



**IMPLEMENTACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA COMO ESTRATEGIA  
DIDÁCTICA CONSTRUCTIVISTA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO  
VARIACIONAL, EN ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO**

**Autor**

Pablo Emiro Pérez Montes

**Tutor**

Dr. Nelson Michael Méndez Salamanca

Universidad de Cartagena Facultad de Ciencias Sociales y Educación

Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación

Municipio de Yarumal – Antioquia – Colombia

16 de noviembre de 2021

### **Dedicatoria**

A Dios principalmente, por darme la sabiduría, paciencia y entrega para culminar con éxito cada una de las actividades que, gracias a él, ha sido posible.

A mis padres Gladis Montes y Arsenio Pérez, por apoyarme anímicamente en cada uno de los pasos que afronto en la vida y guiarme en valores a seguir adelante en los procesos adquiridos.

A mi esposa Alejandra Castañeda Álvarez, por su apoyo incondicional, sus palabras de aliento, su motivación, por brindarme los espacios y tiempos aportados a este trabajo y no dejarme desfallecer para alcanzar los proyectos a futuro.

A mi hijo que viene en camino, por ser la alegría, felicidad y motor de mi vida; y por dejarle un gran cimiento de superación personal y amor hacia la educación.

### **Agradecimientos**

A la Universidad de Cartagena y docentes del programa de Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación, que contribuyeron con mi desarrollo profesional y aportes académicos.

Al Dr. Nelson Michael Méndez Salamanca, docente de la Universidad de Cartagena en la Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación, por sus aportes académicos, orientaciones, acompañamientos y asesorías con el fin de alcanzar los objetivos propuestos.

A la Institución Educativa de María del municipio de Yarumal, Antioquia, por brindarme los espacios pertinentes en el desarrollo del proyecto de investigación.

A los estudiantes del grado noveno, grupo dos, por la participación, motivación y disposición por adquirir y explorar nuevos retos de aprendizaje; además, por la información brindada a lo largo de este proyecto de investigación.

A mi compañera de trabajo y amiga Rosita Correa Roldán, por su apoyo profesional, aportes académicos, orientaciones y experiencia en investigación para lograr culminar con éxito este gran sueño.

## Tabla de Contenido

<b>Capítulo 1. Introducción .....</b>	<b>14</b>
Planteamiento y Formulación del Problema .....	16
<i>Descripción del Problema</i> .....	16
Antecedentes .....	22
Justificación .....	322
Objetivo General y Específicos .....	35
<i>Objetivo General</i> .....	35
<i>Objetivos Específicos</i> .....	36
Supuestos y Constructos .....	366
Alcances y Limitaciones .....	37
<i>Alcances</i> .....	37
<i>Limitaciones</i> .....	39
<b>Capítulo 2. Marco Referencial.....</b>	<b>40</b>
Marco contextual.....	42
Marco normativo .....	48
Marco teórico .....	55
Marco conceptual.....	65
<b>Capítulo 3. Metodología .....</b>	<b>72</b>
Modelo de investigación .....	73
Participantes.....	74

Categorías de Estudio y otros Indicadores .....	75
Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos.....	81
Valoración de Instrumentos.....	92
Ruta de investigación.....	93
<i>Fase 1</i> .....	94
<i>Fase 2</i> .....	95
<i>Fase 3</i> .....	96
Hermenéutica de las Principales Falencias en los Estudiantes de Noveno Grado, como Soporte Conceptual para la Fundamentación del Pensamiento Variacional.....	98
Interpretación de Resultados del Cuestionario de Indagación sobre Conceptos Relacionados con Pensamiento Variacional y el uso de las TIC en los Ambientes de Aprendizaje.....	112
<b>Capítulo 4. Intervención Pedagógica e Innovación TIC .....</b>	<b>123</b>
Identificación de Falencias Relacionadas con el Pensamiento Variacional en Ambientes de Aprendizaje.....	123
Diseño de Secuencia Didáctica como Estrategia Pedagógica de Intervención .....	125
<i>Relación de las Fases</i> .....	125
<i>Descripción del Proceso de Diseño de la Secuencia Didáctica</i> .....	126
Consideraciones Técnicas.....	129
Implementación del Software GeoGebra como Estrategia Didáctica Constructivista...	134
Estrategia de Realimentación y Autoevaluación Pedagógica y Didáctica.....	141
<b>Capítulo 5. Análisis, conclusiones y recomendaciones .....</b>	<b>150</b>
Análisis integrador de la intervención inherente a los objetivos .....	151

Soporte conceptual de las interrelaciones desde la intervención hacia la fundamentación de un nuevo modelo .....	159
Análisis general, hacia la construcción de un nuevo modelo de cara al mundo de las tecnologías.....	164
<b>Referencias .....</b>	<b>167</b>

### **Lista de Tablas**

Tabla 1. *Categorías de estudio y otros indicadores*

Tabla 2. *Organizador gráfico para apoyar las narrativas del trabajo de campo sobre la Intervención Pedagógica*

Tabla 3. *Organizador gráfico de interrelaciones analíticas, generadas en la intervención*

## Lista de Figuras

Figura 1. *Puntaje Promedio en matemática*

Figura 2. *Puntaje promedio, grado noveno 2017*

Figura 3. *Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente al país. Matemáticas – Grado noveno*

Figura 4. *Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, noveno grado*

Figura 5. *Resultados de grado noveno en el área de matemáticas*

Figura 6. *Comparativo de Resultados Históricos ISCE 2015 – 2016 – 2017 – 2018, Aspecto desempeño*

Figura 7. *Síntesis Marco Referencia Proyecto de Investigación*

Figura 8. *Síntesis Marco Conceptual Proyecto de Investigación*

Figura 9. *Esquema organizacional y ruta pedagógica del diseño metodológico*

Figura 10. *Respuestas de la primera pregunta*

Figura 11. *Respuesta de la segunda pregunta*

Figura 12. *Respuestas de la tercera pregunta*

Figura 13. *Respuestas de la cuarta pregunta*

Figura 14. *Respuestas de la quinta pregunta*

Figura 15. *Respuestas de la sexta pregunta*

Figura 16. *Respuestas de la séptima pregunta*

Figura 17. *Respuestas de la octava pregunta*

Figura 18. *Respuestas de la novena pregunta*



Figura 19. *Respuestas de la décima pregunta*

Figura 20. *Respuestas frecuentes de la primera pregunta*

Figura 21. *Respuestas frecuentes de la segunda pregunta*

Figura 22. *Respuestas frecuentes de la tercera pregunta*

Figura 23. *Respuestas frecuentes de la cuarta pregunta*

Figura 24. *Respuestas frecuentes de la quinta pregunta*

Figura 25. *Respuestas frecuentes de la sexta pregunta*

Figura 26. *Respuestas frecuentes de la séptima pregunta*

Figura 27. *Respuestas frecuentes de la octava pregunta*

Figura 28. *Interfaz del Software GeoGebra*

Figura 29. *Ecuación de una recta software GeoGebra*

Figura 30. *Intersección de rectas en el software GeoGebra*

Figura 31. *Rectángulos con el software GeoGebra*

Figura 32. *Polígonos con el software GeoGebra*

Figura 33. *Distancia o longitud, y área de figuras con el software GeoGebra*

Figura 34. *Pendiente de una recta con el software GeoGebra*

Figura 35. *Deslizadores con el software GeoGebra*

Figura 36. *Ingreso de expresiones con el software GeoGebra*

Figura 37. *Proceso de implementación de la actividad de aprendizaje uno*

Figura 38. *Proceso de implementación de la actividad de aprendizaje dos*

Figura 39. *Proceso de implementación de la actividad de aprendizaje tres*

Figura 40. *Interrelaciones conceptuales con el objetivo uno*

Figura 41. *Interrelaciones conceptuales con el objetivo dos*

Figura 42. *Interrelaciones conceptuales con el objetivo tres*

Figura 43. *Interrelaciones conceptuales con el objetivo cuatro*

### **Lista de Anexos**

Anexo A. Consentimiento informado para asistencia a la Institución Educativa de María, bajo el modelo de alternancia propuesto por el ministerio de educación de la república de Colombia.

Anexo B. documento de autorización para el uso de imágenes y fijaciones audiovisuales (videos) otorgado a la Institución Educativa de María de yarumal y a la universidad de Cartagena; para el desarrollo de actividades académicas en marco del proyecto de investigación, durante el año escolar 2021.

Anexo C. Prueba diagnóstica

Anexo D. Cuestionario de indagación preliminar

Anexo E. Secuencia Didáctica

Anexo F. Interfaz del software GeoGebra

Anexo G. Actividad de aprendizaje #1

Anexo H. Actividad de aprendizaje #2

Anexo I. Actividad de aprendizaje #3

Anexo J. Prueba final

Anexo K. Cuestionario de percepción

## Resumen

Abordar las matemáticas como un área del conocimiento y posicionarla como una herramienta pedagógica orientada a posibilidades del razonamiento para solución de problemas contextuales, implica realización de estudios que la direccionan igualmente hacia resultados óptimos en ambientes escolares; en el siguiente artículo, se pone de manifiesto, la forma científica, cómo, en la Institución Educativa de María, del municipio de Yarumal, Antioquia y en grado noveno, se demuestran desempeños insuficientes en índices de calidad en esta área, arrojados en pruebas Saber noveno y reflejados en el Índice Sintético de Calidad ICSE (Ministerio de Educación Nacional de Colombia [MEN], 2018). A partir de este análisis, se fundamenta un estudio cuyo objetivo general concibe la implementación de un software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional en el grupo de estudiantes, tratando de posicionar competencias relativas al razonamiento matemático cuyo alcance trascendental es la solución de problemas de contexto. Se relacionan también aquí, constructos que otorgan la posibilidad de investigar el grupo de estudiantes bajo el enfoque cualitativo con línea descriptiva, dónde a través de la realización de un diagnóstico originado en una prueba, se obtienen los resultados de su ineficiencia; posteriormente, se diseña una secuencia didáctica que contiene el recurso TIC con ejercicios dispuestos en el software GeoGebra, dentro de la cual y a partir de su desarrollo, se deja ver una gran capacidad motivacional del estudiante que lo direcciona hacia nuevos y reveladores resultados de orden positivo dirigido al desarrollo de competencias y al logro del objetivo trazado. Finalmente, se realiza una radiografía conceptual que deja ver la necesidad de incorporar el constructivismo con herramientas TIC, hacia la implementación de un cambio de paradigmas en los modelos pedagógicos institucionales.

**Palabras claves:** Pensamiento Variacional, Estrategia didáctica constructivista, Software GeoGebra.

### **Abstract**

Addressing mathematics as an area of knowledge and positioning it as a pedagogical tool oriented to possibilities of reasoning for solving contextual problems, implies carrying out studies that also direct it towards optimal results in school environments; In the following article, it is shown, the scientific way, how, in the Educational Institution of María, of the municipality of Yarumal, Antioquia and in ninth grade, insufficient performances are demonstrated in quality indices in this area, thrown in tests Saber ninth and reflected in the Synthetic Quality Index ICSE (Ministry of National Education of Colombia [MEN], 2018). From this analysis, a study is based whose general objective conceives the implementation of a GeoGebra software as a constructivist didactic strategy for the development of variational thinking in the group of students, trying to position competencies related to mathematical reasoning whose transcendental scope is the solution of context problems. Constructs that give the possibility of investigating the group of students under the qualitative approach with a descriptive line are also related here, where through the realization of a diagnosis originated in a test, the results of its inefficiency are obtained; Subsequently, a didactic sequence is designed that contains the TIC resource with exercises arranged in the GeoGebra software, within which and from its development, a great motivational capacity of the student is shown that directs it towards new and revealing results of a positive order aimed at developing skills and achieving the goal set. Finally, a conceptual radiography is made that reveals the need to incorporate constructivism with TIC tools, towards the implementation of a paradigm shift in institutional pedagogical models.

**Keywords:** Variational Thinking, Constructivist didactic strategy, GeoGebra Software.

## Capítulo 1. Introducción

El proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ha sido un objeto de preocupación no sólo en Colombia sino en el mundo entero; ello se demuestra en el alto índice de estudiantes que en las aulas, poseen dificultad para aprehender la asignatura que conlleva de manera casual a un gran aumento de reprobación en el área, aspectos relacionados con la deserción escolar y notorios bajos resultados en evaluaciones y procesos de resolución de problemas del entorno, en el ámbito de las competencias. Ejemplo de ello son los resultados que emergen de las pruebas del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos PISA de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico OCDE; en las que se demuestra que, en los últimos años, Colombia ha mantenido un relativo avance en los desempeños, pero continúa por debajo de países como Uruguay, Chile, México, entre otros (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [Icfes], 2018).

En el contexto de la presente investigación y en la Institución Educativa de María, también se demuestran desempeños insuficientes y mínimos en las cifras e índices de calidad, como características académicas principales en el área de matemáticas de las pruebas Saber 9° (Icfes, 2017); y reflejado en el Índice Sintético de la Calidad Educativa ISCE (Ministerio de Educación Nacional de Colombia [MEN], 2018). De lo anterior se deriva que las matemáticas son percibidas como una de las áreas de mayor dificultad por parte de los estudiantes, y por ende no son bien acogidas por ellos.

Una manera efectiva de contrarrestar lo anterior, consiste en dar importancia al aporte que hace el uso de las tecnologías y su incorporación en los procesos de enseñanza y aprendizaje, particularmente en el contexto matemático, puesto que involucran una dinámica atractiva y activa para llevar al estudiante al descubrimiento de sus potencialidades y logro de competencias

para la vida, ofreciéndose como mediador cognitivo en el papel reorganizador del conocimiento; ello, porque las Tecnologías de la Información y Comunicación TIC y especialmente la implementación del software GeoGebra brindan múltiples posibilidades para que el educando comprenda problemas algebraicos de variación, presentando multifuncionalidad para las diferentes temáticas, versatilidad en el uso y manipulación de gráficas y simulaciones convirtiéndose así, en un apoyo indispensable para el desarrollo del trabajo que contribuye al fortalecimiento de procesos de reconocimiento y comprensión de variables, uso de sistemas de representación, modelación y generalización, asociados al pensamiento variacional a partir de la solución de problemas.

Ante la pregunta problematizadora ¿De qué manera la implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista, posibilita el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa de María del municipio de Yarumal-Antioquia? surge este proyecto de investigación como un aporte de diagnóstico y análisis para los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa de María del municipio de Yarumal. Desde aquí se propone como objetivo, desarrollar el pensamiento variacional por medio de la implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista, en donde se busca no sólo abordar las dificultades antes mencionadas, sino también, introducir los mecanismos por los cuales se da respuesta a este tipo de interrogantes desde el punto de vista científico, para que el estudiante haciendo uso de las TIC pueda convertirse en un sujeto crítico de los cambios que se conciben en su entorno y que finalmente se motive por el estudio del razonamiento matemático.

## **Planteamiento y Formulación del Problema**

### ***Descripción del Problema***

Múltiples informes de carácter internacional, nacional, regional y local, demuestran que el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas presenta dificultades en el ámbito del pensamiento variacional lo cual impide el desarrollo de competencias del estudiante y un óptimo desempeño en pruebas estandarizadas exigidas por el Ministerio de Educación Nacional.

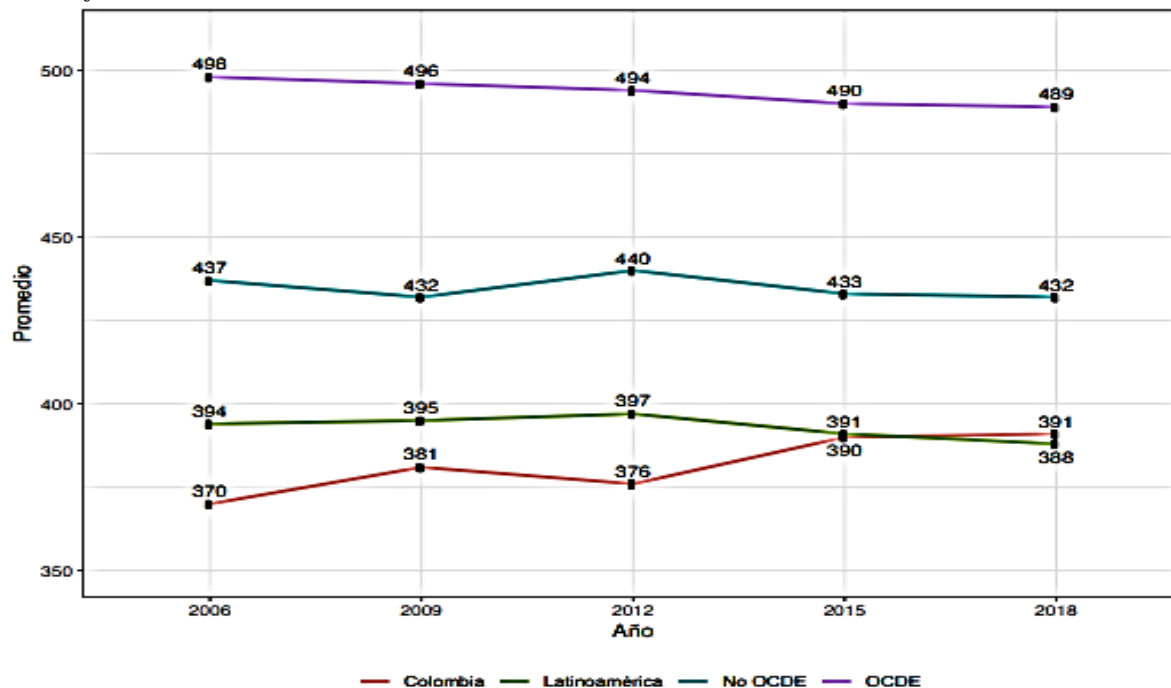
En pruebas internacionales como PISA en el año 2018, en donde se relacionan evidencias cuyos resultados demuestran un relativo avance que resulta ser poco significativo; se puede concluir que los desempeños en esta área, continúan siendo bajos en relación con otros países. En el siguiente informe se demuestra con estadísticas y en forma analítica dichos resultados:

Se puede observar que el promedio de Colombia pasó de 370 a 391 puntos entre 2006 y 2018, lo cual representa un aumento de 21 puntos y ubica al país en el octavo lugar entre los países que más mejoraron su desempeño en esta prueba. Sin embargo, el puntaje promedio en los tres grupos de comparación disminuyó en el mismo periodo. (Icfes, 2018, p. 27)

Se aporta, además, en la figura 1, el puntaje promedio en matemáticas en Colombia, en dónde aparece el desempeño de los años anteriores, en el cual se observa un leve aumento en relación con el comportamiento del puntaje en algunos países latinoamericanos.



**Figura 1**  
*Puntaje Promedio en matemática*



**Nota:** Elaboración base de datos PISA

En las dificultades matemáticas en el contexto nacional y regional, analizadas en un comparativo desde las pruebas Saber 9°, se identifican rangos de desempeño muy inferiores en los resultados promedio del departamento de Antioquia en relación con los de Colombia, en el año 2017. (Icfes, 2017).

En la siguiente figura 2, se resalta la diferencia significativa de estos resultados:

**Figura 2**  
*Puntaje promedio, grado noveno 2017*

	Puntaje promedio
Establecimiento educativo	282
Antioquia	296
Colombia	306

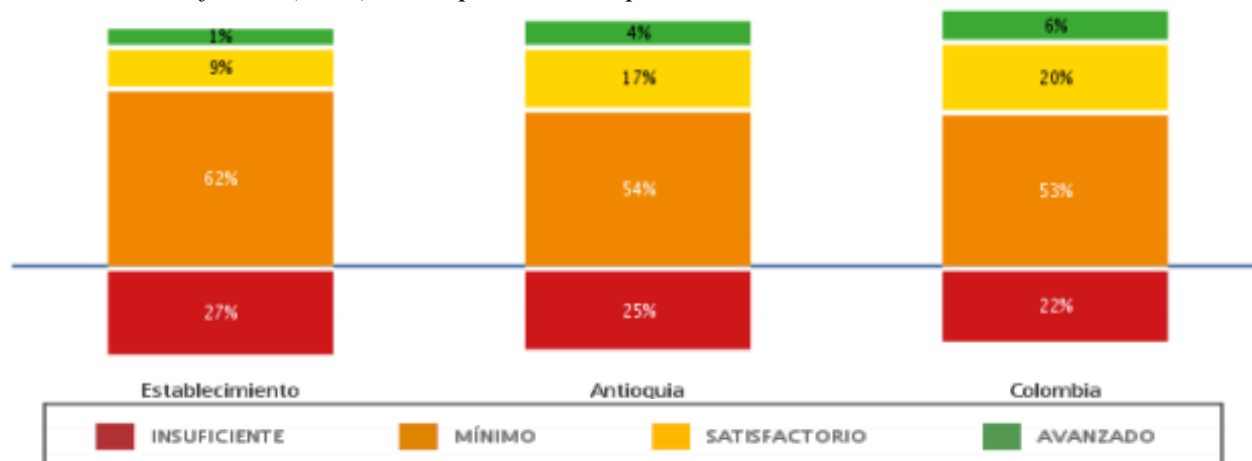
**Nota:** Elaboración Icfes, 2017

De la misma manera se puede evidenciar en la siguiente figura 3, que el establecimiento educativo presenta bajos niveles de desempeño calificados de insuficiente, mínimo, satisfactorio

y avanzado, en lo que respecta Antioquia con relación a Colombia.

