	LTMUELLE(I)	32	3,3	-89,69
	TERAREA(I)	4442	1857,71	-58,18
	Outputs	4806309	661348,17	-86,24
	ARRIBOS(O)	1470	1470	0
		72600	109657,01	51,04
		3961065	3961065	0



Tabla 7. (Continuación)

DMU	INPUT/OUTPUT	ACTUAL	TARGET	POTENTIAL IMPROOVEMENT
MORO	Inputs	55	55	0
	LTMUELLE(I)	10756	10756	0
	TERAREA(I)	2766079	2766079	0
	ARRIBOS(O)	2356	2356	0
	TEU(O)	39423	39423	0
OSPINA	TRAFITON(O)	25418616	25418616	0
	Inputs	58	58	0
	LTMUELLE(I)	12722	12722	0
	TERAREA(I)	5167605	5167605	0
	ARRIBOS(O)	6360	6360	0
PORRO	TEU(O)	1170191	1170191	0
	TRAFITON(O)	24085353	24085353	0
	Inputs	50	12,49	-75,02
	LTMUELLE(I)	9955	2810,25	-71,77
	TERAREA(I)	1959997	624500	-68,14
SALSA	ARRIBOS(O)	2498	2498	0
	TEU(O)	135020	348015,11	157,75
	TRAFITON(O)	3510014	3782652,71	7,77
	Inputs	2	2	0
	LTMUELLE(I)	450	450	0
SAMPER	TERAREA(I)	100000	100000	0
	ARRIBOS(O)	400	400	0
	TEU(O)	55727	55727	0
	TRAFITON(O)	605709	605709	0
	Inputs	1	1	0
URIBE	LTMUELLE(I)	97	97	0
	TERAREA(I)	63050	63050	0
	ARRIBOS(O)	151	151	0
	TEU(O)	6182	6182	0
	TRAFITON(O)	91908	91908	0
	Inputs	1	1	0
	LTMUELLE(I)	1124	1124	0
	TERAREA(I)	365800	365800	0
	ARRIBOS(O)	800	800	0
	TEU(O)	65798	65798	0
	TRAFITON(O)	2535030,34	2535030,34	0



Tabla 8. Mejoramiento potencial CCR-OUTPUT

DMU	INPUT/OUTPUT	ACTUAL	TARGET	POTENTIAL IMPROVEMENT
ALAMOS	Inputs	20	20	0
	LTMUELLE(I)	7978	7978	0
	TERAREA(I)	1059500	1059500	0
	Outputs	1282	1282	0
AVILA	Inputs	12121982	12121982	0
	LTMUELLE(I)	4989	4608,44	-7,63
	TERAREA(I)	1241357	1241357	0
	Outputs	1407	3723,54	164,64
BETANCUR	Inputs	96136	433260,43	350,67
	LTMUELLE(I)	2998078	8117009,73	170,74
	TERAREA(I)	19	19	0
	Outputs	5747	5747	0
CUMBIA	Inputs	624583	624583	0
	LTMUELLE(I)	2260	2260	0
	TERAREA(I)	126	126	0
	Outputs	8868771	8868771	0
ESTRELLA	Inputs	26	7,58	-70,85
	LTMUELLE(I)	3293	3293	0
	TERAREA(I)	1357335	996533,37	-26,58
	Outputs	839	1801,44	114,71
LOPEZ	Inputs	142	132367,96	93116,87
	LTMUELLE(I)	3514288	7545618,2	114,71
	TERAREA(I)	28	7,84	-72,02
	Outputs	6573	6573	0
ALAMOS	Inputs	2630266	2107013,41	-19,89
	LTMUELLE(I)	1577	4446,4	181,95
	TERAREA(I)	1582	358951,27	22589,71
	Outputs	5275796	14875269	181,95
LOPEZ	Inputs	32	7,89	-75,34
	LTMUELLE(I)	4442	4442	0
	TERAREA(I)	4806309	1581359,95	-67,1
	Outputs	1470	3514,94	139,11
ALAMOS	Inputs	72600	262202,6	261,16
	Outputs	3961065	9471364,47	139,11



Tabla 8. (Continuación)