### Figura 3

Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente al país. Matemáticas – Grado noveno

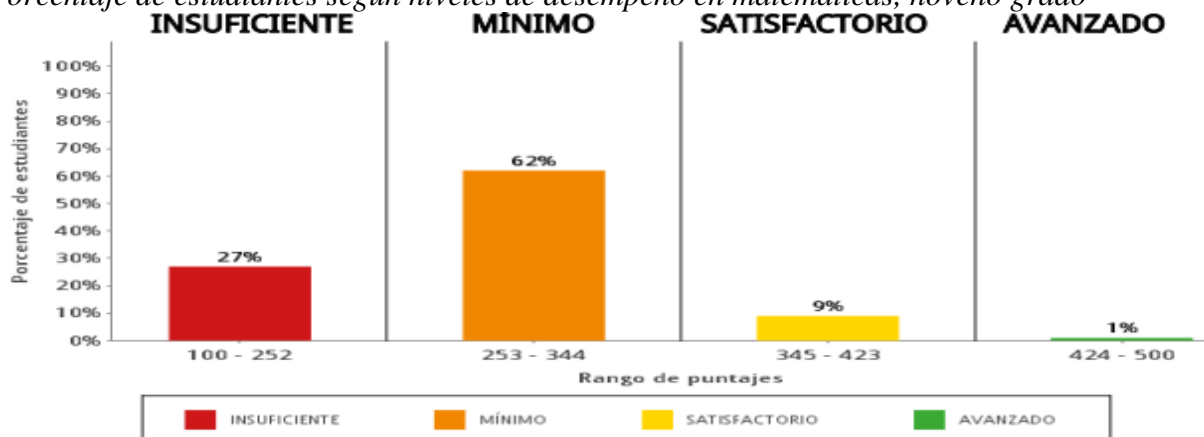


**Nota:** Comparativo establecimiento educativo, Departamento de Antioquia y Colombia. Icfes, 2017.

En la Institución Educativa de María, se han identificado bajos puntajes en lo que corresponde al año 2017 en las pruebas Saber 9°, en la figura 4 se registra que el 89% de los estudiantes se ubican en un nivel insuficiente y mínimo (Icfes, 2017).

### Figura 4

Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, noveno grado

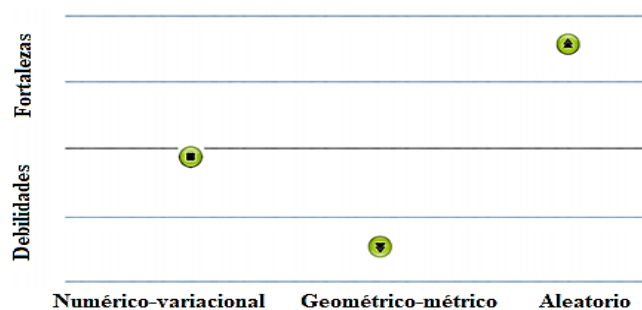


**Nota:** Rango de puntajes Insuficiente, Mínimo, Satisfactorio y Avanzado. Icfes, 2017.

Así mismo, el pensamiento variacional, se encuentra evidenciado en la figura 5, en un nivel medio en cuanto a debilidad y fortaleza (Icfes, 2017), demostrando un comportamiento poco satisfactorio de los estudiantes en el entorno del cambio y la variación.

**Figura 5**

*Resultados de grado noveno en el área de matemáticas*

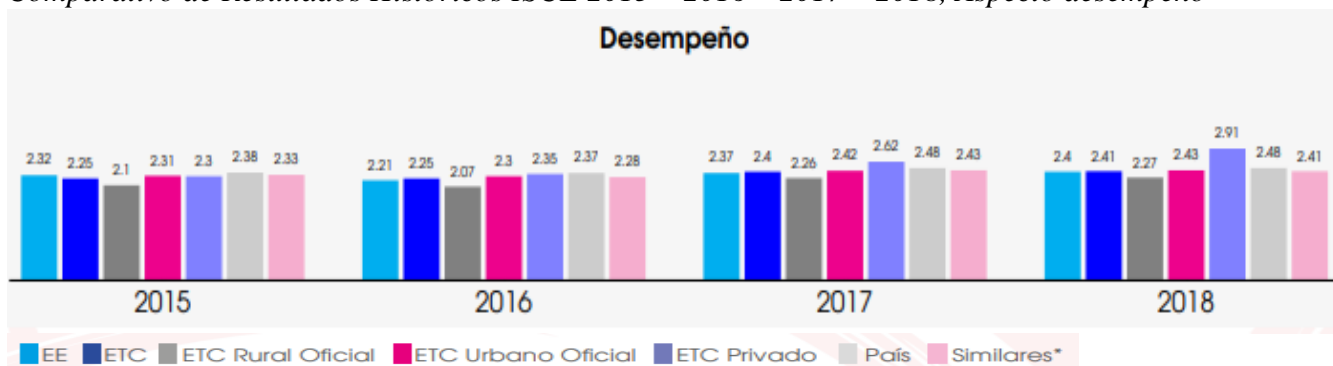


**Nota:** Resultados de pensamientos matemáticos. Icfes, 2017.

La Institución Educativa de María del municipio de Yarumal – Antioquia, ha evidenciado a partir del ISCE, que en los años 2015 a 2018 (ver figura 6), los resultados en cuanto al componente de desempeño, presentan un cierto nivel de intermitencia debido a que existen aumentos y disminuciones considerables en el informe (MEN, 2018). Lo anterior demuestra que el establecimiento educativo comparado con el departamento y el país, especifica resultados notoriamente inferiores, lo que se corrobora a continuación:

**Figura 6**

*Comparativo de Resultados Históricos ISCE 2015 – 2016 – 2017 – 2018, Aspecto desempeño*



**Nota:** La siguiente son las definiciones de los ítems estudiados en la figura. **EE:** Establecimiento Educativo. **ETC:** Entidad Territorial Certificada. M.E.N, 2018.

La dificultad, está centrada cuando se revisan los estándares básicos de competencias relativos a identificar y analizar parámetros en sistemas de representación algebraica y las gráficas generadas a partir de una familia de funciones polinómicas presentes en modelos de situaciones de cambio y variación (MEN, 2006). Además, se contempla también, a través de la

revisión de los derechos básicos de aprendizaje, problemáticas existentes inherentes al espacio, donde sus características fundamentales son las relaciones geométricas dadas en trayectorias y desplazamiento de cuerpos de forma diferente (MEN, 2016). En este mismo orden, desde el pensamiento variacional como tal y sus componentes derivados en el área de las matemáticas establecidos en la fundamentación de las pruebas Saber 9° en el año 2017, se conciben circunstancias asociadas al reconocimiento de regularidades y patrones, la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia, conceptos y procedimientos asociados a la variación directa, proporcionalidad, variación lineal, en contextos aritméticos y geométricos, al lenguaje simbólico, manejo de variables, a la variación inversa y al concepto de función.

Lo anterior, incide dentro de la institución educativa y específicamente en el grado 9° en niveles de repitencia y deserción escolar, falta de razonamiento que no permite al estudiante argumentar adecuadamente, lo cual genera dificultad en la formación de sujetos críticos en relación con la solución de problemas del contexto y ubicación de espacio temporal, no alcanzando las competencias básicas que exige el Ministerio de Educación Nacional MEN.

Este problema se enfoca en el pensamiento variacional, el cual puede ser abordado desde el trabajo de Jaimes y Quiroga (2020), *Tipos de recursos en GeoGebra y su incidencia en el desarrollo del pensamiento variacional*; este constructo teórico indica de qué manera se logran promover los procesos de cambio y variación, propios del pensamiento variacional en una clase, en la que se proponen tareas mediadas con recursos TIC y resulta relevante propiciar un ambiente de descubrimiento, experimentación, dinamismo y optimización de resultados, seleccionando cuidadosamente el tipo de recursos que van a utilizar a lo largo de una sesión; así mismo midió el tipo de interacción logrado entre docente, estudiante y recurso tecnológico en el

aula de clases, para que los resultados sean exitosos.

Así mismo, según Basto (2017), el aprendizaje debe ser significativo para que el estudiante se motive e interese por adquirir los nuevos conocimientos; una buena estrategia es utilizar las TIC (Tablero Digital y GeoGebra) que generan pensamiento crítico, y, permitan el fortalecimiento de las habilidades relacionadas con el pensamiento variacional. Además, la utilidad del programa GeoGebra es motivar a los estudiantes, pues por medio del uso de las TIC, se fortalece el trabajo colaborativo, se agiliza la memoria, se aprende de manera visual y auditiva, se prepara los estudiantes para resolver problemas de situaciones cotidianas, así como también el fortalecimiento del pensamiento variacional.

El estudio pretende la implementación del software GeoGebra como herramienta para potenciar el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes del grado noveno de la institución factor de estudio. Según Martínez (2013), GeoGebra es un software matemático de uso libre, que reúne de forma dinámica geometría, álgebra y cálculo, es un programa multifuncional, útil para graficar todo tipo de funciones tanto en 2D como en 3D; también sirve para trabajar diferentes temas de geometría, estadística y para hacer guías interactivas o Applets. Así, la ejecución de la herramienta, proporcionará a los estudiantes una forma de representación, visualización, organización y la posibilidad de un trabajo gradual en el uso articulado de las TIC y fundamentado hacia el posicionamiento de nuevas competencias requeridas por el entorno.

Rodríguez et al. (2009), analizan el constructivismo como un aprendizaje para el estudiante, manifestando que es un proceso en el cual “construye activamente nuevas ideas o conceptos basados en conocimientos presentes y pasados; y como resultado, día a día de la interacción entre el ambiente y las disposiciones internas, tanto en los aspectos cognitivos, sociales y afectivos del comportamiento” (p.127). En consecuencia, según la posición

constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano.

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, la pregunta que esta investigación busca responder es: ¿De qué manera la implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista, posibilita el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa de María del municipio de Yarumal-Antioquia?

### **Antecedentes**

La evolución digital y el logro de competencias en el mismo sentido, se constituyen en el mundo y en la actualidad en un conjunto necesario para la formación de sujetos en dirección a todo tipo de desarrollos. Aportes y tendencias que se proponen con miras a la construcción de nuevos modelos didácticos y a la transformación de los ambientes escolares, proporcionan quienes hacen posible esta contextualización de antecedentes a través de sus teorías.

Los trabajos de investigación realizados en los últimos años, relacionados con el proceso de aprendizaje de las matemáticas, específicamente en torno al pensamiento variacional y al empleo del software GeoGebra como herramienta interactiva y metodológica para la construcción del conocimiento en esta área, han cimentado la estructuración de las nuevas pedagogías y didácticas orientadas a procesos novedosos para ser diversificadas en los ambientes escolares y que permiten el avance en el rendimiento de los estudiantes.

A continuación, se presentan las reflexiones de sus contenidos los resultados arrojados que se considera que guardan más relación con este, a nivel internacional:

Cabezas y Mendoza (2016), en su artículo de investigación *Manifestaciones Emergentes del Pensamiento Variacional en Estudiantes de Cálculo Inicial de la Universidad Católica del Maule, en Chile*. Explica las diferentes manifestaciones tanto teóricas como didácticas del

pensamiento variacional en el aula de clases, partiendo de la realización de un análisis del contexto que permita la construcción de un currículo adecuado a las verdaderas necesidades reales de los estudiantes, de manera que a través del cambio de paradigmas se sistematicen contenidos mucho más relevantes dentro de los conceptos matemáticos y que a la hora de abordarlos permitan cierto grado de flexibilidad en torno a una nueva concepción de esta área. Los resultados de la teoría anterior, se demuestran en las prácticas establecidas dentro del contexto de un currículo docente bien estructurado, de tal manera que se involucren saberes como variable, función, crecimiento y decrecimiento, como elementos dinámicos para la apropiación del conocimiento de una forma visual.

En coherencia con este trabajo, se evidencia la necesidad de resignificar tanto en el currículo del docente como en el aula de clases, temáticas relativas al pensamiento variacional, tales como crecimiento, decrecimiento, variación, modelación, entre otros.

Bermeo (2017), en su tesis doctoral *Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería, Perú*, anota la importancia del trabajo con “dimensiones tales como, dominio y rango de una función, intersección con ejes coordenados y asíntotas de una función real, intervalo de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función, todos ellos dispuestos en la usabilidad del software GeoGebra” (p. 16); además, el trabajo permitió aprendizajes significativos en cuanto a la representación de funciones de variable real, donde se caracterizan los elementos presentes en ella.

La relación más notoria de este trabajo con el anterior, radica en la importancia de implementar el software GeoGebra como un instrumento que permite el desarrollo de dimensiones matemáticas y características presentes en la graficación de funciones reales que a

su vez son inherentes al pensamiento variacional.

Guadalupe y Jiménez (2017), en un artículo de investigación titulado, *GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza aprendizaje en matemáticas en México*; plantea que las nuevas tendencias tecnológicas son herramientas trascendentales en el logro de mejores resultados académicos, considerando al software GeoGebra como un recurso que posibilita un mayor nivel de comprensión de saberes, a través de su comportamiento gráfico y de modelación, contribuyendo a mejorar el planteamiento de enunciados, facilitando la exploración dinámica de situaciones. Los resultados obtenidos a través de lo planteado de este artículo sobre el uso del software GeoGebra, conllevan a reflexionar en la necesidad del desarrollo de habilidades de pensamiento crítico en torno a la toma de decisiones que partan desde el trabajo de las matemáticas y que apoyados desde el software GeoGebra, medien diferentes situaciones y problemas reales de su vida diaria

Una relación trascendental del anterior artículo con este trabajo de investigación y en el contexto que se está viviendo actualmente por la pandemia del COVID-19, es que este software al ser instalado en tabletas y celulares, permite el trabajo desde casa, haciendo del aprendizaje de las matemáticas y el fortalecimiento de competencias inherentes a ellas, un proceso de conocimiento autodirigido, interactivo y eficaz, mediado por herramientas tecnológicas de comunicación.

Rimachi (2019), en su estudio de maestría *Uso del GeoGebra en el aprendizaje de resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas en educación secundaria*, pretende determinar los efectos del uso de software GeoGebra en el aprendizaje significativo de las ecuaciones cuadráticas, en estudiantes del Colegio Franciscano San Román en Puno - Perú, con la finalidad de optimizar el rendimiento académico de los estudiantes debido a sus insuficiencias



en la resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas, considerando la necesidad del uso de una nueva herramienta, que como el software GeoGebra, permita aprendizajes significativos construidos desde una forma interactiva. Esta forma de trabajo, no solo tiende a la integralidad del conocimiento si no al fortalecimiento de estrategias que, de forma menos convencional, y a través de demostraciones con manipulación y didácticas desde enunciados verbales, se construyan saberes más efectivos y contextualizados.

La relación existente entre este trabajo y el que se está efectuando, radica en que el uso de GeoGebra específicamente cuando se trata de las ecuaciones cuadráticas, posibilitando la modelación de situaciones del entorno y la comprensión de fenómenos de la vida cotidiana; facilitando de esta manera la reflexión crítica del entorno cotidiano y la toma de decisiones contextuales y sociales.

Según Jiménez (2019), en su investigación *Influencia de GeoGebra en el rendimiento académico de alumnos de bachillerato*, analizó el método por el cual se mejora la comprensión de diferentes conceptos relacionados con el cálculo, gracias al uso del dinamismo del programa GeoGebra. El trabajo narra la experiencia realizada con estudiantes del Colegio de Bachilleres del Estado de Campeche (COBACAM) Plantel 05 Atasta - México, donde se realizaron una serie de actividades con la ayuda de GeoGebra que les facilitaba la visualización de gráficas en el plano cartesiano y la construcción del conocimiento. Además, el trabajo propone una organización de los pasos a seguir para alcanzar la comprensión adecuada del contexto. Los resultados obtenidos con dicho estudio posibilitan el reconocimiento y la integración con más facilidad de los saberes que intervienen en el área de cálculo y que se han implementado a través de la didáctica con Geogebra, permitiendo a los estudiantes razonar, deducir y crear ambientes de aprendizaje de mayor participación.

Se encuentra gran relación con este estudio a desarrollar porque permiten el uso del software GeoGebra como herramienta didáctica direccionada al aprendizaje desde la interactividad, dinamización, comprensión y construcción de conceptos. Es evidente que, de esta manera, las actividades propuestas dentro del currículo a través de un estudio previo del contexto y de un diagnóstico de los estudiantes, en sus necesidades en torno al razonamiento matemático, posibilita ambientes no solo favorables al aprendizaje sino también, a la solución de problemas del entorno. Otro aspecto a considerar en relación a esta reflexión es la manera positiva como contribuye esta didáctica al trabajo con modelos de representación de un sistema a otro, donde la iniciativa y la toma de decisiones personales y colectivas juegan un papel fundamental.

Ortiz (2020), en su tesis doctoral *Aplicación del software didáctico Geogebra para lograr aprendizajes* en estudiantes de primero de secundaria de una institución educativa, Trujillo – Perú, demuestra que la aplicación del software didáctico Geogebra mejora el logro de aprendizajes en el área de matemática en discentes del primer grado de educación secundaria de la institución educativa “Marcelino Champagnat”, Trujillo (p.vii). La problemática más relevante evidenciada frente al uso de GeoGebra está constituida en las dimensiones de regularidad, equivalencia y cambio, movimientos y localización, dejando ver que la aplicación del software GeoGebra como un recurso didáctico mejora el aprendizaje, ya que ofrece un entorno motivante que plantea diferencias con el tradicional, donde el estudiante participa de manera autónoma en construcción de un plano, usando puntos, segmentos, rectas y figuras geométricas; así mismo, asume concepciones constructivas dentro de sus saberes.

En relación con este estudio de investigación, el anterior plantea la posibilidad de usar GeoGebra como un instrumento constructivista, desde donde se derivan situaciones de aprendizaje dinámicas e interactivas que conlleven a la fundamentación de un conocimiento que

trascienda al ámbito contextual.

Universidades y centros de educación superior, así como pensadores, investigadores y docentes que han efectuado estudios en ello, son productores de contenidos originales y propuestas que, dirigidos a estudiantes, en especial dentro del área de matemáticas, se constituyen desde sus teorías en potenciales instrumentos de reflexión y cambio. A nivel nacional, el estudio de las diferentes propuestas desde el pensamiento variacional enmarcadas en el uso del software GeoGebra y direccionadas a partir del enfoque constructivista, son aquellas que se relacionan a continuación y que inspiran a trascender los resultados:

Murillo y Ortiz (2017), en su estudio de investigación *Secuencia didáctica basada en el estudio de las gráficas cartesianas que favorece el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado octavo de la General Francisco de Paula Santander y Normal Superior Santiago de Cali*, presentan una propuesta innovadora que pretende dar protagonismo a elementos curriculares que han estado en el papel y que no han adquirido la transcendencia esperada en los “procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Así, se articulan el pensamiento variacional, competencia matemática, razonar y argumentar, representación gráfica de funciones con comportamientos lineales y las TIC con el software GeoGebra, a través de una secuencia didáctica” (p.10). Los resultados obtenidos fruto de esta implementación, están arrojados en la medida en que contribuyen a una reflexión sobre la necesidad de un cambio de paradigma en los currículos vigentes en el área de matemáticas y que permitan construirse de una manera efectiva y dinámica, direccionada a movilizar el desarrollo de competencias, específicamente en el entorno del razonamiento, la argumentación y desde donde se potencien procesos de identificación, verificación y exploración con relación a optimizar el desarrollo del pensamiento matemático.

En relación con el trabajo de investigación que se desarrolla, los aspectos que coinciden con los objetivos de ambas, se demuestran en resultados como la posibilidad de que el estudiante que de usabilidad al software GeoGebra logre competencias relacionadas con el pensamiento variacional, en donde se especifican el desarrollo de la capacidad de argumentar, proponer, resolver problemas del entorno y construir conocimientos a través de la exploración, evaluación, creación de hipótesis y su verificación en el mundo de las matemáticas.

Gracia (2018), en su estudio denominado *Potenciando pensamiento variacional y uso de sistemas algebraicos con GeoGebra*, se exploran las dificultades que presentan los estudiantes de último grado de bachillerato de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Claudina Múnera, al abordar un problema de variación y en particular aquellos que hacen referencia a los problemas de optimización de este recurso en las clases y en las maneras más didácticas de realizarlas, maximizando el enfoque constructivista. El desarrollo de la tesis plantea como objetivo contribuir en la comprensión de este tipo de problemas y el uso adecuado de estrategias de solución, haciendo una mediación con el software educativo GeoGebra, dando como resultados en “procesos asociados al pensamiento variacional, como reconocimiento y comprensión de variables, conversiones de representaciones algebraicas y la modelación y generalización; además, el uso de GeoGebra como mediador en la búsqueda de estrategias de solución a problemas del entorno” (p. 9).

Existe una relación evidente entre este estudio donde se potencia el pensamiento variacional, desde el uso de sistemas algebraicos con GeoGebra y el proyecto de investigación en desarrollo debido a que el objetivo de ambas sugiere la implementación de un software que contribuya en forma interactiva y dinámica al desarrollo del pensamiento variacional de manera significativa.

Córdoba (2019), en una investigación desarrollada en la Universidad Nacional de Colombia, *Desarrollo del pensamiento variacional mediante el uso del programa matemático GeoGebra en estudiantes de grado noveno*; identificó factores de análisis sobre el fortalecimiento de procesos de aprendizaje y el desarrollo de pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno, que a partir de la modelación de situaciones cotidianas en el programa de geometría computacional GeoGebra, los métodos se han cualificado mediante el diseño y aplicación de tres tipos de talleres: taller diagnóstico, taller de afianzamiento y el taller de profundización. Los resultados muestran un avance progresivo y significativo en torno al estudio de la función cuadrática. La interacción con las construcciones elaboradas en GeoGebra permiten evidenciar como avances muy significativos, la identificación de saberes relacionados con contenidos propios de una temática en particular abordados desde diferentes ámbitos y con otros tipos de representación, tendientes a optimizar procesos a futuro, con el fin de mejores resultados en la evaluación.

En relación con este trabajo, la implementación del software GeoGebra permitió la posibilidad de una realización en dirección al constructivismo, donde se notan algunas temáticas, competencias, indicadores, evidencias, estándares y derechos básicos de aprendizajes, directamente ligados al plan de estudios institucional, optimizando las dinámicas de clases, los conocimientos y la capacidad de asociar y de obtener resultados.

Desde una perspectiva regional y local, los procesos académicos de innovación se proyectan como generadores de cambio curricular y adquieren relevancia cuando se involucra el contexto para la solución de situaciones problemas. Es así, que las investigaciones llevadas a cabo en este ámbito, son propuestas que permiten una nueva mirada en el proceso de enseñanza y aprendizaje y que en gran medida proporcionan contundencia a los niveles de aprendizaje de

los estudiantes. A continuación, se caracterizan aquellas que tienen mayor relación con este proyecto de investigación:

Marín (2021), en su estudio de maestría *Estrategia didáctica que contribuye a fortalecer el pensamiento variacional a partir de la covariación de magnitudes en estudiantes de grado noveno*, plantea la necesidad de apropiación de los conceptos inherentes al pensamiento variacional y a sus relacionados tendientes al trabajo didáctico, a partir de instrumentos interactivos que conllevan a evidenciar procesos relativos al cambio y a la variación, permitiendo competencias generadas desde la covariación de magnitudes. Los resultados obtenidos a través del trabajo realizado a nivel pedagógico han evidenciado un proceso de reconocimiento e identificación de magnitudes y su clasificación como dependientes e independientes, además de utilización de tablas y plano cartesiano en la representación de información y de cómo organizarlas, trabajando con unidades de medida, hasta llegar a la identificación de la covariación de magnitudes; así mismo, llama la atención, la evidencia presente en los hallazgos de su forma de describir cualidades referentes a la covariación de magnitudes.

La relación con el estudio aquí planteado, se caracteriza inicialmente por el tipo de didácticas empleadas en él, como estrategia interactiva para la obtención de competencias inherentes al pensamiento variacional delimitado en magnitudes relativas a la covariación y su forma pedagógica de abordar procesos que constituyen herramientas novedosas para la apropiación de contenidos y de conceptos relativos a este tipo de pensamientos.

Soto (2016), en el proyecto de investigación *Diseño de una propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la función lineal, para fortalecer los procesos de aprendizaje en el pensamiento variacional en los estudiantes del grado undécimo (11), de la Institución Educativa de Jesús, del municipio de Concordia, departamento de Antioquia*, resalta la importancia de una

didáctica que inicie desde la modelación matemática, propia del área, de otras ciencias y del contexto, para el aprendizaje de la función lineal como potenciadora del pensamiento variacional. Así mismo, invita al aprendizaje colaborativo en los ambientes escolares como fuente de procesos, no solo de socialización y debate, sino también de un aprendizaje participativo y diverso que conlleve a incrementar los niveles de desempeño. La didáctica propiciada a través de intervención en esta propuesta, ha permitido el desarrollo de competencias en lo relacionado con magnitudes, descripción de tasas de cambio y patrones de variación, y ha logrado que los estudiantes representen con propiedad situaciones problemas a través de la función lineal.

Existe gran relación con el trabajo de investigación que se desarrolla, porque la implementación de didácticas educativas innovadoras potencializa el pensamiento variacional a través de procesos matemáticos, contribuyendo al desarrollo de competencias específicas, desempeños óptimos y el reconocimiento de situaciones problemas propias del contexto.

Teorías como las planteadas en los antecedentes anteriores donde habitan filosofías direccionadas al afianzamiento y formación de saberes y a la resignificación contextual del aula de clases, permiten observar de una manera coherente y bien orientada, la necesidad imperante de un cambio de paradigmas, de modo que nuevas concepciones, no solo en el currículo escolar, si no en torno a los desarrollos de ambientes motivacionales para clases, redunden en resultados mejor posicionados para los estudiantes y las instituciones educativas.

Se permite afirmar también, que esta construcción teórica es a la vez una oportunidad de reflexión frente a la necesidad de innovar el contexto en el aula de matemáticas, no solo con trascendencia dentro del currículo, sino también, de las herramientas que como las TIC y los ilimitados recursos que poseen, proporcionen la construcción de conocimientos viables al

desarrollo de las comunidades. En el campo de la implementación del software GeoGebra que, de manera didáctica y dinámica, novedosa y original, reorienta los procesos de razonamiento dentro de las clases de matemáticas tales como proyectarle profundidad en el campo del pensamiento variacional, la modelación, variación y cambio; las concepciones anteriores se constituyen en fundamentos de pensamiento que transmiten nuevos conceptos a los criterios de aprendizaje, permitiendo al docente una nueva dirección de sus procesos curriculares.

Dichas dimensiones establecidas, en estos referentes, otorgan como resultado la reflexión sobre la importancia de innovar dentro de las prácticas pedagógicas, partiendo del recurso de GeoGebra como oportunidad de optimización del saber, y a la vez dentro de la solución de problemas más relevantes y cotidianos del entorno.

### **Justificación**

Dado que el énfasis actual en la educación matemática está orientado hacia el desarrollo del pensamiento variacional, espacial, métrico, numérico y aleatorio, se hace necesario entonces, dentro de esta misma área, el estudio de procesos de variación y cambio con mediación de herramientas y uso de tecnologías computacionales gráficas y algebraicas; así mismo, se propone como un factor que brinda mayor valor en el ambiente escolar debido a que constituye un aporte de importancia en las competencias matemáticas relacionadas con “formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos” (Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, MEN, 2006, p.51).

A pesar de los grandes desarrollos tecnológicos, cada vez más la apatía por el aprendizaje de las matemáticas aumenta en el aula de clases de noveno grado de la Institución Educativa de María del municipio de Yarumal, en donde se observan también factores de bajo rendimiento



académico, dificultad en el razonamiento, repitencia en muchos casos y deserción escolar en otros, demostrados en los resultados de las pruebas Saber 9° (Icfes, 2017); y reflejados en el ISCE (MEN, 2018); se hace necesario entonces, fundamentar una metodología innovadora con enfoque constructivista en torno a ambientes de aprendizaje más dinámicos e interactivos que contribuyan a fortalecer el interés por esta área, reduciendo los índices de abulia en torno a sus actividades.

Existen teóricos que resaltan la importancia de la usabilidad de las TIC en los procesos de apropiación del aprendizaje como instrumentos para interactuar con el medio ambiente y ampliar sus experiencias en torno al conocimiento con los recursos que se disponen desde estas herramientas; permitiendo innovación, espacios creativos y trabajo colaborativo, que redundan en la construcción del conocimiento, y así mismo, en la ampliación de experiencias de aprendizaje a través de diferentes procesos pedagógicos (Hernández, 2008).

Una propuesta que enriquece este tipo de didácticas es la implementación de un software basado en el desarrollo de la herramienta tecnológica GeoGebra, “caracterizado por ser un Sistema de Álgebra Computacional y un Software de Geometría Dinámica simultáneamente, lo que hace de este un programa con mayor impacto en cuanto a su uso en las clases de Matemáticas” (Hohenwarter y Jones, 2007, p.126); así se amplía la posibilidad del ser humano de ver la variación en diferentes fenómenos de su contexto de manera real y no abstracta, como situación de cambio.

Este estudio es una investigación teórico - práctica que se plantea conveniente en el orden social, debido a que la matemática busca una relación directa con saberes de otras disciplinas convirtiéndose también en una herramienta de argumentación del individuo en contextos socioculturales; ello, solo se logra, si las matemáticas son impartidas desde mecanismos

significativos, dinámicos y motivacionales, que como los recursos del software GeoGebra potencien las ideas y el pensamiento variacional.

En el ámbito pedagógico y académico específicamente, este tipo de artefacto y las actividades dirigidas desde allí, demuestran su importancia en la construcción del conocimiento ya que llegan a convertirse en generadores de problemas que implican la modelación de algún fenómeno físico, en donde para la visualización de los comportamientos, se cuenta con una gran variedad de representaciones como gráficas, tablas, esquemas, tocando hasta el contexto verbal, lo que redundo no solo en el logro de habilidades de razonamiento, sino que permite al estudiante, desde las matemáticas, ser un sujeto crítico y reflexivo frente al análisis de los cambios que sugiere su desarrollo personal y familiar.

Así mismo, el valor teórico de esta investigación radica específicamente en Colombia, en que el estudio de procesos de variación en aulas escolares ha sido sugerido por los *Lineamientos curriculares para el área de matemáticas* (MEN, 1998), apoyados en la publicación de los *Estándares Básicos de Competencias* (MEN, 2006); y finalmente por los *Derechos Básicos de Aprendizaje* (MEN, 2016) donde se determina la pertinencia curricular de aula y cuyo propósito es aproximarse a este tipo de pensamiento. Vasco (2006), lo demuestra en un artículo, en el que no solo describe el pensamiento variacional, sino que sugiere algunos elementos para su desarrollo en relación con la modelación y la tecnología.

La implementación del software GeoGebra en la Institución Educativa de María, se hace necesaria porque ante todo se pretende posicionar de una mejor manera en pruebas tanto de carácter local, regional, nacional e internacional, partiendo de una pedagogía constructivista mediada por las TIC y fundamentada en las directrices del MEN en donde se contempla el fortalecimiento de competencias y procesos matemáticos; lo anterior se convierte en una

incorporación que permite el cambio curricular a través de nuevas pedagogías y didácticas que conlleven a la experimentación, promoviendo la argumentación, el razonamiento, la formulación y resolución de problemas cotidianos, en los estudiantes de noveno grado.

Se pretende entonces desde el proyecto de investigación, la generación dinámica de una propuesta que impacte, no solo, proporcionando resultados óptimos al posicionamiento institucional, sino también otorgando posibilidades analíticas y críticas a las competencias inherentes a la resolución de problemas de la vida cotidiana, tal como lo plantean las metas y los fines considerados para esta implementación y que se emiten a continuación:

### **Objetivo General y Específicos**

Uno de los espacios de reflexión y de interacción más adecuada dentro de la pedagogía y para el contexto global que se experimenta en la actualidad, es el trabajo inherente y relacionado con las TIC; de la misma manera se produce en el hecho de abordar problemáticas en el entorno de las matemáticas en los ambientes de aprendizajes entre ellas, las que implican dar cumplimiento a estándares de competencias y derechos básicos de aprendizaje; el tercer componente en esta misma instancia, es el de ambas estructuras para dimensionar dicha problemática que hacen posible la implementación de un software que, en forma dinámica, se manifieste como un instrumento de cambio en las concepciones metodológicas y como aporte invaluable a la transformación contextual y social del estudiante. La siguiente es la filosofía que concibe lo anterior:

### ***Objetivo General***

Implementar el software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa de María del municipio de Yarumal-Antioquia.

### **Objetivos Específicos.**

- Diagnosticar el nivel actual en cuanto al pensamiento variacional y las principales falencias en los estudiantes.
- Diseñar experiencias de estrategias didácticas a través del uso de los recursos del software GeoGebra, que permitan al estudiante el desarrollo del pensamiento variacional.
- Incorporar actividades generadas de los recursos del software GeoGebra como estrategia constructivista que impacten el desarrollo del pensamiento variacional.
- Evaluar el nivel de desarrollo del pensamiento variacional a través de implementación de talleres, como alternativa constructivista en el desarrollo de procesos de aprendizaje.

### **Supuestos y Constructos**

Para la construcción de esta investigación se parte del supuesto de que el pensamiento variacional se puede tomar como un concepto práctico, metodológico y didáctico que apunta a la obtención del razonamiento matemático y específicamente de carácter algebraico en el aula de clases; desde este tipo de desarrollos pedagógicos se obtienen competencias inherentes a la percepción, reconocimiento, modelación, caracterización y representación de la variación y el cambio en contextos de la vida cotidiana, ya sean verbales, simbólicos o gráficos.

Se toma como supuesto el software GeoGebra, como una herramienta didáctica que permite, desde su usabilidad, el dinamismo de figuras geométricas, lo que facilita analizar la variación de la propiedades y relaciones; además proporciona examinar un objeto matemático en diferentes registros de representación cuyo resultado final y no menos importante es el análisis y

toma de posición crítica frente a situaciones del contexto y solución a problemática del orden cotidiano.

Ambos supuestos, pensamiento variacional y software GeoGebra, estarán direccionados en el estudio, desde el enfoque constructivista, que permite la formación de un sujeto activo que interactúe con el entorno, modificando sus conocimientos, tomando parte desde el recurso tecnológico del mundo que lo rodea, convirtiéndose en un sujeto colectivo y en relación directa con las condiciones que le corresponda enfrentar.

Por lo tanto, los tres constructos de la presente investigación y que van a ser abordados dentro del marco teórico son: pensamiento variacional, software GeoGebra y enfoque constructivista.

## **Alcances y Limitaciones**

### ***Alcances***

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación TIC en la actualidad representan un significativo aporte en todos los ambientes relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje, y de modo itinerante son herramientas que utilizadas en términos pedagógicos se convierten en posibilidades de construcción del conocimiento y de la variación de resultados en el entorno educativo. La trascendencia de esta investigación radica en que desde ella se brindan valiosos aportes a una construcción coherente y lógica del objetivo que se quiere alcanzar, es decir, comparte puntos de vista relevantes, respecto al concepto de cambio y variación, manipulación de gráficos y de situaciones problemas, simulaciones y procesos de reconocimiento de variables, inherentes al desarrollo del pensamiento variacional como componente de identificación y análisis que permiten el cambio necesario en los contextos donde se interactúa.

Es así como, este trabajo investigativo se plantea desde el método cualitativo con un alcance descriptivo (Hernández, Fernández y Baptista, 2014) porque permite la realización de un diagnóstico del problema identificando inicialmente el nivel actual en cuanto al pensamiento variacional y las principales falencias de los estudiantes en torno a los procesos matemáticos; además, otro aspecto a considerar en este contexto, es la necesidad de la innovación curricular teniendo en cuenta directrices emanadas por el MEN. De esta manera, el estudio planteado es una contribución a los cambios en las prácticas pedagógicas que se desean propiciar.

La implementación del software GeoGebra como una herramienta didáctica y facilitadora de la construcción del conocimiento en los ambientes de aprendizaje en el contexto matemático, busca responder a la interpretación de los conceptos relacionados con el pensamiento variacional para que se generen resultados de manera práctica, dinámica y operativa. Además, el estudio otorga la posibilidad de optimizar habilidades en virtud de la formación cognitiva del estudiante del grado noveno de la Institución Educativa de María; en su facultad de constituirse como sujeto crítico de la sociedad en la que vive y en los procesos de aprendizaje matemático ligados al razonamiento, comunicación y modelación, como facilitadores de la autonomía en la obtención del conocimiento y logro de competencias para la vida.

Finalmente se pretende que con esta herramienta interactiva y a través de su mediación, no solo que se optimicen los resultados en pruebas de orden local, regional, nacional e internacional que en un futuro se puedan presentar, si no también, que el estudio se convierta en un instrumento pedagógico y didáctico, que a partir de las TIC reoriente las mallas curriculares institucionales, solucione falencias de orden metodológico y las resultantes en los ambientes escolares casuales, manteniendo un posicionamiento con otras instituciones de contextos similares.

### ***Limitaciones***

El desarrollo de la investigación permite evidenciar limitantes de tipo espacial, debido a que carece de espacios físicos que permitan optimizar los procesos de enseñanza de los estudiantes de noveno grado; ello se observa en la cantidad de grupos y jornadas que se manejan en el establecimiento. Actualmente, con la presencia de la pandemia COVID-19 y la implementación del modelo de alternancia, los estudiantes tendrán la oportunidad de acceder en grupos más pequeños a la institución.

El estudio deja observar barreras de tipo metodológico, debido a la falta de apropiación en las transformaciones que tienen que ver con expresiones numéricas y algebraicas, propias de los presaberes que deben adquirir de acuerdo a lo propuesto por el MEN en los estándares básicos de competencias y en relación con los Derechos Básicos de Aprendizaje. Así mismo, se presentan obstáculos para asimilar el funcionamiento de herramientas tecnológicas que se implementan en los ambientes de aprendizajes, en donde se fortalecen procesos matemáticos como secuenciación, patrones de regularidad y generalización de situaciones problemas del contexto, inherentes al pensamiento variacional; ello se puede evidenciar en el reporte de la excelencia dentro de los componentes de ambiente escolar, seguimiento al aprendizaje y progreso (MEN, 2018).

En el ámbito tecnológico, la limitante mayor se fundamenta en el desconocimiento, por parte de los estudiantes, del manejo de los recursos que intervienen en la implementación del software, especialmente porque es una herramienta con una interfaz de múltiples botones que presentan diferente funcionalidad, convirtiéndose así en un artefacto de compleja usabilidad si no se practica lo suficiente, dejándose percibir como un instrumento de difícil acceso para el desarrollo de los ambientes de aprendizaje en el entorno del pensamiento matemático.

## Capítulo 2. Marco Referencial

Dávila (2018), resalta cómo las matemáticas generan un aporte trascendental en el desarrollo del pensamiento humano y, por ende, un avance significativo en el progreso de la humanidad, al menos desde lo científico. En este sentido, se torna fundamental la enseñanza de las matemáticas como eje transformador de la sociedad, a partir de la comprensión de fenómenos que requieren ser descifrados y que en múltiples ocasiones parten de lo cotidiano.

Características como la sustentación teórica, la construcción del conocimiento, la investigación acuciosa de conceptos, leyes y normas, y el estudio de la realidad institucional, son aquellas directrices de referencia que permiten adquirir un bagaje efectivo del trabajo de indagación y propuesta práctica que de aquí se realiza.