DMU	INPUT/OUTPUT	ACTUAL	TARGET	POTENTIAL IMPROVEMENT
MORO	Inputs	55	55	0
	LTMUELLE{}	10756	10756	0
	TERAREA{}	2766079	2766079	0
	ARRIBOS{O}	2356	2356	0
	TEU{O}	39423	39423	0
OSPINA	TRAFITON{O}	25418616	25418616	0
	NGRUAT{}	58	58	0
	LTMUELLE{}	12722	12722	0
	TERAREA{}	5167605	5167605	0
	ARRIBOS{O}	6360	6360	0
PORRO	TEU{O}	1170191	1170191	0
	TRAFITON{O}	24085353	24085353	0
	NGRUAT{}	50	39,2	-21,6
	LTMUELLE{}	9955	8819,99	-11,4
	TERAREA{}	1959997	1959997	0
SALSA	ARRIBOS{O}	2498	7839,99	213,85
	TEU{O}	135020	1092247,53	708,95
	TRAFITON{O}	3510014	11871878,2	238,23
	NGRUAT{}	2	2	0
	LTMUELLE{}	450	450	0
SAMPER	TERAREA{}	100000	100000	0
	ARRIBOS{O}	400	400	0
	TEU{O}	55727	55727	0
	TRAFITON{O}	605709	605709	0
	NGRUAT{}	1	1	0
URIBE	LTMUELLE{}	97	97	0
	TERAREA{}	63050	63050	0
	ARRIBOS{O}	151	151	0
	TEU{O}	6182	6182	0
	TRAFITON{O}	91908	91908	0
URIBE	NGRUAT{}	1	1	0
	LTMUELLE{}	1124	1124	0
	TERAREA{}	365800	365800	0
	ARRIBOS{O}	800	800	0
	TEU{O}	65798	65798	0
	TRAFITON{O}	2535030,34	2535030,34	0



Tabla 9. Mejoramiento potencial BCC-OUTPUT

DMU	INPUT/OUTPUT	ACTUAL	TARGET	POTENTIAL IMPROVEMENT
ALAMOS	Inputs	20	20	0
	LTMUELLE{}	7978	7978	0
	TERAREA{}	1059500	1059500	0
	Outputs	1282	1282	0
AVILA	TEU{O}	442	442	0
	TRAFITON{O}	12121982	12121982	0
	NGRUAT{}	13	13	0
	LTMUELLE{}	4989	3669,06	-26,46
BETANCUR	TERAREA{}	1241357	1241357	0
	ARRIBOS{O}	1407	1938,69	37,79
	TEU{O}	96136	253698,14	163,9
	TRAFITON{O}	2998078	7021180,81	134,19
CUMBIA	NGRUAT{}	19	19	0
	LTMUELLE{}	5747	5747	0
	TERAREA{}	624583	624583	0
	Outputs	2260	2260	0
ESTRELLA	TEU{O}	126	126	0
	TRAFITON{O}	8868771	8868771	0
	NGRUAT{}	26	12,09	-53,51
	LTMUELLE{}	3293	3293	0
LOPEZ	TERAREA{}	1357335	1162097,25	-14,38
	ARRIBOS{O}	839	1643,66	95,91
	TEU{O}	142	211883,83	149113,96
	TRAFITON{O}	3514288	6884727,5	95,91
ALAMOS	Inputs	28	27,78	-0,79
	LTMUELLE{}	6573	6573	0
	TERAREA{}	2630266	2621795,47	-0,32
	Outputs	1577	3412,21	116,37
LOPEZ	TEU{O}	1582	584666,55	36857,43
	TRAFITON{O}	5275796	12659854,3	139,96
	NGRUAT{}	32	17,31	-45,92
	LTMUELLE{}	4442	4442	0
ALAMOS	TERAREA{}	4806309	1739518,66	-63,81
	ARRIBOS{O}	1470	2390,63	62,63
	TEU{O}	72600	381746,95	425,82
	TRAFITON{O}	3961065	8700228,7	119,64





Tabla 9. (Continuación)