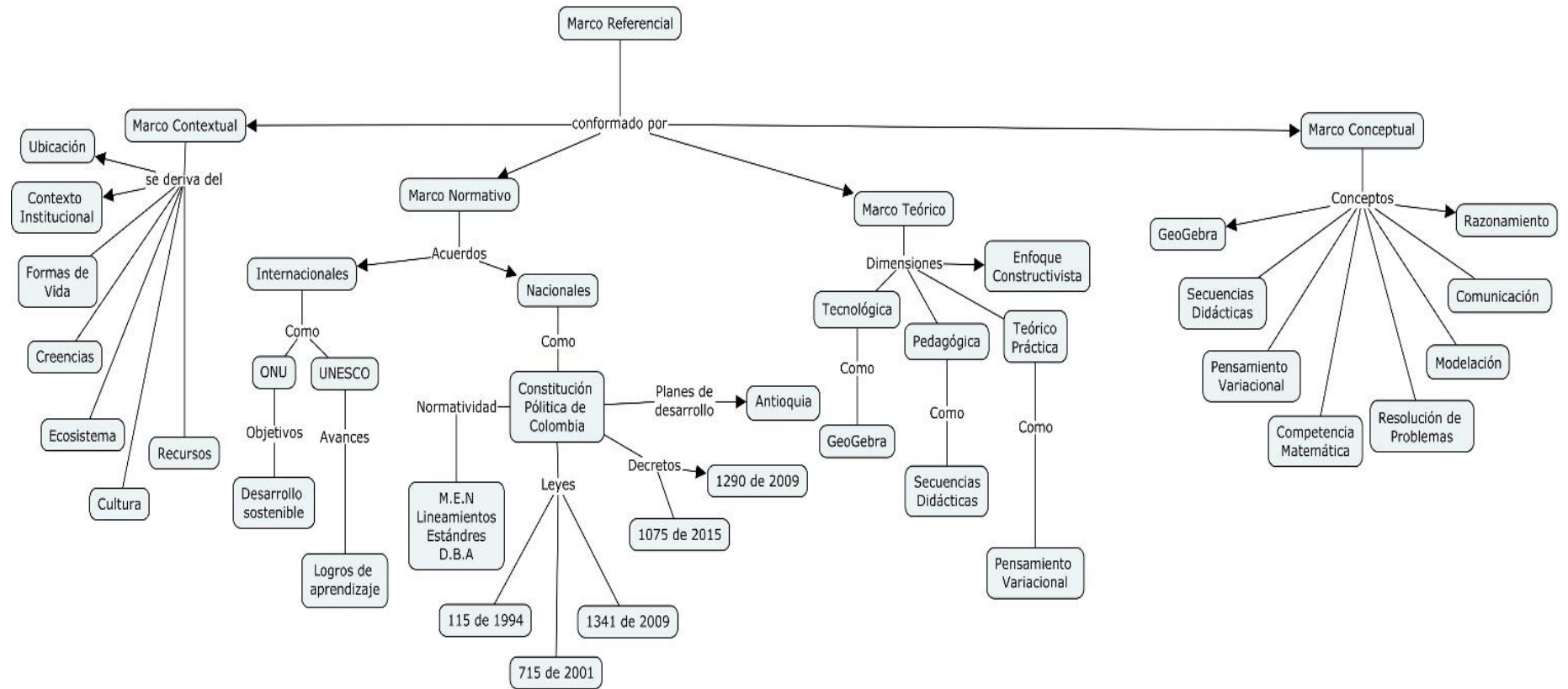
En este capítulo se marcan las líneas específicas sobre el desarrollo del pensamiento variacional en la resolución de problemas del contexto y el uso de la tecnología como herramienta mediadora en la potenciación de dicho pensamiento con enfoque constructivista, orientado desde la implementación del software GeoGebra como dinamizador de las prácticas pedagógicas y transformador de los ambientes escolares en el área de matemáticas, direccionado a la optimización de los procesos de razonamiento, ampliando desde variadas perspectivas el ámbito de la investigación y de los aportes científicos en lo referente al Marco Contextual, Marco Normativo, Marco Teórico, y al Marco conceptual.

En la figura 7, se muestra a manera de síntesis, una mirada al contexto de la institución objeto de estudio, las leyes y normas que rigen la institucionalidad educativa desde lo internacional y nacional, y que fundamentan el proyecto de investigación y los principales conceptos, propuestas y posturas, que fortalecen desde la teoría este estudio en desarrollo.



**Figura 7**

*Síntesis Marco Referencia Proyecto de Investigación*



**Nota:** Elaboración propia

## **Marco contextual**

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), definen el contexto como aquellos entornos en donde se desarrollan los estudiantes, dándole significado y sentido a las cosas que aprende, desde las diferentes áreas del saber. Aspectos como “condiciones sociales y culturales, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas” (p.19).

En concordancia con lo anterior, y con el fin de ser coherentes y estar en consonancia con las necesidades reales y las problemáticas relacionadas en medio de este estudio de investigación y con el ánimo de vincular la institución educativa en este proceso e identificar las características del entorno, se produce la presente construcción teórica donde se trascienden los saberes propios y externos, así como elementos de análisis de intercambios culturales, realidades materiales y acción del estudiante, que facilitan hacer posible nuevas prácticas pedagógicas que redunden positivamente en los ambientes de aprendizajes.

El trabajo de investigación que se realiza, se origina en el municipio de Yarumal, una localidad ubicada al norte del departamento de Antioquia y que fue fundada el 29 de marzo de 1787. El nombre inicial del municipio, fue San Luis de Góngora.

Mucho antes de que se fundara el municipio de Yarumal, estos territorios estaban ocupados por personas que se beneficiaban del oro y de lo que producía la tierra; los primeros colonos en llegar a esta región vinieron con el ánimo de explotar las minas de oro mucho más que con el interés de iniciar labores de agricultura. El sitio donde hoy se encuentra el municipio presentaba un paisaje agreste y por ello era muy difícil acceder a él; quienes primero lo hicieron,

fueron reductos de algunos españoles y se establecieron en un sitio del poblado denominado Morro Azul.

El 29 de marzo de 1787 se fundó Yarumal por medio de un acta que contenía las especificaciones físicas del lugar y dejaba constancia de cómo debía distribuirse los predios y de donde debía exigirse una parroquia, una cárcel y una institución de orden administrativo.

El nombre de Yarumal fue asignado por los habitantes del municipio de manera extraoficial y fue desplazando poco a poco en nombre de San Luis de Góngora. se llamó así, a este sitio, debido a la gran cantidad de yarumos existentes en el territorio.

Los principales apelativos con que se conoce el municipio son: Capital del Norte, Sultana del Norte, Estrella del Norte y Ciudad Retablo.

De la mano de la explotación minera, el desarrollo vial en el municipio ha sido siempre uno de los aspectos más avanzados; por ello, existe en este lugar un gran auge comercial e industrial que se ha visto favorecido con la aparición de manifestaciones de economía ilegal que se han extendido, además, por todo el norte de Antioquia; la construcción de caminos de herradura, comenzó en el momento mismo de la fundación, con el propósito de Conectar a Yarumal, con los municipios vecinos. La conexión con las jurisdicciones que conforman la región del Bajo Cauca y a través de esta, con la Costa Atlántica, se hacía por ríos. En 1830, se construyó la primera carretera que comunica a Yarumal con Medellín y es denominada “Troncal del Norte”.

Hoy en día, el municipio de Yarumal está separado de la capital del departamento por 120 kilómetros y se debe realizar un recorrido de alrededor de 3 horas con el fin de llegar a ella; es de anotar, que el siglo XX en Yarumal representa el florecimiento cultural y artístico de la vida del municipio, fue en este siglo cuando se inicia la historia del aporte yarumaleño a las

letras y a la educación con la fundación de la Institución Educativa de María en 1906 y posteriormente con la creación del primer kínder Garden de América Latina. Ya, en 1912 se fundan otras instituciones como la Normal Superior “La merced” con la casa matriz de las hermanas Terciarios Capuchinas.

De cara el siglo XXI, Yarumal se enfrenta a un siglo lleno de cambios donde está inmerso en proyectos del orden de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones, ya que se ha creado un punto de contenidos audiovisuales y de multimedia, en la Institución Educativa de María, con apoyo del ministerio de las TIC. Otros proyectos existentes actualmente, y que lo podrían convertir en un emporio comercial, son el proyecto Hidroeléctrico Ituango y la construcción de autopistas para la prosperidad.

Yarumal cuenta en la actualidad con 7 corregimientos y 47 veredas que derivan su funcionamiento económico de la lechería, la porcicultura y algunos grandes rasgos de agricultura con base en el café y la caña de azúcar.

La Institución Educativa de María, fue fundada por el doctor Pedro Pablo Betancur, en el año de 1906 y junto a esta institución, fue fundado el primer kínder Garden (jardín infantil) en Latinoamérica que implementaba las teorías Froebelianas. El colegio tenía una Clara orientación pedagógica y de allí, salieron grandes maestros como la señora Rosenda Torres Villarreal. Fue convertido en institución oficial en el año de 1993, fecha en la que se eligió como un Liceo departamental, dirigido por la rectora Alba Luz Londoño García quién en la actualidad continúa en la rectoría del colegio.

Es una institución que, en el momento, cuenta con 4 sedes urbanas: escuela urbana la Inmaculada, escuela urbana Pedro Pablo Betancourt, Santa Matilde y Rosenda Torres; y sedes

rurales de Chorros blancos abajo, chorros blancos arriba, José María Córdoba, La Floresta, el respaldo y Santa Juana.

La Institución Educativa de María se ajusta a las normas y orientaciones del decreto 1419 de 1978, que propone los fines del sistema educativo colombiano refiriéndose a la administración curricular, integrando las áreas y dando participación a toda la comunidad educativa, haciendo énfasis en el mejoramiento cualitativo de la educación formal; la Ley general 115 de 1994 que establece los mecanismos necesarios para llevar a cabo esta misión.

El Contexto socioeconómico de Yarumal en relación con la Institución Educativa de María, se destacan, el movimiento minero de la región y la influencia de los ríos Magdalena, Cauca y Nechí, que marcan el desarrollo económico de la región y se le da realce a Yarumal; así, el municipio cuenta con gran demanda y oferta de sus principales productos basados en la leche y los de orden agroindustrial, lo cual lo convierten en un municipio con gran cantidad de comercio, depósitos, agencias y proveedores, bancos y entidades financieras, además de un gran posicionamiento económico en el ámbito del emprendimiento y pequeña industria.

Posee gran cantidad de comercio relacionado con la leche y el talco, pero que de ninguna manera dan respuesta a la enorme cantidad de población existente, 47000 habitantes la mayoría de ellos en el sector rural.

En el municipio existe la raza mestiza, no hay asentamientos indígenas ni grupos étnicos; se distingue la población por su profunda tradición cultural con celebraciones especiales como las fiestas del Yarumo, fiestas patronales, y Semana Santa; además de la conmemoración de fechas especiales de orden cívico nacional. se puede afirmar que de las instituciones educativas yarumaleñas originan los principales aportes culturales al municipio, como lo son el periodismo, la pintura, la danza, la escultura, el teatro, la música y la poesía; Además, la situación estratégica

del municipio, permite el acceso permanente de turistas que traen su flujo cultural, incidiendo en un aumento alarmante del deterioro de los valores familiares y de las costumbres cotidianas, generado por la actividad social nocturna. Ello, afecta de forma notoria, la situación social de los estudiantes de la Institución Educativa de María, donde se realiza este trabajo de maestría.

En cuanto a la institución, se puede decir que está ubicada al lado posterior de la Basílica menor de Nuestra Señora de las Mercedes, calle 19 número 18-06. En la actualidad cuenta con 4336 estudiantes distribuidos en todas sus sedes, tanto de carácter urbano como rural y 120 educadores de los cuales 75 laboran en la sede central; 12 de ellos en el área de matemáticas y sus asignaturas inherentes.

En cuanto a características socioculturales y económicas de estudiantes se puede decir que Yarumal, por su ubicación es comparable a un puerto que presenta la salida y entrada constante de familias; por tanto se establece que la población educativa es fluctuante, en un porcentaje significativo, produciéndose así gran cantidad de altibajos en las matrículas ya que esta población, deriva su sustento y potencial productivo de la actividad económica más preponderante, en el área de influencias y de los fenómenos socioculturales como violencia, amenaza, extorsión, minería y negocios ilícitos, además, cosecha de café, producción panelera, lechera y sus derivados, porcícola y ganadera en una gran minoría.

De lo anterior, se presentan algunos fenómenos de pobreza que obligan el desplazamiento constante de las familias de un pueblo a otro, así, a la incursión temprana del estudiante al mundo laboral que le obliga a desertar de estudios.

En su sede central, la Institución Educativa de María cuenta con 42 grupos, 21 de ellos ubicados en la jornada establecida de 6:30 a.m. hasta las 12:30 p.m. y de 12:30 p.m. a 6:30 p.m. además de una jornada nocturna funciona de 6:30 p.m. a 10:30 PM y otra jornada dominical con

funcionamiento de nueve horas en este festivo; allí, acceden estudiantes de clases sociales diversas y en condiciones socioeconómicas que son producto de la ubicación geográfica del territorio yarumaleño considerado un puerto seco, por su posicionamiento al norte del departamento de Antioquia, de clima frío tendiente al tropical húmedo y donde convergen municipios aledaños como Angostura, campamento, Briceño, Valdivia y además la troncal del Norte que conduce a la costa colombiana.

Los grupos de estudiantes en su gran mayoría, están ubicados en estrato 1, pertenecen a familias disfuncionales algunos de ellos y en su inmensa mayoría provienen de padres cuyos estudios corresponden a la realización de la primaria y en otros, muy pocos casos son bachilleres o profesionales.

Se trabaja, en la Institución Educativa de María, con un modelo pedagógico integrado. En cuanto a los grados novenos, población objeto de este estudio, en el actual año lectivo corresponde a 228 estudiantes con características similares a los de toda la población antes mencionada y para los cuales, a través de todos los programas y proyectos institucionales, se trata de potenciar las competencias como un saber hacer, para un contexto determinado y bajo unas condiciones específicas; allí, en el grado noveno, y a partir del proyecto de consejería vocacional se trata, a partir del modelo pedagógico, de formar estudiantes, culturalmente competentes para vivir en un mundo globalizado, en una sociedad diferenciada, en una comunidad con múltiples problemas que requieren otra mirada para entenderlos y transformarlos y finalmente para que trasciendan en el mundo de la media técnica con la que también cuenta la institución en cuatro especialidades, informática, comunicación digital, agroindustria y comercio.

Respecto a las condiciones tecnológicas actuales, la institución cuenta con conexión a internet y dos salas dotadas de computadores; además, un punto vive digital, cuyas

características en recursos cómo computadores, televisores cámaras y otros instrumentos destinados a la producción y edición, permiten posibilidades de conocimiento y ambiente propicio para los estudiantes en el ámbito de las comunicaciones y el trabajo con software. Otros recursos existentes a nivel tecnológico dentro de la institución, son el aula de bilingüismo, dotada de computadores y tableros inteligentes; y un aula de matemáticas que posee materiales y recursos didácticos tendientes al logro de competencias de esta área. Es de anotar que en las circunstancias actuales de la presencia del COVID – 19, los estudiantes asisten en la modalidad de alternancia y pueden hacer uso razonable de cada una de estas dependencias, teniendo en cuenta todos los protocolos de bioseguridad exigidos por las normas y las entidades gubernamentales.

En el estudio del contexto han interactuado los elementos culturales, antropológicos, socioeconómicos, de origen, de historia y de biodiversidad del entorno, profundizando también en el reconocimiento e identificación de características y modelo pedagógico de la institución educativa objeto de estudio. Este conjunto de situaciones que se convierten en herramientas académicas para la realización de proyectos científicos, necesitan fundamentación en las normas técnicas, de manera que ello contribuya a desarrollos enmarcados dentro de la constitucionalidad vigente, tal como se evidencia a continuación:

### **Marco Normativo**

Delors et al. (1996), proponía una visión integrada de la educación basada en dos conceptos esenciales, aprender a lo largo de toda la vida y los cuatro pilares de la educación, aprender a conocer, a hacer, a ser y a vivir juntos. No era en sí un plan maestro para la reforma de la educación, sino más bien una base para reflexionar y debatir sobre cuáles deberían ser las opciones al formular las políticas que orientan por intermedio de normatividad y de principios y



leyes reguladoras, las tareas y quehaceres cotidianos, en fin, la situación organizacional de los países e instituciones.

En este caso y para dar cumplimiento a los requerimientos de la investigación en el ámbito de la normatividad y en los procesos educativos tendientes a optimizar la calidad en cada una de sus dimensiones, se hace necesario destacar los aspectos más importantes que concretan dichas políticas y orientaciones; ello será contemplados a continuación:

La Organización de Naciones Unidas ONU y la Organización Internacional del Trabajo OIT (2017), en el marco de los objetivos del desarrollo sostenible agenda 2030, en su objetivo n°4 propone “Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos” (p.21).

La actual propuesta busca la innovación de las actividades escolares en los ambientes de aprendizaje y tiene en cuenta de forma significativa el aporte al principio propuesto por la ONU en la promulgación de su objetivo y es coherente y relativo a la meta que corresponde a este trabajo de investigación, donde se implementa una herramienta TIC como estrategia didáctica constructivista en el desarrollo del pensamiento variacional en el área de las matemáticas.

En el informe de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 2017-2018), concluye que, “si bien existen avances en los logros de aprendizaje, aún queda trabajo por hacer, dado que más de la mitad de los estudiantes se concentra en niveles de desempeño bajo, sobre todo en las poblaciones de estudiantes más vulnerables”(p.30), así mismo, para el año 2030 se plantea la necesidad de seguir contribuyendo a una educación de calidad, inclusiva, equitativa y diversa para todos, donde los estudiantes adquieran competencias del siglo XXI, capaces de enfrentar los desafíos del mundo de hoy.

Este informe en particular, remite a la reflexión sobre la necesidad de fundamentar

modelos innovadores y de construcción del conocimiento partiendo de nuevas herramientas que, bajo los criterios de la UNESCO, permitan la posibilidad de un proceso de enseñanza y aprendizaje contextualizado y dirigido a la adquisición de competencias matemáticas desde un punto de vista inclusivo y diverso que fomente la calidad en todas sus direcciones.

Desde el marco nacional de principios orientadores de la educación, se establece que:

La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente. (Constitución Política de Colombia, 1991, Artículo 67).

Aquí, se regula la educación como un derecho que permite a su vez la realización de una función social y de acceso al conocimiento, a la ciencia y la tecnología, con miras al desarrollo en su totalidad de la nación; este artículo posibilita la reflexión sobre la inclusión de métodos y estrategias prácticas y dinámicas que, desde los currículos propuestos por las instituciones educativas, garanticen la formación del acceso del ciudadano colombiano a la enseñanza y el aprendizaje.

Debido a que en el artículo 67 de la constitución nacional de Colombia de 1991, promueve la necesidad de una educación de calidad y la contempla como derecho; las normas del país lo reglamentan en la Ley general de Educación 115 de 1994, estableciendo allí una filosofía de educación autónoma dirigida a conseguir procesos de autenticidad en calidad. Los fines que lo ratifican establecidos en el artículo 5, hablan del acceso al conocimiento, a la ciencia

y a la técnica, además, del fomento a la investigación desde el estímulo a la creación artística y cultural. Así mismo, al desarrollo de capacidad científica, reflexiva y analítica, tendiente al mejoramiento de la calidad de vida desde procesos sociales y económicos.

Igualmente, el artículo 20 de la misma ley, plantea dentro de los objetivos de la educación básica, propiciar una formación enmarcada en los principios de las habilidades y competencias que direccionan hacia la solución de problemas del contexto dadas en el razonamiento lógico, en la comunicación asertiva y en el análisis e interpretación de contenidos con miras a obtener sujetos empoderados del desarrollo económico y tecnológico del país.

En relación con el presente trabajo de investigación, esta norma posibilita la adecuación de currículos necesarios a optimizar específicamente en el grado 9° de educación básica los conocimientos relativos al pensamiento variacional y las competencias que de ello se derivan, creando contenidos que originados desde herramientas TIC conlleven a las buenas prácticas educativas y por ende a la construcción de una sociedad sostenible.

Otro referente de la educación en Colombia es la Ley 715 de 2001, en la cual se formulan las políticas, objetivos y normatividad para el sector educativo en Colombia. Este documento contiene las disposiciones legales y organizacionales de las instituciones educativas en las que se fundamenta el Proyecto Educativo Institucional, los comités de promoción y evaluación, nivelaciones y pertinencia de los contenidos en el currículo. Se encuentra ratificado en el artículo 9, en donde se estipula la disposición de recursos como posibilidad de brindar una educación de calidad, además de mencionar las funciones de la evaluación, direccionadas al mejoramiento continuo en los resultados de aprendizaje. De la misma manera, el decreto 1290 de 2009, proporciona herramientas y elementos que direccionan la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media; son contenidos en

dirección a dar claridad a la filosofía y horizonte institucional en donde involucrando el modelo pedagógico, se proporcionan estrategias para fortalecer el desarrollo integral de los estudiantes.

Otro compendio normativo que da sustento al proceso investigativo, y que alberga las demás políticas educativas, leyes y resoluciones en el plano nacional y local es el contemplado en el Decreto único 1075 de 2015, que reglamenta y recoge todo lo relacionado con el servicio educativo en Colombia. Este documento compila todas las demás leyes y preceptos que garantizan, promueven, aseguran, establecen e implementan el sector educativo para lograr los objetivos de la educación en todos los campos, áreas, disciplinas y saberes.

Desde una perspectiva internacional y dirigido al ámbito nacional, las TIC han tenido diferentes soportes científicos, tecnológicos y legales que le han dado relevancia desde mediados del siglo XX con la evolución del ordenador electrónico y la expansión de la web e Internet. Esto ha hecho que estas herramientas en las últimas décadas sean un potenciador en los procesos del conocimiento y generen a todas las sociedades, múltiples formas de comunicación y digitalización (Cabero et al., 2004).

Inherente a las TIC, existen regulaciones que enfatizan en la necesidad de organizar el funcionamiento institucional y en específico el que tiene relación con el área educativa y pedagógica. Ellas aparecen establecidas como criterios necesarios para concebir un proceso de calidad desde el orden digital y de las comunicaciones, y aportan elementos de valor que desde todos los puntos de vista, enriquecen la ciencia y el conocimiento, proyectando una reflexión directa hacia la implementación de políticas públicas que fomenten la inclusión de herramientas tecnológicas dentro de los lineamientos de enseñanza y aprendizaje, legalizando su usabilidad y otorgando algunas características que facilitan la obtención de resultados positivos en índices de calidad dentro del sistema educativo.

La Ley 1341 de 2009, ratifica lo anterior en su artículo 2 y 3, manifestando la necesidad de trabajar dimensiones tan importantes como el fomento de la investigación, la promoción y el desarrollo de las TIC, convirtiéndolas en políticas de Estado, de tal manera que, a partir de ello, se consoliden pilares para fortalecer las comunidades del conocimiento.

Otro soporte normativo de gran importancia en el ámbito de la educación de calidad en Antioquia, lo constituyen los planes de desarrollo que cobran vigencia en los años 2020-2023, y cuya organización promueve principios de equidad, inclusión, erradicación del analfabetismo y conocimiento como filosofía orientadora que redundará en beneficio de la población estudiantil. Ello se evidencia, en el pilar 4 que con relación a normatividad educativa se establece en el plan de desarrollo: “garantizar la cobertura, la calidad y la pertinencia de la educación” (p.19).

Directrices establecidas como parámetros de funcionamiento del sistema educativo en Colombia, son las que se relacionan directamente con la calidad educativa, la creatividad, los ambientes de aprendizajes y el trabajo colaborativo como parte fundamental del contexto social y del aprovechamiento del tiempo libre, además del manejo de estadísticas en la obtención de resultados en pruebas externas estandarizadas, son las que se generan desde el Ministerio de Educación Nacional MEN a través de los Lineamientos Curriculares (1998), establecidos específicamente en matemáticas y con los cuales se busca fortalecer las habilidades, competencias y pensamientos requeridos por los contextos actuales, y posibilitar un currículo armonioso desde los procesos generales como “el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos” (MEN, 1998, p.18).

Los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas (2006), constituyen también líneas de acción que contienen normatividad importante con relación al desarrollo del

pensamiento variacional y proporcionan desde su filosofía una herramienta de consolidación de currículos novedosos con el fin de garantizar mejores resultados en evaluación de tipo formativo, sumativo y optimización de resultados en pruebas saber. Los más ajustados a la realidad del pensamiento variacional y sus conceptos y componentes relacionados están manifestados en el modelado de situaciones de variación con funciones polinómicas; identificación y utilización de diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano, situaciones de variación e Identificación de la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y en gráficas que las representan.

En cuanto a los Derechos Básicos de Aprendizajes DBA (2016), son un recurso que guarda relación entre los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias y que permiten el acceso desde la formación del currículo a los saberes específicos, constituyéndose en una ruta de aprendizaje innovador, ajustado a las necesidades y problemáticas del aula. Aquí se traza la fundamentación del aprendizaje desde la concepción de estrategias que dinamizan los ambientes escolares posibilitando situaciones generadas en la utilización de los números reales, realización de operaciones, relaciones y representaciones para analizar procesos infinitos y resolver problemas; conceptualización acerca de las regularidades de las formas bidimensionales y tridimensionales; interpretación del espacio de manera analítica a partir de relaciones geométricas que se establecen en las trayectorias y desplazamientos de los cuerpos en diferentes situaciones y utilización de expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para realizar descripciones de situaciones concretas, tomando decisiones con base en su interpretación.

Fundamentar en leyes, se constituye en un medio importante para dar relevancia y

consolidar los principios básicos de los estudios realizados; sin embargo, es de trascendental importancia encausar la norma dentro de la teoría y de las posturas y pensamientos de investigadores que se convierten en referentes de consolidación de procesos educativos y de reestructuración de modelos pedagógicos. A continuación, los más característicos teóricos que han direccionado los procesos de pensamiento en torno a las matemáticas y a sus prácticas en los ambientes escolares, reflejan sus posturas en la necesidad de cambios en los currículos, desde la posibilidad de concebirlos con enfoques innovadores:

### **Marco Teórico**

Filósofos, teóricos e investigadores en los entornos académico y científico han considerado diversas concepciones de la educación en ambientes dinámicos y la necesidad de adaptarlos con diferentes recursos para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje. Paredes y Sanabria (2015), abordan la forma en que las comunidades educativas requieren de espacios y recursos innovadores que determinen su calidad y cuyas implicaciones se reflejen en resultados óptimos necesarios para el desarrollo económico y social, no solo de los entornos escolares, sino dirigidos al colectivo completo.

Para dinamizar los ambientes escolares a través de la implementación del software GeoGebra y dar trascendencia al pensamiento variacional a través de secuencias didácticas estructuradas, así como a las concepciones de un aprendizaje por competencias y direccionado a la construcción del conocimiento y resultados en pruebas estandarizadas, se abordan las siguientes teorías desde cuatro dimensiones que hacen posible el conocimiento y nuevas prácticas pedagógicas a través de su profundidad:

## ***Dimensión Tecnológica***

### **GeoGebra.**

A nivel internacional, se han evidenciado algunos enfoques que transmiten conocimientos específicos sobre la forma de abordar las matemáticas en ambientes dinámicos e interactivos.

Hohenwarter y Jones (2007), definen GeoGebra como una herramienta propicia para abordar el aprendizaje didáctico de las matemáticas, empoderándose de los recursos que el software puede brindar. Así mismo, este medio ha ido evolucionando de manera que se muestra como una metodología interactiva capaz de desarrollar competencias y habilidades en los estudiantes.

Fundamentados en el concepto anterior, teóricos han reflexionado sobre la importancia de la implementación de GeoGebra en el aula de clases; Arteaga et al. (2019), manifiestan la capacidad mediadora del software GeoGebra entre el alumno y el conocimiento, debido a que es un recurso didáctico por intermedio del cual se descubren nuevos conocimientos desde su manera alcanzable de ilustrar los procesos en los ambientes escolares, presentando el trabajo de una forma resumida tendiente al logro de objetivos de aprendizaje.

Frente a las contribuciones más importantes y en apuntes más actualizados sobre la incidencia de este software en la educación, otros autores han considerado que proporciona mecanismos novedosos, interactivos y dinámicos en los procesos de enseñanza y aprendizaje capaces de solucionar problemas que se puedan presentar en el contexto.

González et al. (2017), consideran que GeoGebra cumple con aspectos de enseñanza, y construcción de conceptos dinámicos por medio de la visualización gráfica que permite englobar los criterios en donde el aprendizaje es significativo con respecto a la enseñanza y que la



participación, comunicación y discusiones logran enriquecer el uso de la herramienta para mejorar los lineamientos en el uso de esta.

Otra consideración importante frente a las bondades de la implementación de la herramienta GeoGebra, y que transmiten la necesidad de un nuevo currículo y del trabajo en ambientes de aprendizaje dinámicos e interactivos, es lo estructurado por Real (2011), en su artículo *GeoGebra: Una herramienta de software libre con gran potencial en la formación a distancia*, donde se manifiesta que este recurso tecnológico constituye una ayuda para el docente, convirtiéndose en un complemento visual de sus explicaciones, en la que los estudiantes pueden experimentar actividades matemáticas significativas que orienten sus procesos de decisión, reflexión, comprobación, entre otras, fomentando la investigación.

En el ámbito nacional y local, varios autores han definido y considerado la implementación de GeoGebra como un instrumento de gran importancia frente a la didáctica de las matemáticas en el aula de clases. Dimensionan la atención que debe imperar en los procesos de modelación de un problema y su interpretación para la solución desde posibilidades gráficas que fortalezcan las competencias relativas a la comunicación, al ámbito social y lo cognitivo, potenciando el trabajo colaborativo (Pabón et al., 2015).

Al igual, Vergel-Ortega et al. (2016), ofrecen una reflexión centrada en la necesidad de obtener mejores resultados académicos cuando se incorporan recursos digitales como GeoGebra a los ambientes escolares y de aprendizaje; establecen en sus posturas que la incorporación de tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas, son medios que facilitan la modelación y comprobación de resultados en su posibilidad de realización de actividades lúdicas para el desarrollo de capacidades cognitivas.

## *Dimensión pedagógica*

### **Secuencias didácticas.**

Existen estrategias pedagógicas novedosas que en la actualidad abordan no solo el pensamiento, sino también el conocimiento en su forma de organizar las didácticas escolares; muchos son los teóricos que a nivel internacional, nacional, regional y local han direccionado desde sus principios las metodologías con las cuales en el aula se consiguen mejores resultados y aprovechamiento del tiempo en el ámbito académico.

Se abordan en esta investigación las siguientes teorías a nivel internacional:

Tobón et al. (2010), conceptualizan la planificación de la enseñanza mediante la realización de secuencias didácticas para las cuales, los pensadores enfatizan en la necesidad del reconocimiento del contexto y de sus problemas para afrontar desde allí la metodología en los ambientes de aprendizaje. Reiteran, que se hace necesario la realización de un diagnóstico de aula que profundice en las características académicas y del entorno social de los estudiantes, y lo expresan manifestando que el docente debe ser un estudioso del contexto, teniendo claridad desde los presaberes sobre las competencias que se deben fortalecer en los ambientes escolares, a través de la profundidad en los contenidos disciplinares, aplicando estrategias didácticas pertinentes.

Para tal fin y dar relevancia al trabajo por competencias, se desarrollan metodologías y didácticas dirigidas a diferentes prácticas pedagógicas en donde se articulan proyectos de aula involucrando los currículos de forma novedosa y trascendente para el conocimiento. Los teóricos conciben las secuencias didácticas como conjuntos articulados de actividades que posibilitan el aprendizaje y la evaluación desde la estructuración metodológica como mediador de procesos de aprendizaje y dinamizador de competencias (Tobón et al., 2010).

Frente a la implementación del software GeoGebra como herramienta interactiva para el trabajo en el área de matemáticas y la reorientación de metodologías y didácticas que organizan y estructuran un currículo propicio en el aula de clases, teóricos han producido tipos de pensamiento en donde articulan la importancia de las TIC con la necesidad del trabajo por secuencias didácticas; Pérez y Vargas (2019), afirman que el reconocimiento de distintos registros de representación, así como los conceptos de función lineal, variación, ecuación lineal, incógnita y solución de un sistema de ecuaciones lineales, se apoya fácilmente en el uso del software dinámico GeoGebra, con el propósito de modelar y generalizar situaciones de cambio y variación en el contexto; todo ello estructurado desde la base de una secuencia didáctica.

El concepto de secuencias didácticas abordado desde los trabajos de investigación realizados por Calderón-Zambrano et al. (2018), expresan la necesidad de que las actividades diseñadas a partir de esta metodología, se realicen en torno a competencias, contenidos e índices de calidad constituyéndose en el área de matemáticas como una herramienta indispensable en el desarrollo colectivo. Lo abordan, afirmando que las actividades deben estar diseñadas de manera que generen competencias y posibiliten aprendizajes progresivos, a partir de la realidad sin desviarse de los objetivos de aprendizaje. Además, plantean que frente a la estructuración de secuencias didácticas en donde se permita la usabilidad del software GeoGebra, se mejora el nivel de destrezas y habilidades originadas desde temáticas como funciones lineales y cuadráticas, fortaleciendo la comunicación entre el docente y el estudiante, instaurando nuevas posibilidades de conocimiento.

A nivel nacional y regional, los pensamientos dirigidos a la utilidad y a los aportes de las secuencias didácticas, cobran mayor relevancia las orientadas al fortalecimiento de las competencias comunicativas, interpretativa y del desarrollo de actividades lúdicas en el aula de

clases como fundamentos del conocimiento, centrado en habilidades para la vida. Salazar (2018), lo aborda manifestando que la construcción del conocimiento desde la usabilidad del software GeoGebra, se logra desde una participación activa, lúdica y de trabajo colaborativo, a partir de secuencias didácticas que vincula la temática con las competencias.

Las secuencias didácticas permiten la oportunidad al docente de generar pedagogías estimulantes en el aula de clases, de manera que la construcción del conocimiento se desarrolle de una forma articulada y sistemática, reforzando los esquemas planteados en el sistema educativo, que consideran frente a las temáticas como importante conceptualizar de manera lógica, diferentes situaciones problemas del entorno de las matemáticas; Saavedra et al. (2011), plantea que desde las secuencias didácticas se construyen significados modificando esquemas asociados a los conocimientos, constituyéndose en una forma de intervención del docente como elemento de abstracción reflexiva.

### ***Dimensión Cognitiva***

#### **Pensamiento Variacional.**

Teóricos de orden internacional han interpretado el Pensamiento Variacional desde diferentes puntos de vista, y han estudiado las contribuciones e impactos generados con este tipo de filosofías direccionados a las matemáticas y como soporte de fundamento a los cambios que deben darse dentro de variados contextos. Mendoza (2013), en su tesis de maestría titulada *Significando el Paso al Límite en Estudiantes que Inician Cálculo*, plantea que el pensamiento variacional es una línea de investigación que centra sus principios en análisis como forjador del concepto de cambio, desde donde se brindan soluciones a problemas de movimiento, relacionados con aritmética, geometría y mecánica. Así mismo, como tendencia actual y aporte metodológico al área de las matemáticas, argumenta que involucrar en diálogo conceptos como

variable, función, crecimiento y decrecimiento, permiten la comprensión del pensamiento variacional y el fortalecimiento de las operaciones formales.

El pensamiento variacional como sistema de estudio de fenómenos y de solución de situaciones, con respecto a la cognición humana, mediante conceptos de cambio y modelación, es abordado en las *Manifestaciones Emergentes del Pensamiento Variacional en Estudiantes de Cálculo Inicial en Chile*, como un desafío actual para la enseñanza y aprendizaje. Sus principios establecen que los fenómenos naturales y cotidianos, son un desafío para ser abordados desde la comprensión de la cognición humana, debido a que, en medio de ellos, el individuo logra desarrollar competencias matemáticas derivadas del pensamiento variacional orientado al desarrollo de habilidades (Cabezas y Mendoza, 2016).

En el contexto nacional el desarrollo del pensamiento variacional se propone desde las directrices emanadas del Ministerio de Educación Nacional, en relación con los Lineamientos Curriculares (1998), que se conciben como desarrollos y principios interestructurales capaces de proporcionar máximos niveles de rendimiento en los ambientes de aprendizajes a partir de los conceptos de variación y cambio, usados estos desde una perspectiva dinámica.

Así mismo los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2016), lo definen como la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos apropiados para describir, modelar y representar diversos sistemas de registro, desde situaciones verbales, icónicas, gráficas y algebraicas, cultivando este tipo de pensamiento.

En una interpretación de las anteriores contribuciones que del pensamiento variacional otorga a las formas dinámicas de solucionar situaciones problémicas, Vasco (2002), propone algunas disposiciones simbólicas como concepciones mentales para alcanzar el conocimiento desde este tipo de pensamiento, sosteniendo que sólo cuando existen tecnologías socialmente

disponibles como las palabras, símbolos y dibujos, se permite objetivar modelos mentales con miras a comparar y a reformular los conceptos de representación de la información.

La implementación de recursos TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje como soportes del pensamiento variacional y su usabilidad en los ambientes escolares, también son sustentados como contribuciones y sistemas de pensamiento en especial al área de las matemáticas. Martínez-López y Gualdrón-Pinto (2018), en el artículo de revista *Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno*, consolidan la información proponiendo que, desde el uso del libro de texto del estudiante, las TIC y las secuencias didácticas, como elementos de diálogo para mejorar ambientes de aprendizaje, se originan esquemas para el desarrollo del pensamiento variacional y del conocimiento.

Otro de los referentes importantes en la consolidación de un currículo novedoso es el implementado en el M.E.N. (2001), que apunta al pensamiento variacional y tecnologías computacionales, enmarcado en el proyecto *Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia*. Sostiene que se hace necesario el mejoramiento de la calidad educativa, respondiendo a retos actuales de la educación matemática, desde la base de la incorporación de contenidos tendientes a la transformación de los escenarios escolares que como la variación y el cambio son trascendentes para la interpretación de la historia de los individuos, instaurados desde dinámicas permanentes. Así, este pensamiento se ha convertido en los años, en columna vertebral para el desarrollo de procesos en las diferentes instituciones educativas y que, apoyados por las secretarías de educación del país, conlleven a una verdadera revolución en la transformación del conocimiento. Es así que el estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas.

A nivel específico, otros significados relevantes con inherencia al pensamiento variacional están generados en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), los Derechos Básicos de Aprendizaje (2016), y en las directrices que orienta el Ministerio de Educación Nacional a través del Icfes y la reglamentación desde la cual se conciben las pruebas Saber 9; allí, se fundamentan criterios puntuales que dinamizan este tipo de pensamiento, coadyuvando desde sus contenidos al posicionamiento de competencias en relación a patrones de regularidad, que implica el reconocimiento del comportamiento de un conjunto de datos, la identificación de magnitudes, la modelación, el análisis, capacidad de abstracción e inferencia en fenómenos de cambio y dependencia, procedimientos asociados a la variación directa, al manejo de proporciones en contextos aritméticos y geométricos, empleo del lenguaje algebraico en representación de variables y el concepto de función, entre otros.

### ***Enfoque Constructivista***

Es necesario reconocer los aportes de orden teórico que se han producido a nivel internacional a cerca del constructivismo como enfoque que puede direccionar la didáctica de las matemáticas, a través de cuyos principios se pueden establecer directrices y niveles organizacionales que permitan optimizar resultados en el área, proporcionarles a los conocimientos que de ella se generan.

El constructivismo, propone diferentes tipos de pensamientos como una tendencia práctica y oportunidad de logro en los ambientes de aprendizaje. En la lectura complementaria *El Constructivismo y las Matemáticas*, se introducen planteamientos tendientes a la reflexión sobre los procesos de orden individual y del trabajo colectivo como dinámicas para respetar los diversos ritmos y maneras de construir el aprendizaje, en donde el tiempo y el espacio son objetivos para maximizar la calidad en los procesos (Gregorio, 2002).

Las teorías constructivistas como posturas epistemológicas, también están direccionadas al área de matemáticas. Los fundamentos más relevantes que hacen énfasis en estas teorías y que se postulan como propósitos para logros determinantes en competencias en esta área, se han producido desde reflexiones como Kilpatrick, Gómez y Rico (1995), donde consideran que el conocimiento matemático es construido, a través de un proceso de abstracción reflexiva. Existen estructuras cognitivas que se activan en los procesos de construcción. Las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo; ello, induce la transformación de las estructuras existentes.

Piaget (1974), a través de consideraciones en Psicología y Epistemología, considera que existen dos poderosos motores que hacen que el ser humano mantenga ese desarrollo continuo de sus estructuras cognitivas: la adaptación y el acomodamiento. Al conjugar estos elementos, se puede conocer la importancia de vincular un marco teórico con la práctica pedagógica que ha de ejercer un docente, al enseñar los contenidos matemáticos en el aula.

Dos de los aportes de mayor relevancia desde este enfoque y en dirección al pensamiento variacional como oportunidad académica, lo constituyen Waldegg (1998) y Castillo (2008), aportando criterios para desarrollar estrategias de enseñanza y aprendizaje considerando conceptos desde las necesidades del alumno que redunden en la solución de problemas orientados desde ámbitos constructivistas, proporcionando equilibrio en las estructuras mentales de los estudiantes. Así mismo, en relación a la modelación sistémica constructivista, sostienen que esta tiende a buscar explicaciones holísticas desde la consideración de fenómenos cuya variación produce reacomodos y reacciones; ello fortalece la interdisciplinariedad en el sistema.