DMU									
MORO	Inputs	NGRUAT{}	55	55	55	0			
		LTMUELLE{}	10756	10756	10756	0			
		TERAREA{}	2766079	2766079	2766079	0			
	Outputs	ARRIBOS{O}	2356	2356	2356	0			
		TEU{O}	39423	39423	39423	0			
		TRAFITON{O}	25418616	25418616	25418616	0			
OSPINA	Inputs	NGRUAT{}	58	58	58	0			
		LTMUELLE{}	12722	12722	12722	0			
		TERAREA{}	5167605	5167605	5167605	0			
	Outputs	ARRIBOS{O}	6360	6360	6360	0			
		TEU{O}	1170191	1170191	1170191	0			
		TRAFITON{O}	24085353	24085353	24085353	0			
PORRO	Inputs	NGRUAT{}	50	50	30,46	-39,07			
		LTMUELLE{}	9955	9955	7797,29	-21,67			
		TERAREA{}	1959997	1959997	1959997	0			
	Outputs	ARRIBOS{O}	2498	2498	3465,19	38,72			
		TEU{O}	135020	135020	344064,72	154,83			
		TRAFITON{O}	3510014	3510014	13341660,8	280,1			
SALSA	Inputs	NGRUAT{}	2	2	2	0			
		LTMUELLE{}	450	450	450	0			
		TERAREA{}	100000	100000	100000	0			
	Outputs	ARRIBOS{O}	400	400	400	0			
		TEU{O}	55727	55727	55727	0			
		TRAFITON{O}	605709	605709	605709	0			
SAMPER	Inputs	NGRUAT{}	1	1	1	0			
		LTMUELLE{}	97	97	97	0			
		TERAREA{}	63050	63050	63050	0			
	Outputs	ARRIBOS{O}	151	151	151	0			
		TEU{O}	6182	6182	6182	0			
		TRAFITON{O}	91908	91908	91908	0			
URIBE	Inputs	NGRUAT{}	1	1	1	0			
		LTMUELLE{}	1124	1124	1124	0			
		TERAREA{}	365800	365800	365800	0			
	Outputs	ARRIBOS{O}	800	800	800	0			
		TEU{O}	65798	65798	65798	0			
		TRAFITON{O}	2535030,34	2535030,34	2535030,34	0			

### 3. CONCLUSIONES

A través de este trabajo se ha podido mostrar la utilidad del Análisis Envoltente de Datos en la estimación de la eficiencia en unidades productivas con diversidad de entradas (recursos) y salidas múltiples, evitando los enfoques de productividad parcial que utilizan otros métodos.

Permitió, asimismo ver cómo el DEA proporciona, para las DMUs identificadas como ineficientes, un grupo de referencia (peer group) al cual debe remitirse para un proceso de referenciación competitiva, con miras a emprender un proyecto de mejoramiento continuo.

El DEA, a pesar de ser una técnica de programación matemática muy joven, ha tenido una amplia difusión por su gran utilidad en la gestión empresarial.

### 2. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVAREZ PINILLA, Antonio, et al. La medición de la Eficiencia y la productividad. Madrid, Pirámide, 2001. 363p.

CANTOS PEDRO et al., Productivity, efficiency and technical change in the European railways: A non-parametric approach. *Kluwer Academic Publishers. Transportation* 26:337-357,1999

CHOO CHUNG, Kek. Port Performance Indicators. Transportation, Water and Urban Development Department, The World Bank. 1993. 6p.

GUILLEN, D. y LALL, A. Developing Measures of Airport Productivity and Performance: An Application of Data Envelopment Analysis, *Transportation Research E*, Vol. 33, No. 4, pp. 261 – 273.

PINA, Vicente y TORRES Lourdes. Analysis of the Efficiency of Local Government Services Delivery. An application to Urban Public Transport. *Transportation Research part A* 35 (2001) 929 – 944



QUESADA, I., Víctor M. Estimación de la eficiencia de Puertos colombianos y españoles mediante DEA. *Trabajo de investigación Departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas, Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla.* Sevilla, 2003.

TAVARES, Gabriel. A Bibliography of Data Envelopment Analysis (1978 – 2001). *RUTCOR Research Report.* 2002

TONGZON, José. Efficiency measurement of selected Australian and other international ports using Data Envelopment Analysis. *Transportation research Part A* 35 (2001) 113-128

UNCTAD. Monografías Sobre gestión de Puertos. Medición y Evaluación del Rendimiento y la Productividad de los Puertos. Naciones Unidas N.Y. 1988.

WAN Teng-fei et al. The Applicability of Data Envelopment Analysis to Efficiency Measurement of Container Ports. *Presented at. IAME Panama 2002 International steering Committee.* 11/13 to 11/15 in Panama