A nivel nacional, se habla de que la incorporación de la ciencia, la tecnología y la innovación a las didácticas en los ambientes de aprendizajes matemáticos, generan aportes enriquecedores, siempre y cuando se desarrollen desde enfoques constructivistas, con tendencia



al logro de mayores resultados en contextos particularmente difíciles. En el artículo de revista *Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, se conciben estos pensamientos a manera de conclusión sobre la necesidad de planeaciones dinámicas, aportando una línea de pensamiento donde se fundamenta la enseñanza de las matemáticas como la oportunidad de conceptualizar un horizonte de directrices para la comprensión, construcción y evaluación de las acciones didácticas que propicien la adquisición y el desarrollo de habilidades y actitudes para un adecuado desempeño matemático en la sociedad (Herrera et al., 2011).

La teoría es un fundamento importante en la generación de los procesos educativos; ella es una tendencia que profundiza en la necesidad de establecer ejes articuladores y criterios novedosos para el fortalecimiento de las prácticas pedagógicas; en coherencia con dichos principios, también resulta importante realizar un análisis de los conceptos fundamentales que complementan estas posturas. A continuación, se relacionan los significados y concepciones requeridas por este estudio de investigación:

### **Marco Conceptual**

La investigación en pensamiento variacional aborda problemas derivados de la enseñanza y el aprendizaje de los conocimientos, empleando bases teóricas y metodológicas bien delimitadas y abarcando tanto estudios como conceptos de donde se pueden direccionar prácticas y dinámicas como constructores de desarrollo de proyectos de aula contextualizados. Villa-Ochoa y Ruiz (2010), manifiestan que los problemas que involucran situaciones de variación y cambio de la vida diaria son un recurso para desarrollar el pensamiento variacional de los estudiantes, en los cuales se recomienda el manejo de tablas, el uso de calculadora y recursos TIC.

Cuando se habla de significados y sobre todo cuando los conceptos apuntan a resignificar el aprendizaje y abordan además teorías y posturas diferentes que, en gran manera, contribuyen a enriquecer didácticas y modelos de desarrollo distintos, es cuando cobra gran trascendencia el hecho de evidenciar la ciencia con relación al conocimiento.

En el caso de esta tesis de maestría, son muchos los conceptos que determinan y direccionan los procesos teóricos y prácticos; algunos de ellos, han sido filosofías y principios que han establecido los grandes cambios en la implementación de otros modelos educativos, pedagógicos y de estructuración del tejido social.

En relación con la implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista en el desarrollo del pensamiento variacional, se destacan los siguientes fundamentos de conceptos:

### ***Software GeoGebra***

Hohenwarter y Jones (2007), resignifican la concepción de GeoGebra desde una dimensión dinámica para abordar el aprendizaje de las matemáticas y enriquecerlo desde un recurso evolucionado de interactividad para desarrollar competencias y habilidades en los estudiantes. La evolución y el desarrollo de las TIC, contextualizadas y direccionadas hacia los ambientes de aprendizaje hacen que este recurso, facilita la construcción del conocimiento dirigido a proporcionar habilidades y destrezas en torno al cambio y la variación.

### ***Secuencias Didácticas***

Tobón et al. (2010), define las secuencias didácticas como un conjunto de actividades que en forma sucesiva se ordenan entre sí para enseñar los contenidos y las competencias con miras a posibilitar aprendizajes significativos y coherentes en los estudiantes. Deben estar diseñadas sin desviarse de los objetivos propuestos por las directrices organizadoras de los sistemas

educativos. Para su organización y estructuración, deben estar sujetas a aprovechamiento de los recursos visuales que aportan en forma dinámica a la construcción del conocimiento.

### ***Pensamiento Variacional***

Según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), el pensamiento variacional se concibe como una dimensión dirigida “al reconocimiento, percepción, identificación y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (p.66). así mismo, frente a las situaciones de aprendizaje obtenidas en esta dimensión, cuando se involucra el pensamiento variacional, se producen registros de representación simbólica con relación entre lo que cambia y lo que permanece constante; en este orden de ideas, constituye una oportunidad para la solución de problemas del entorno y no solamente en el área de matemáticas, sino también en otras ciencias del conocimiento, siendo un contenido interdisciplinario.

### ***Cambio y variación***

Arce et al. (2005), los define como aquellas situaciones o fenómenos de dependencia e independencia entre magnitudes que constituyen elementos propicios para la construcción de la noción de variable y su representación algebraica como punto de partida para la solución de problema de contexto.

### ***Patrones de regularidad***

Son concebidos por los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), como los procesos relacionados con el pensamiento variacional, los cuales rigen las figuras que involucran visualización, exploración y manipulación durante las didácticas de generalización y que permiten preparar el aprendizaje comprensivo de los sistemas algebraicos y el manejo que

por intermedio de símbolos construyen el conocimiento.

### ***Magnitudes***

Caggiani et al. (s.f.), las caracteriza como propias de la medición, expresadas a través de dimensiones que poseen un respectivo valor numérico y un símbolo representativo. Así mismo, representan la posibilidad de un punto de vista físico con un atributo cuantificable. Desde la percepción matemática, la magnitud, la constituye un conjunto de cantidades que reúnen propiedades sumables y multiplicables para un número real.

### ***Competencia Matemática***

Los Estándares Básicos de Competencias (2006), conciben la competencia matemática como una incorporación de tipo pragmático que por medio de instrumentos dinámicos y didácticos hacen que se introyecte el conocimiento matemático, utilizando conceptos, proposiciones y prácticas derivadas del pensamiento lógico, como herramientas que resignifican las teorías del aprendizaje aritmético, y así mismo, todas las dimensiones del ser humano relativas a la comprensión científica del mundo, con tendencia a la praxis cotidiana. Se habla de matemática competente diseñada para los ambientes de aprendizaje, cuando se adaptan modelos reflexivos y críticos, configurados como un cuerpo de conocimientos que expresen condiciones sociales y que derivan en la calidad de vida y en los desempeños como ciudadanos del mundo, además de proporcionar resultados satisfactorios dentro de la evaluación.

### ***La Formulación, Tratamiento y Resolución de Problemas***

Los Estándares Básicos de Competencias (2006), presenta el concepto de formulación, tratamiento y resolución de problemas, como un eje organizador del currículo en el área de matemáticas, teniendo como contenido inicial las situaciones problemas originadas en el contexto, cobrando sentido en la medida en que las experiencias cotidianas puedan ser

estructuradas desde ambientes de pensamiento matemático, de manera que desarrollen actitudes mentales con características propias de la argumentación y la proposición en el arte de resolverlas.

### ***La modelación***

Los Estándares Básicos de Competencias (2006), definen la modelación como un sistema de representación mental, que, desde la usabilidad de figuras y simbología gráfica, posibilitan entender la realidad de una manera comprensible, tendiente a la transformación del entorno desde procedimientos experimentales apoyados en la utilización de objetos reales, resignificando las expresiones algebraicas y produciendo a la vez nuevos conceptos a manera de metáforas, analogías, símiles o alegorías. A consecuencia de la usabilidad de este proceso matemático, en donde se encuentran diversos niveles de complejidad, se pueden realizar predicciones, cálculo numérico, obtención de resultados, generalizaciones y verificación razonable relacionadas con las condiciones iniciales de una situación problema.

### ***La Comunicación***

Los Estándares Básicos de Competencias (2006), establecen la comunicación como un conjunto diferenciado de indicadores que el hombre utiliza como estrategia de expresión utilizando formas de lenguaje distintos, ya sea en lectura, escritura, habla o escucha. En el ámbito de las matemáticas, se constituye como un proceso para el fomento de la discusión de situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones y una forma para tomar conciencia de la coherencia entre los elementos anteriores, desde el abordaje de lo individual a lo colectivo, dirigido a la solución de problemas del entorno.

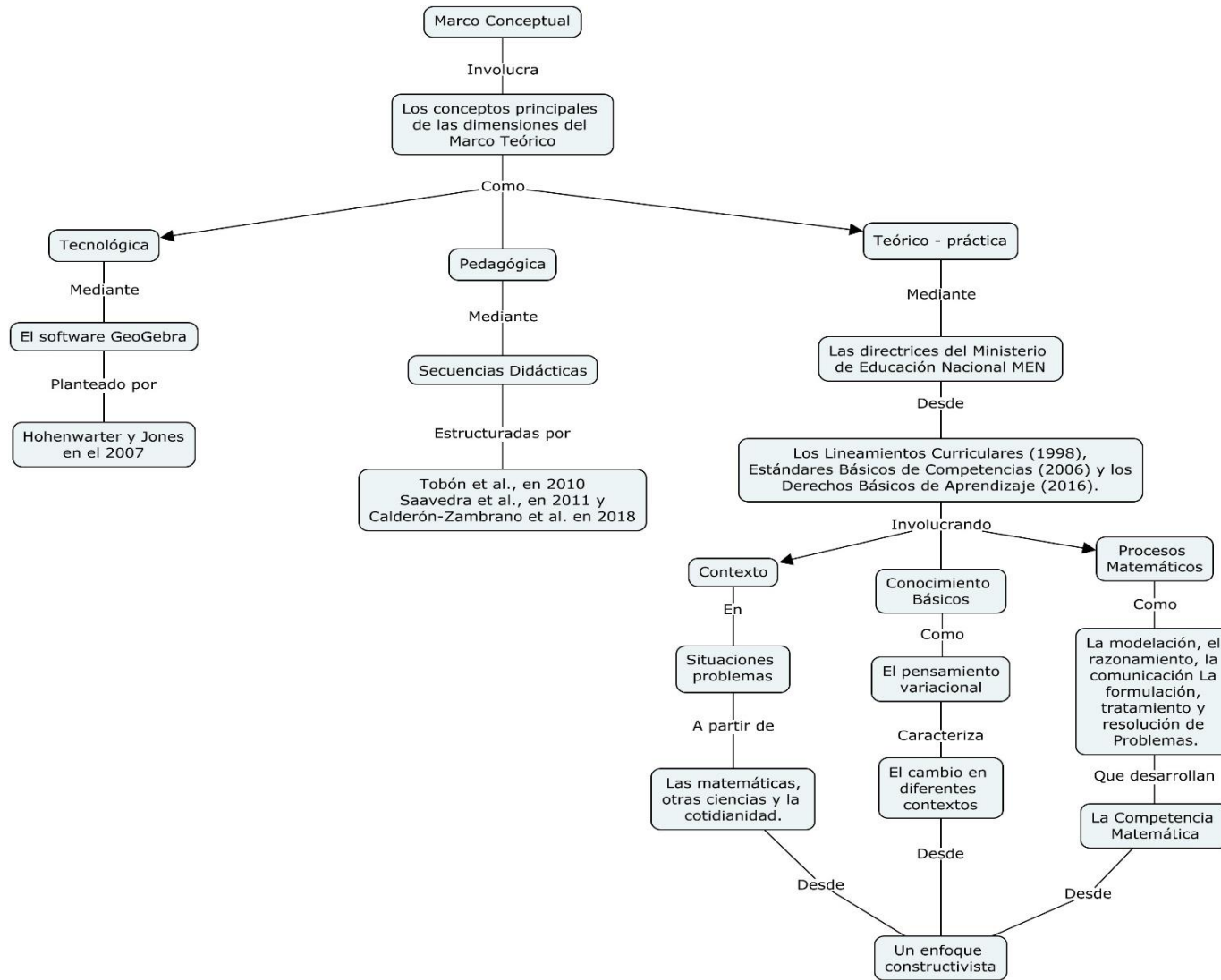
### ***El Razonamiento***

Los Estándares Básicos de Competencias (2006), lo definen como una actividad mental

capaz de originar regularidades y relaciones dimensionando la interpretación y las posibles respuestas a situaciones provenientes de la experiencia, lo cual permite adaptar o rechazar ciertos argumentos o razones que, en virtud de los problemas y las conjeturas diarias, son factibles de análisis. En el área de las matemáticas, el razonamiento se constituye en una posibilidad mental necesaria a la hora de ser utilizado como modelo para la interpretación de materiales físicos y del orden de la manipulación y en la memorización de reglas y algoritmos, donde con sentido y lógica se potencie la capacidad para pensar y discernir.

En síntesis y dirigido a reivindicar la teoría desde los principales conceptos generados en este estudio de investigación, tendiente a la implementación del software GeoGebra como herramienta didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, con el objetivo de dinamizar el ambiente escolar en los alumnos de noveno grado de la Institución Educativa de María del municipio de Yarumal, los criterios de significado utilizados se constituyen en fortalecedores de las didácticas renovadoras del currículo, además de ser principios que canalizan las prácticas pedagógicas y tienden a la solución de problemas propios del entorno con trascendencia al desarrollo local y regional. A continuación, se presentan una serie de concepciones que con alcances y dimensiones diferentes proporcionan elementos de reflexión frente a la formulación de una propuesta innovadora que favorezca el desarrollo de competencias matemáticas para la vida en ambientes interactivos, planteados conceptualmente en la figura 8.

**Figura 8**  
*Síntesis Marco Conceptual Proyecto de Investigación*



**Nota:** Elaboración propia.

### Capítulo 3. Metodología

El trabajo de investigación realizado sustenta sus planteamientos tal como se anuncia en los alcances, desde la implementación del método cualitativo con algún tipo de posibilidades descriptivas e interpretativas, enmarcado en las teorías de Balcázar et al. (2013), debido a que se fundamentan en la necesidad del conocimiento de la realidad, comprendiéndola y percibiéndola en forma directa, en donde juega un papel importante la perspectiva holística como mediador de la interpretación del contexto, constituyéndose en un soporte de investigación basado en escenarios y personas que se forman hacia el humanismo propiamente dicho y proporcionando elementos valiosos en forma descriptiva, hacen posible que los estudiantes como organización social estén direccionados con tendencia a la solución de fenómenos complejos.

El enfoque propuesto permite el acercamiento y encuentro directo con los conceptos que en esta estructura se manejan y que constituyen el objeto de estudio; en este caso, se permite la observación de características y rasgos de desempeño relativos al desarrollo del pensamiento variacional y que están asociados a criterios de cambios y variación, así como de los procesos de modelación bajo las premisas de que los nuevos conocimientos matemáticos sean interpretados como análisis y explicaciones para fenómenos naturales y resolución de problemas del orden de lo cotidiano y de lo personal.

Cualitativo además, porque muchos estudios de investigación y específicamente el presente, busca que a partir de la implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica y constructivista se generen patrones de regularidad que permitan el desarrollo del pensamiento variacional, desde el punto de vista de la descripción de particularidades en la génesis de las competencias de los alumnos de noveno grado de la Institución Educativa de María del Municipio de Yarumal Antioquia; aquí, se pretende observar y analizar aspectos



expresados en relaciones estructurales entre los elementos de una determinada composición o configuración, todo ello presentado en diferentes contextos, que según Obando y Múnera (2003), están dados en los subcampos numéricos, geométricos, estadísticos y métricos, donde a través de deducciones se establezcan generalidades.

El trabajo es descriptivo por cuanto la manera de dar validez a cualquier tipo de resultado, se lleva a cabo a partir de caracterizaciones cualitativas sobre dificultades en las competencias propias del pensamiento variacional, como son la comunicación, la resolución y la argumentación; y las logradas, además, a través de los desempeños tras la implementación de software GeoGebra en pruebas posteriores generados desde la parte metodológica; otros procesos a describir, en cuanto a desempeños de los estudiantes de noveno grado y en lo relacionado con dicha implementación, son el empleo de las representaciones y la generalización como base del uso de los sistemas algebraicos de la muestra objeto de estudio.

### **Modelo de Investigación**

Este constructo corresponde a una Investigación Acción Pedagógica (IAP), por que aborda aspectos relacionados con la búsqueda del mejoramiento en la calidad de procesos de enseñanza y aprendizaje a través de la implementación de un recurso tecnológico, que como el software GeoGebra, esté en capacidad de proporcionar elementos de análisis y explicación de fenómenos centrados en las competencias, de acuerdo a los cinco tipos de pensamiento establecidos en los Estándares Básicos de Competencias como el Numérico, Variacional, Métrico, espacial y Aleatorio. Restrepo (2004), plantea que las prácticas pedagógicas han de ir acompañadas de procesos de interpretación y análisis, derivados de los direccionamientos propios, de los saberes y presaberes de los estudiantes y de las interrelaciones sociales que en ellos están representadas; se considera entonces, que la investigación cuando está cimentada en

la Acción Pedagógica, hace posible al logro de objetivos inherentes a la solución de problemas del contexto.

### **Participantes**

El proyecto de investigación que se realiza, se lleva a cabo en la Institución Educativa de María, ubicada en el municipio de Yarumal Antioquia, cuya sede principal cuenta actualmente con cuarenta y dos grupos, distribuidos en tres jornadas diarias; en su jornada número uno, estudian grados como los sextos y séptimos y dos grupos de decimo y undécimo correspondiente a una especialidad de media técnica en Agroindustria Alimentaria; en la jornada número dos, realizan sus estudios los grados octavos, novenos, decimos y undécimos restantes, con medias técnicas en Agroindustria Alimentaria, Informática, Comunicación digital y Asistencia Administrativa.

Cabe anotar que a nivel social y por ende en el ámbito educativo, Yarumal enfrenta un siglo lleno de cambios, donde se consolidan proyectos de gran importancia regional, dados en el campo de las tecnologías, de la información y la comunicación, implementación de la estrategia de escuelas digitales y puntos de desarrollo de contenidos audiovisuales y de multimedia; y la Institución Educativa no ha sido ajena a ellos.

A nivel económico, Yarumal posee una población ubicada en promedio, en puntajes uno y dos del Sistema de Identificación de Potenciales Beneficiarios de Programas Sociales SISBEN cuya derivación para su supervivencia está dada en la producción y comercialización de la leche y la porcicultura, pero enfrenta, sobre todo dentro de su población de niñez y juventud, procesos de malnutrición, disfuncionalidad familiar, cordones amplios de miseria y sistemas consolidados de microtráfico y drogadicción que afectan en una gran mayoría a los estudiantes.

El proyecto implementación del software GeoGebra será efectuado a un grupo de

cuarenta estudiantes de la jornada número dos, cuyas características fundamentales en el orden del pensamiento matemático, radican en bajos desempeños en pruebas Saber marcado también bajos indicadores institucionales; además, es un grupo con dificultades en competencias comunicativas, operaciones básicas y en problemas que involucran situaciones de variación y cambio para el desarrollo del pensamiento variacional, haciendo mal usos de los sistemas de representación y por ende en la vida cotidiana, de competencias y habilidades en la argumentación y solución de problemas de contexto.

Los estudiantes de noveno grado objeto de estudio y de puesta en marcha de propuesta, son 21 mujeres y 19 hombres que oscilan entre los 14 y los 16 años de edad, población dentro de la cual se trabajara el proyecto.

### **Categorías de Estudio y otros Indicadores**

Teniendo en cuenta que los objetivos del proyecto persiguen como meta central la necesidad de realización de un trabajo sensible a competencias propias del pensamiento matemático y en específico a aquellas relacionadas con la resolución de problemas en el entorno más inmediato de los estudiantes, es imprescindible fundamentarlo por categorías; estos procesos permiten clasificar todos los criterios y elementos depositados en la investigación, de tal modo que su finalidad sea la trascendencia a las competencias estudiadas aquí. A continuación, en la tabla 1, se plantea una estructura en donde es posible la visualización de conceptos con posibilidad de análisis y medición que conllevan al logro de objetivos específicos del estudio.

**Tabla 1.***Categorías de estudio y otros indicadores*

<b>Objetivos específicos</b>	<b>Competencias</b>	<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Instrumentos</b>	<b>Estrategia por objetivo específico</b>
<b>Diagnosticar el nivel actual en cuanto al pensamiento variacional y las falencias en los estudiantes.</b>	Pensamiento variacional	Pensamiento variacional	Secuencias numéricas.	Porcentaje de aprobación de cada pregunta de la prueba diagnóstica, con relación al pensamiento variacional.	Prueba diagnóstica	Diseño y aplicación de instrumentos
			Expresión general de una sucesión.	Nivel de desarrollo del pensamiento variacional	Observación Participante en grupos de trabajo, por medio de indagación y aplicación de un cuestionario.	
			Relaciones, transformaciones y comparaciones entre expresiones algebraicas.			
			Regularidades en formas bidimensionales y tridimensionales			
			Variación del movimiento de diferentes objetos			
			Patrones de comportamiento			

<b>Diseñar experiencias de estrategias didácticas a través del uso de los recursos del software GeoGebra, que permitan al estudiante el desarrollo del pensamiento variacional.</b>	Software GeoGebra	Recursos del software GeoGebra	Interfaz del software GeoGebra	Manejo de la interfaz del software GeoGebra	Secuencias didácticas implementada con actividades	Diseño y estructura de experiencias didácticas
<b>Incorporar actividades generadas de los recursos del software GeoGebra como estrategia constructivista que impacten el desarrollo del pensamiento variacional.</b>	Constructivismo	Estrategia didáctica constructivista	Secuencias didácticas	Implementación de actividades con mediación del software GeoGebra	Secuencias didácticas implementada con actividades	Implementación de la secuencia didáctica constructivista
				Adecuación de las mallas curriculares a través de la implementación de secuencias didácticas		

<b>Evaluar el nivel de desarrollo del pensamiento variacional a través de implementación de talleres, como alternativa constructivista en el desarrollo de procesos de aprendizaje.</b>	Procesos de aprendizaje	Procesos de aprendizaje	Razonamiento Modelación Comunicación Argumentación La Formulación, Tratamiento y Resolución de Problemas	Evaluación del nivel de pensamiento  Afianzamiento de las teorías	Prueba final  Grupos de discusión	Diseño, estructura y aplicación de prueba final y de un cuestionario de preguntas abiertas con posibilidad de argumentación y análisis
---	-------------------------	-------------------------	---	---	---	--

*Nota:* Elaboración propia.

### ***Categorías***

Con el fin de dar profundidad al conocimiento y abordarlo en el proyecto de investigación, desde la teoría y la práctica, haciendo aproximaciones a sus componentes, características y relaciones más profundas, así como de dar al objetivo de la investigación un criterio aplicativo; se recurre entonces a una sistematización de nociones más generales de cada una de las categorías generadas como objeto de este estudio.

### ***Pensamiento variacional***

Vasco (2006), lo describe como una manera de pensar dinámica, desde donde se producen en forma mental, sistemas que relacionan variables internas, dejando que estas varíen en forma conjunta y semejante a los patrones de cantidades de las mismas y de su proceso recortado de la realidad. Este tipo de pensamiento pone su énfasis en el estudio organizado y sistémico de la noción de variación, cambio y modelación matemática, generadas en los problemas del contexto.

### ***Software GeoGebra***

Hohenwarter y Jones (2007), lo conciben como una plataforma donde se crean representaciones gráficas relacionadas u orientadas a las matemáticas, en donde se incluyen procedimientos algebraicos, geométricos, gráficos en 2D, 3D, probabilidades, entre otros, que pueden ser utilizados en los ambientes de aprendizajes para mejorar los conocimientos de los estudiantes. Así mismo, este recurso permite al estudiante manipular construcciones realizadas deduciendo resultados y propiedades de los objetos que intervienen.

Frente a las competencias propias del pensamiento matemático y las derivadas de las directrices del MEN, Sánchez (2003), menciona los atributos de este software como la constructividad, navegabilidad, interactividad, calidad de contenido e interfaz, donde el

estudiante interactúa con los objetos en espacio y tiempo, explorando de manera flexible rutas, líneas y secuencias en la realimentación dinámica de eventos.

### ***Constructivismo***

Serrano y Pons (2011), la define como una corriente pedagógica en donde se postula la necesidad de entregar al estudiante las herramientas, elementos y didácticas que fortalezcan de una manera oportuna y eficaz, la construcción de sus propios andamiajes y procedimientos para resolver situaciones problemas. Así mismo, se aborda como una posibilidad de interacción con el medio para la construcción del conocimiento.

Transformar los entornos educativos desde el constructivismo, en la realidad y contextos actuales, se puede generar desde procesos abordados por las TIC como herramientas que otorgan cambios en las dinámicas de interacción en distintas esferas. Bustos-González (2005), y Arboleda y Rama (2013), especifican que las TIC como soporte didácticos constructivistas, proporcionan una serie de transformaciones de orden curricular, pedagógico, didáctico y evaluativo que interviene en la creación y ampliación de experiencias de aprendizaje que estimulan al alumno para que construya el conocimiento haciendo uso de la autonomía y responsabilidad, permitiendo finalmente el trabajo colaborativo.

La pertinencia de usabilidad constructivista en el entorno escolar y especialmente en el grado noveno, está dada en la motivación y participación que de esta filosofía se desprende, direccionada al afianzamiento de habilidades como la interpretación y la comprensión del entorno en todas sus dinámicas relacionadas.

Frente al mejoramiento del aprendizaje a partir del constructivismo y el logro de competencias asociadas al pensamiento variacional, la incorporación del software GeoGebra como herramienta pedagógica, específicamente en el fortalecimiento de los procesos de



razonamiento, modelación, comunicación, formulación, tratamiento y resolución de problemas, el MEN en sus directrices, propone la elaboración de secuencias didácticas dinamizadoras.

### ***Procesos de aprendizaje***

Alonso y Gallego (2003), lo definen como el rasgo afectivo, cognitivo y fisiológico que sirve como un indicador de cómo el estudiante concibe y responde al entorno de aprendizaje, de donde se derivan las formas activas, reflexivas, teóricas y prácticas, que de manera cíclica se dan en la planeación curricular para la obtención de logros y competencias.

Los Estándares Básicos de Competencias y DBA otorgados por el MEN para el grado noveno, permiten una posibilidad de reflexión direccionada a la pertinencia de procesos de aprendizaje cuando en su esencia misma, invitan a construir dinámicos desde el análisis, la transferencia y planificación como motores de la resolución de problemas del contexto.

### **Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos**

Los instrumentos y las técnicas de recolección de datos determinan en toda investigación la calidad de información proporcionando confiabilidad y veracidad, no sólo frente a conocimientos ya establecidos en los estudios, sino en dirección a las características prácticas y a los resultados que desean obtener así, como a la proyección de nuevas verdades y enfoques por descubrir.

A continuación, se relacionan en forma descriptiva las técnicas observadas y utilizadas en este estudio:

### ***Prueba diagnóstica***

Es importante darle relevancia en el campo de las matemáticas y especialmente de las competencias de los estudiantes en lo relacionado con el pensamiento variacional, referente a los tipos de respuestas en evaluación, con el fin de reconocer en ellas, sus esquemas conceptuales y

los inherentes a los procesos de aprendizaje (VER ANEXO C); ello, con el fin de planificar la estrategia didáctica a seguir y los tipos de aprendizaje a implementar para obtener óptimos resultados en pruebas estandarizadas y los deseados a nivel de desempeño.

Alberts et al. (1986), y Johnson (1987), conciben la evaluación diagnóstica como aquella prueba que permite la comprensión de los procesos de clases en lo tendiente a contenido direccionado a los objetivos y los enmarcados a las políticas educativas del país. Así mismo, a partir de ellas, se originan respuestas que demuestran los criterios operacionales de cada concepto matemático y de las dificultades derivadas de aspectos prácticos adquiridos por los estudiantes.

Ben-Peretz et al. (1986), la plantean como un instrumento dinamizador capaz de estimular en el estudiante aprendizajes destinados a las competencias para la vida y es a la vez, una herramienta de investigación y de laboratorio que definen resultados en procesos de comunicación de conocimientos, uso de instrumentos de medida, interpretación de la información, conceptualización del contexto y solución de problemáticas.

Se considera la aplicación a los estudiantes de una prueba diagnóstica en el grado noveno de la Institución Educativa de María, con el fin de caracterizar esta población, frente a su nivel de desarrollo de habilidades asociadas con el pensamiento variacional.

Se anuncia que la prueba diagnóstica a realizar con los estudiantes, con miras a obtener datos preliminares sobre pensamiento variacional y las competencias inherentes a ello; está constituida inicialmente por una sesión de introducción e identificación del contexto, contiene, además, el objetivo específico a alcanzar durante su desarrollo; en segundo lugar, aparecen 10 preguntas relativas a la puntualización de presaberes en los aspectos antes mencionados del pensamiento matemático y que están plasmados en las subcategorías de este estudio

direccionadas en el objetivo específico número uno. Esta prueba diagnóstica se implementará por medio de la herramienta Google Forms.

**Google Forms:** Según Leyva et al. (2018), es un instrumento interactivo que describe lo que se puede hacer con determinado público del cual se pretende recolectar cualquier tipo de información de forma eficiente; mediante planificación de cuestionarios, encuestas y realización de preguntas a los estudiantes de noveno grado. Se caracteriza por ser un mecanismo de intervención operativa de procesos, que desde las TIC posibilita la organización de datos tabulados estadísticamente, con el fin de proporcionar información porcentual a los logros de los estudiantes.

En esta investigación, se desarrolla un cuestionario con una serie de preguntas de selección múltiple con única respuesta, formuladas con la información que se pretende obtener. El instrumento, será enviado para ser contestado por los estudiantes en los ambientes de aprendizaje y en su modelo de alternancia, con el fin de obtener resultados en una hoja de cálculo y posteriormente, construir un análisis que ayude a visualizar procesos pedagógicos y requerimientos de los estudiantes en lo relativo al pensamiento variacional.

### ***Observación participante***

Taylor y Bogdan (1984), la describen como un proceso que permite todo tipo de aprendizaje a través de la explicación y el descubrimiento de patrones, involucrando la interacción social entre el investigador y los informantes en escenarios o ambientes del contexto. El observador debe interferir en los hábitos de los informantes, mostrando actitud de ayuda y colaboración, que generen confianza para que los resultados sean óptimos frente a la realidad de lo investigado.

Coll y Onrubia (1999), atribuyen la importancia de la observación en el área docente

como la oportunidad de buscar información del entorno del estudiante y especialmente en los desempeños propios del pensamiento, en cuanto a la relación de los hechos que se observan con las posibles teorías que lo explican. Además, dentro de las prácticas escolares se utilizan como una técnica de investigación con carácter intencionado que requiere una planificación previa y que implica mirar la realidad para comprenderla y sacar conclusiones.

Resulta importante aplicarla en este estudio, primero, de acuerdo con Guber (2001), como oportunidad de introducirse en el desarrollo de actividades que ellos realizan, aportando trabajo colaborativo y comprendiendo la fundamentación de sus conceptos en relación con los procesos propios del pensamiento a saber. En segundo lugar, registrando la información, y tomando los correctivos y aplicación de nuevas estrategias en tiempos acordes a sus necesidades.

***Cuestionario de indagación preliminar.*** Con el fin de identificar niveles de conocimientos previos y características de los estudiantes relacionados con el pensamiento variacional y sus competencias en rasgos determinantes en el manejo de las TIC, se realiza un cuestionario (VER ANEXO D), que constituye según García et al. (2006), un reto metodológico para estudios cualitativos, debido a que, desde su estructura por intermedio de preguntas abiertas realizadas a la población objeto de estudio, recolecta la información descriptiva necesaria para contextualizar capacidades y potencialidades en relación a sus procesos de aprendizaje, tomando posición frente a las situaciones a resolver; en este caso el cuestionario es una posibilidad de afianzamiento de conocimientos y un instrumento que acerca al docente a observar competencias inherentes a razonamiento, argumentación y solución de problemas del contexto.

Estebaranz (1991), puntualiza que el cuestionario con preguntas abiertas facilita la observación de posiciones y juicios de valor generados por los participantes y el planteamiento de situaciones empíricas como determinantes de la realidad del estudiante; aunque este

instrumento es considerado por el tipo de respuestas que pueden darse en él, un elemento subjetivo, que brinda la posibilidad de establecer un contacto directo con opiniones, sentimientos, creencias, entre otros, influyendo en la sincronía del docente con el estudiante.

Este cuestionario está estructurado con ocho preguntas manifestada en tres dimensiones, en la primera se visualiza unos datos de identificación del contexto donde se realiza el proyecto de investigación; la segunda dimensión es la presentación de un objetivo con miras a determinar conocimientos previos, sentimientos, creencias y posiciones de argumento en relación con el pensamiento variacional. Finalmente se realizan unas preguntas de tipo abierto que permiten la argumentación y la descripción de sus posiciones personales frente a la concepción de conceptos matemáticos; para que este instrumento presente relevancia en la acción participante, los estudiantes tendrán la oportunidad de compartir sus apreciaciones escritas en él con los compañeros y el docente, con el fin de llegar a conclusiones necesarias que reafirmen el logro del objetivo número uno de este estudio. El cuestionario en mención y la Acción Participación Pedagógica, se llevará a cabo por medio de la herramienta Mentimeter.

***Mentimeter.*** Tomás (2019), expresa sobre esta herramienta que la participación del estudiante se hace efectiva en tiempo real a través de preguntas abiertas, en la cual tendrá la oportunidad del manejo directo de la Acción Participación Pedagógica, cuando conteste cada una de las preguntas asignadas en el cuestionario y en donde interactúe directamente con las TIC, sin necesidad de registrarse, introduciendo un código de seis dígitos que el docente genera automáticamente en tiempo real en el ambiente de aprendizaje. A través de su empleo eficiente, el estudiante tendrá la oportunidad de responder a las preguntas argumentando las ideas que sobre los conocimientos previos, lleguen a presentarse en determinados momentos de su aprendizaje en relación al pensamiento variacional y a la usabilidad de las Tecnologías de

Información y Comunicación en las aulas de clases.

En esta investigación, la herramienta resulta útil porque permite al docente organizar gráficamente las ideas presentadas por los estudiantes, de manera que se pueda construir una descripción organizada y coherente sobre lo planteado; y sugerir puntos de partida para la realización de las secuencias didácticas necesarias, que intervengan metodológicamente los resultantes de los procesos anteriores.

### ***Secuencia didáctica***

Díaz-Barriga (2013), establece que las secuencias didácticas constituyen estrategias importantes que logran elaborar contextos en los cuales los estudiantes se sienten participantes de su propio proceso en sus ambientes de aprendizaje; y son ellas en la transmisión del conocimiento, que el docente crea o diseña, organizando las ideas para otorgar un clima de instrucción ajustado a los procesos de clase.

Según Brousseau (2007), son instrumentos donde el docente propone al estudiante una nueva forma para estructurar sus respuestas mediante operaciones intelectuales como demostrar, deducir y generalizar, de modo que, como sujetos de conocimiento, este sea articulado con su realidad y sus necesidades. En este estudio, se implementa como estrategia metodológica, en donde a través de un proceso dado en ejercicio de pensamiento de forma práctica, se tenga cuidado en la indagación sobre las habilidades de los estudiantes en el entorno de la formulación y solución de problemas contextuales.

La secuencia didáctica utilizada como instrumento metodológico para el logro de objetivos en el ámbito del desarrollo del pensamiento variacional, contiene inicialmente y como punto de partida la identificación del contexto donde se desarrolla la investigación; en segundo lugar, una pregunta problematizadora relativa a las temáticas abordadas en los objetivos

específicos. En tercer lugar, un listado de desempeños esperados por los estudiantes como determinantes de competencias de pensamiento; en cuarto lugar, una lista de los recursos logísticos que van a ser utilizados en la realización de las actividades propuestas; en quinto lugar, se describen los aprendizajes a desarrollar en los ambientes escolares, tendientes a prácticas relacionadas con las competencias matemáticas de modelación, razonamiento, argumentación y resolución de problemas; finalmente aparece un instrumento de evaluación como potencializador de los procesos de aprendizaje (VER ANEXO E).

Serán utilizados para evidenciar procesos didácticos de desarrollo, una secuencia, y en ella, una dinámica pedagógica que consta de tres actividades de aprendizaje y una de reconocimiento e identificación de las características de la herramienta a utilizar, donde a partir de la Acción Pedagógica, sea posible describir y discutir resultados esperados construyendo análisis y nuevos direccionamientos de realimentación enfocados a trabajo colaborativo en los grupos de estudiantes.

En la primera intervención (VER ANEXO F), se trabaja la competencia de comunicación, presentando un trabajo donde se permite mostrar la interfaz del software GeoGebra, identificando las barras de herramientas que lo conforman y su respectiva usabilidad con relación a los conceptos y prácticas que intervienen en el pensamiento variacional. En un segundo momento, aparece la primera actividad de aprendizaje (VER ANEXO G), que plantea la posibilidad de la argumentación como competencia de pensamiento, a través de los recursos del software GeoGebra, conteniendo actividades en torno a la solución de problemas del contexto. La segunda actividad de aprendizaje (VER ANEXO H), aborda la competencia de razonamiento desde la posibilidad de la modelación, ofreciendo procesos de realimentación pedagógica en situaciones de cambio y variación. Finalmente, la tercera actividad de aprendizaje (VER

ANEXO I), ofrece la práctica relacionada con el desarrollo de la competencia de formulación, tratamiento y resolución de problemas del contexto, y como un instrumento evaluador y realimentador de cada una de las competencias anteriores, y en donde se evidencien situaciones de patrones de regularidad, generalizaciones, identificación de variables dependientes e independientes, secuencias numéricas y relaciones entre expresiones algebraicas.

El desarrollo de las tres actividades de aprendizaje dentro de la secuencia didáctica, posibilita un trabajo de recolección de información que, a través de la acción pedagógica y los grupos de discusión, generan un ambiente propicio para el análisis y posibles construcciones de nuevas teorías, que a partir de los resultados arrojados durante estas prácticas se pueden llegar a ejercer, delimitando nuevas áreas de conocimiento y horizontes institucionales dinámicos para la construcción de un currículo pertinente. Para llevar a cabo la recopilación de la información en este proceso de construcción e implementación pedagógica, se establece el manejo de un diario de campo como instrumento didáctico que permita consolidar la integralidad de la información y la operatividad de procesos, de tal manera que se proporcione una organización y contribución secuencial en tiempo y espacio a los estudiantes.

*Diario de campo.* Ruano (2007), define el diario de campo como un instrumento ligado a la observación participante que interviene como un cuaderno que registra y analiza las observaciones recogidas, detallando las formas para realizar determinados ejercicios, permitiendo información y procesos que la capitalizan, tales como, cuándo, dónde y qué procesar.

Con respecto a la utilidad que representa un diario de campo a la recolección de la información en una investigación determinada, Obando (1993), la describe como la posibilidad de partir de las realidades fenoménicas de los ambientes de aprendizaje y las presentadas en las



diferentes didácticas y dinámicas, de almacenar y a la vez de construir el conocimiento, sin ser selectivos a la hora de evaluar y dando importancia a la percepción que los estudiantes consideren de los hechos que estén analizando; se habla entonces, de registrar las observaciones teniendo cuidado de no discriminar, ni juzgar los fenómenos; sólo dar relevancia al aprendizaje. Como características fundamentales de los registros y de hallazgos realizados en el proceso de enseñanza y aprendizaje, el diario de campo constituye un factor opcional, las formas globales y en conjunto, de optimizar la información, y finalmente de consolidar todo lo planeado inicialmente.

### ***Prueba final***

Se concibe como una evaluación estructurada con ejercicios que determinen la práctica y desarrollo de procesos a lo largo de la investigación; y es un modelo que aporta las evidencias relevantes sobre sus desempeños. El MEN (1998), plantea la evaluación en matemáticas como un instrumento acorde al aprendizaje basado en competencia, y según Clarke (1997), deber fomentar y realimentar el proceso haciéndolo ver que es lo que ya sabe, y lo siguiente que debe aprender para tomar decisiones oportunas frente situaciones problemas.

Las pruebas finales deben realizarse a través de distintas fuentes como la construcción de cuestionarios, usabilidad y operatividad del pensamiento a través de un software, bitácoras, portafolios, diarios, de modo que se aporten resultados interesantes y que brinden información sobre sus formas de solucionar problemas de contexto.

En este proyecto, se realiza aplicación de una prueba final (VER ANEXO J), basada en la usabilidad del software GeoGebra como posibilidad dinámica de desarrollo del pensamiento variacional, de manera que el estudiante se le permita reconocer patrones y su forma de generalización, que justifique los resultados mediante argumentos matemáticos, que plantee y

resuelva problemas, que sea competente en el uso de recursos tecnológicos y que este en capacidad de utilizar las representaciones en objetos matemáticos; ello, lo expresan Pellegrino et al. (2001), cuando hablan de caracterizar a los estudiantes a través de la evaluación final en aspectos de competencia y no en términos de puntajes donde se valoren los procesos de modelación, comunicación, razonamiento y trabajo colaborativo en el aula.

Se anuncia una prueba final o de cierre, constituida inicialmente por los datos de identificación del contexto del estudiante; en segundo lugar, aparece el objetivo específico que corresponde al cuarto logro de este estudio, en donde se determina el nivel de desarrollo del pensamiento variacional observado desde su dimensión evaluativa y de realimentación del proceso; en tercer lugar aparecen cinco ejercicios de tipo práctico, categorizados uno por competencia y canalizados desde preguntas abiertas con el fin de obtener datos finales de desempeño relacionados con el este tipo de pensamiento. La prueba se desarrolla acompañada del software GeoGebra, como herramienta que afianza el desarrollo práctico y dinámico del proceso, ofreciendo la oportunidad de construcción del conocimiento de una forma innovadora acorde al modelo pedagógico institucional y a su horizonte correspondiente.

Los resultados de esta prueba, serán consolidados en un diario de campo, donde se almacenan los datos más relevantes obtenidos de la realimentación de cada uno de los procesos direccionados en la prueba final, y que se constituyan en un soporte didáctico y de conocimientos para grupos posteriores, y a la vez en un modelo de desarrollo de contenidos que son objeto de estudio en el pensamiento variacional.

### ***Grupos de discusión***

Mena y Méndez (2009), conciben esta técnica como un instrumento de análisis de datos que, al finalizar un proceso dinámico de construcción del conocimiento, permite afianzar la

relación de saberes, no como sujetos únicos e individuales, sino de conclusiones entre pares, donde se visualizan sus interacciones más complejas. En este aspecto, los resultados contribuyen a construir nuevas teorías relacionadas en este caso con el pensamiento variacional e inherentes a la solución de problemas contextuales de la realidad vivida por los estudiantes en este proceso y en su entorno más inmediato; es entonces, un elemento donde provienen las conclusiones más trascendentes y prácticas del estudio.

Otra perspectiva metodológica sobre los grupos de discusión, es la concepción de Arboleda (2008), que los constituyen como discursos productos de una conversación entre participantes donde la comunicación grupal caracterizada por unidades de análisis, redundan en nuevas ideologías y representaciones que generan sentido dentro de la realidad; en este caso, son dispositivos de aprendizaje de donde se concluyen juicios de valor sobre los resultados necesarios al objetivo general de la investigación.

El grupo de discusión se lleva a cabo para reafirmar no solamente el conocimiento, sino redimensionar las posibilidades de dinamismo del software GeoGebra, y se realiza mediante la estructuración de un cuestionario de cinco preguntas abiertas (VER ANEXO K), que ofrezcan la posibilidad de argumentación y análisis, tanto al docente como al estudiante frente a los resultados obtenidos, dentro de la realización de ejercicios y de los procesos dinámicos efectuados durante el transcurso de la implementación metodológica y que finalmente se constituyan en conclusiones necesarias a la pertinencia del currículo institucional, y por consiguiente en los niveles de desempeño en pruebas estandarizadas. La información resultante en los grupos de discusión, es consolidada para su mayor aprovechamiento mediante la herramienta Atlas.Ti.

***Atlas.Ti.*** Este software que permite un gran potencial desde multimedia de Windows,

posee las características del trabajo en almacenamiento de información desde textos, elaboración de gráficas, fotografías y algunos tipos de audiovisuales, que aportan dinamismo y creatividad a la obtención del conocimiento, por su diversidad e integralidad que proporciona en la estructuración de hallazgo en alguna prueba ejecutada en ambientes escolares, facilitando la codificación de los datos, su respectiva categorización y la creación de aplicaciones, que de manera dinámica hacen posible el complemento del aprendizaje y el manejo directo de la teoría en forma organizada (Varguillas, 2006).

### **Valoración de Instrumentos**

Se considera un apropiado nivel de pertinencia en cada uno de los instrumentos de recolección de datos utilizados para la realización práctica de esta investigación, puesto que cada uno de ellos, ha producido los resultados y tendencias necesarias a cada una de las fases planteadas dentro del diseño metodológico con afectación directa a la población objeto de estudio; tal como lo plantea Marroquín (s.f.), en sus enfoques sobre la objetividad, la confiabilidad y validez, en donde se propone una ruta de características con relación a los resultados de la intervención pedagógica dada en contenidos, criterio y constructo, se deja ver su pertinencia de la siguiente manera:

En cuanto a la prueba diagnóstica y el cuestionario de indagación preliminar (VER ANEXO C y D), se puede expresar que resultan objetivos, dada la importancia de explorar los presaberes de los estudiantes, relacionados con el pensamiento variacional, presentando como producto la necesidad de implementar un recurso tecnológico que, abordado desde un contexto dinámico, facilite el acercamiento del estudiante a diferentes y novedosas formas de pensamiento. Es un instrumento confiable porque admite la presencia de los resultados en competencias matemáticas; en la validez, ha sido utilizado desde el ICFES en pruebas Saber 9° y

en otras investigaciones de gran envergadura, arrojando los resultados convenientes y certeros, como posibilidad para intervenir con mayor eficacia procesos orientados a fines posteriores.

La secuencia didáctica (VER ANEXO E), que, como mecanismo de intervención de procesos pedagógicos, plantea al software GeoGebra como un instrumento dinámico para potenciar competencias en contextos de pensamiento variacional, demuestra objetividad, validez y confiabilidad, debido a que, enmarcados en los criterios de la necesidad de una teoría con aplicabilidad constructivista, se dispone como un soporte curricular dirigido al logro de objetivos entorno a los resultados en pruebas estandarizadas y de aula; además, los procesos allí planteados, sirven como posibilidad de resolución de problemas contextuales.

La prueba final y por último un grupo de discusión (VER ANEXO J y K), han sido considerados como ruta pedagógica para evidenciar cambios en los patrones de pensamiento en contextos matemáticos de los estudiantes; son objetivos porque posibilitan los registros de verificación de avances cuando se ha permitido una discusión asertiva frente al dinamismo y la usabilidad del software GeoGebra como mecanismo constructivista; es confiable, porque se sustenta como un instrumento de alcance de competencias para la vida; es válido, porque dinamiza el aprendizaje originado desde la posibilidad de sus procesos, debido a que visibiliza tendencias en los niveles de desempeños actuales y posteriores de los estudiantes.

La validación del proceso constituido por la confiabilidad, veracidad y objetividad de los criterios de competencia y conocimientos planteados dentro del diseño metodológico, están medidos, verificados y evaluados por el estudiante de doctorado en educación de la Universidad de Cuauhtémoc Aguascalientes, Homer Alonso Hincapié Ruíz.

### **Ruta de investigación**

Inicialmente, se considera la realización de dos consentimientos informados a la

población objeto de estudio dentro de los cuales son parte fundamental los padres de familia de los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa de María. El primero (VER ANEXO A), contiene información sobre reglamentación de las medidas sanitarias actuales del COVID-19 y al modelo de alternancia diseñado para acceder al derecho a la educación propuesto por el MEN en 2021 y a la usabilidad de las TIC, donde con sus firmas relacionadas otorgan a los estudiantes las autorizaciones correspondientes para el proceso de enseñanza y aprendizaje en estas circunstancias. El segundo consentimiento informado (VER ANEXO B) se realiza en el marco de la normatividad vigente propuestas en la Ley 1098 de 2006 que reglamenta el Código de Infancia y Adolescencia, y en la política de protección de datos contemplada en la Ley 1581 de 2012, y en su decreto reglamentario 1377 de 2013, con el fin de que prevalezcan sus derechos constitucionales en relación con su dignidad humana y como sujetos de educación.

El proyecto de investigación se desarrolla en un lapso de tres fases.

### ***Fase 1***

Aquí se contempla la realización de un direccionamiento estratégico hacia el reconocimiento e interpretación teórica de las características de la población objeto de estudio en cuanto al pensamiento variacional y sus procesos destacados en competencias matemáticas. Además, se relacionan estos hallazgos con situaciones directamente proporcionales al problema de investigación; en esta fase se aborda la reflexión hermenéutica y la situación real en tiempo y espacio de los estudiantes.

Se trata entonces, en una primera fase metodológica de este proyecto, identificar mediante diagnóstico, elaboración y ejecución de una prueba estandarizada, las principales falencias de estos alumnos en relación a sus competencias y desempeños en situaciones de variación y en la identificación de magnitudes que permanecen constantes o que varían,

estableciendo así relaciones cualitativas entre estas magnitudes.

El análisis de las categorías en la prueba diagnóstica, se realiza por medio de la asignación de porcentajes como un indicador que permite la caracterización y visualización gráfica de niveles de desempeño en cada uno de los ejercicios planteados, estableciendo así, situaciones metodológicas de tipo pedagógico como posibilidad de nuevas implementaciones requeridas en el estudio cuando aparecen resultados desfavorables dentro de la muestra.

Bonilla-Castro y Rodríguez (2000), resaltan la implementación de una prueba de carácter diagnóstico que busque indagar la calidad de los presaberes de los estudiantes y posteriormente sus limitaciones en cuanto a la modelación y reflexión de sistemas de representación en el cambio y la variación, así mismo, en la capacidad para formular y resolver fenómenos de la realidad cuyo resultado sea la configuración de otros sistemas mentales.

Posteriormente, se elabora un cuestionario de preguntas abiertas que permitan obtener conclusiones relevantes sobre cada uno de los procesos efectuados, en donde a manera de discusión presentada en grupos, se determinen niveles de apreciación sobre los conceptos relacionados con pensamiento variacional y la usabilidad que presentan las TIC como estrategia didáctica implementada en este estudio, sobre todo cuando se trata de evidenciar puntos de vista de los estudiantes en relación con este tipo de metodologías.

## ***Fase 2***

Se abordan aquí, conceptos y posiciones relativos al marco de referencia y también relacionados con la metodología, con el fin de profundizar en determinados conceptos teóricos y didácticos que otorguen, en cierta medida, los conocimientos necesarios para la intervención a los estudiantes, que apunten directamente a la implementación de estrategias pedagógicas para el direccionamiento práctico del estudio.

Esta fase, la constituye la implementación del software GeoGebra mediante diseño, estructuración e implementación de secuencias didácticas como instrumentos constructivistas con mediación TIC, que fijando los objetivos de la propuesta y los direccionados a estudiantes de noveno, tiendan a reorganizar las pedagogías y didácticas, y que apunten a proporcionar las competencias necesarias e inherentes al desarrollo del pensamiento variacional.

### ***Fase 3***

Se hace énfasis en la realimentación del proceso de una forma participativa, proporcionando herramientas evaluativas en donde se consideran los resultados de las implementaciones pedagógicas y didácticas mediadas por el software GeoGebra, y la consolidación de grupos de discusión, evidenciando la necesidad del surgimiento de nuevos procesos pedagógico y didácticos.

En esta fase, la constituye una prueba, denominada final o de cierre, que pretende la identificación y capacidad de logro de los objetivos específicos a los que está dirigida la implementación, tanto a nivel teórico como práctico, demostrando así, la pertinencia de su aplicación en estudiantes, tal como lo expresan los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), frente al hecho de promover en los ambientes de aprendizaje, el desarrollo de habilidades matemáticas en diferentes contextos formulando procesos generales en modelación, resolución de problemas y en relación a las competencias de comunicación, razonamiento, argumentación y ejercitación de procedimientos y algoritmos potenciando otros de orden general.

En última instancia se plantea la realización de un grupo de discusión como posibilidad metodológica de obtención de resultados discursivos y de conclusiones frente a las estrategias implementadas, y desde donde se pretende recolectar descripciones relativas a procesos de

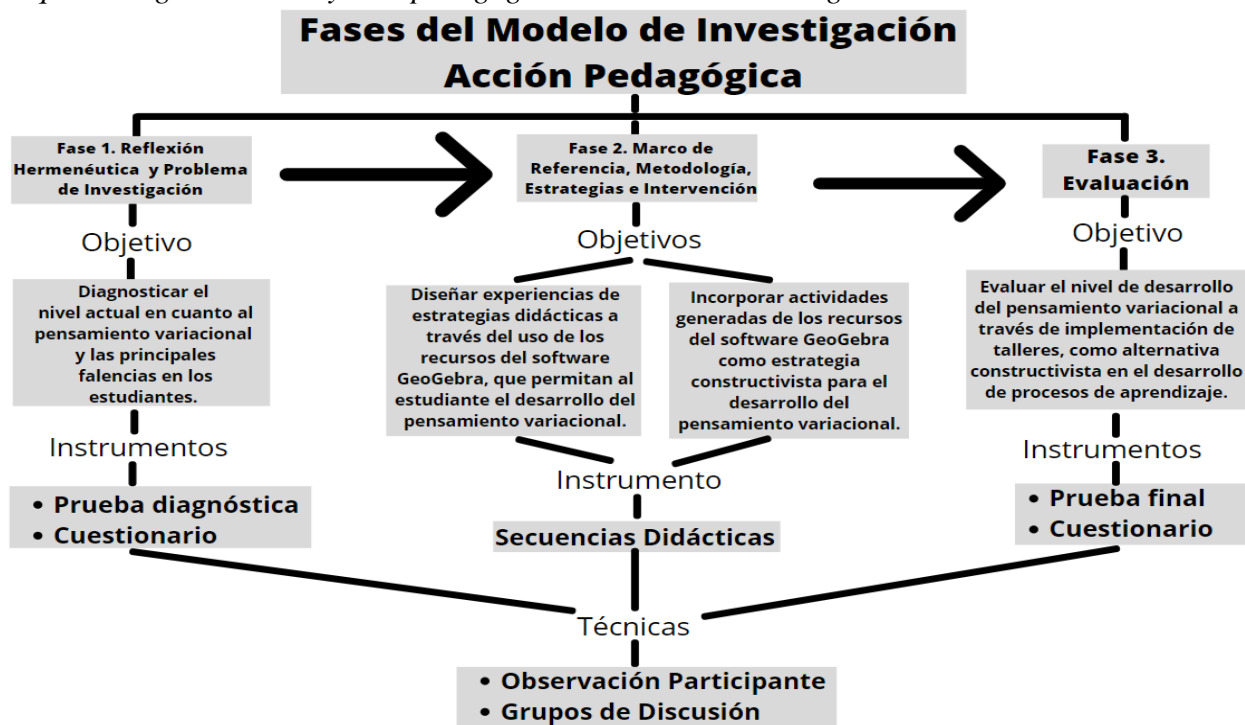


cambio, variación, modelación, entre otros, que han sido generados en los estudiantes como producto de las didácticas empleadas para direccionar el aprendizaje dinámico e interactivo de esta población. La discusión colectiva en este momento final del estudio, permite, además, comparar situaciones suscitadas en el planteamiento del problema con comportamientos a nivel de competencias registrados durante el desarrollo del proyecto.

Tanto la anterior ruta como la construcción teórica de la metodología abordada desde sus distintas fases y sustentadas por teóricos, constituyen un núcleo organizacional que muestra el logro de cada uno de los objetivos específicos determinantes de este estudio; en la siguiente figura 9, se esquematiza cada una de estas fases coordinadoras del diseño metodológico y la puesta en marcha de instrumentos de recolección de datos, que facilitan el análisis y la argumentación requerida, y que desencadenan en nuevos diseños curriculares pertinentes a ambientes de aprendizaje escolar.

**Figura 9**

*Esquema organizacional y ruta pedagógica del diseño metodológico*

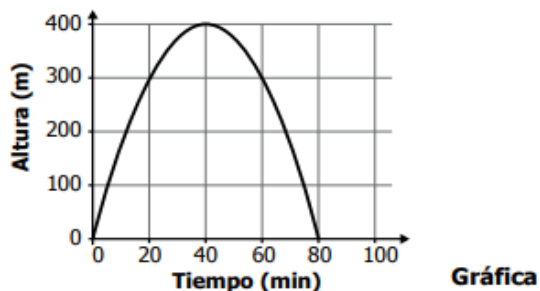


*Nota.* Elaboración propia de contenidos organizados de acuerdo con la IAP.

## Hermenéutica de las Principales Falencias en los Estudiantes de Noveno Grado, como Soporte Conceptual para la Fundamentación del Pensamiento Variacional

Para llegar a una identificación clara de falencias con respecto a las características inherentes a pensamiento variacional en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa de María, se han abordado diferentes situaciones de estudio enmarcadas en las competencias matemáticas y especialmente en sus necesidades básicas, en lo relacionado con formas estructuradas o limitadas de resolver problemas contextuales. Se ha utilizado, para abordar esta categoría, un instrumento de recolección de datos en el cual se abordan diez preguntas de selección múltiple con única respuesta para analizar de manera porcentual sus contribuciones y requerimientos de forma individual.

La pregunta uno, la gráfica muestra la altura de un globo respecto al tiempo de elevación.



En relación con el globo, es correcto afirmar que

- A. alcanza la altura máxima en 400 min.
- B. el tiempo que el globo dura volando es 40 min.
- C. la altura máxima que alcanza es 40 m.
- D. gasta 80 min en hacer todo su recorrido.

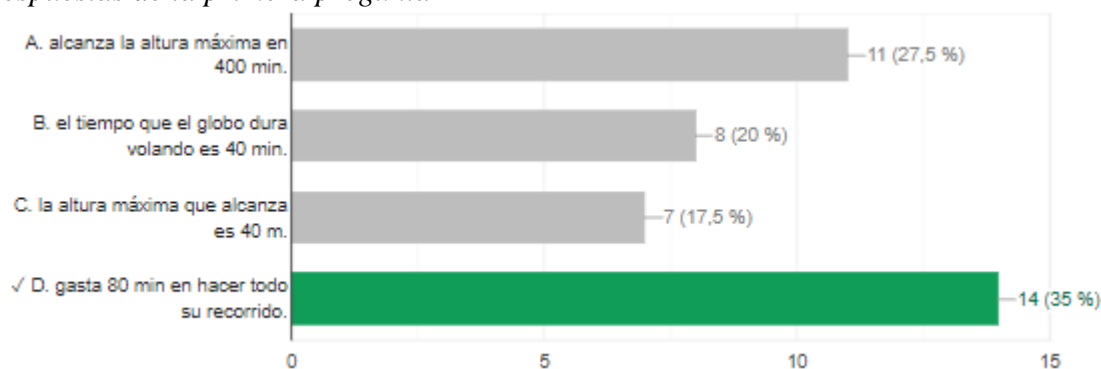
Esta pregunta del instrumento, aborda la competencia de razonamiento y está relacionada con la forma en que, la gráfica muestra la altura de un globo con respecto al tiempo de elevación, queriendo identificar la relación entre estas dos magnitudes y así, posibilitar la interpretación de

tendencias que se presentan en una situación de variación, se alcanza a identificar en la figura 10, que 14 estudiantes equivalentes al 35% de muestra, presentan un nivel óptimo de respuesta, ya que demuestra conocimientos oportunos y presaberes posicionados para resolver elementos de cambio y variación. Se demuestra, además, que 26 estudiantes equivalentes al 65% de los participantes, presentan falencias en lo relacionado con los mismos tipos de competencias; lo que dificulta su proceso de resolución de problemas del contexto en forma permanente y oportuna.

Se concluye, además, que frente a competencias propias del razonamiento y la interpretación de conceptos direccionados a obtener conocimientos en el ámbito matemático, se hace necesario el fortalecimiento y adecuación del currículo con los ajustes dados en los Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencias y Derechos Básicos de Aprendizaje proporcionados por el Ministerio de Educación Nacional para la obtención de resultados óptimos en pruebas estandarizadas institucionales, departamentales, nacionales e internacionales.

### Figura 10

*Respuestas de la primera pregunta*



**Nota.** Fuente de elaboración Google Forms

En la segunda pregunta, ¿Cuál es el término general de la siguiente secuencia: 4, 9, 14, 19, 24, ...?

A)  $5n+9$

B)  $n-1$

C)  $n+1$

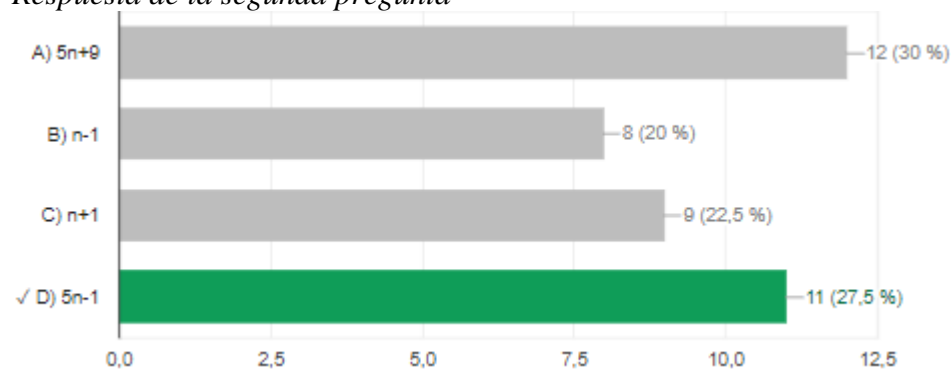
D)  $5n-1$

Se permite determinar el término general de una secuencia numérica, analizando la serie para identificar un patrón de regularidad que posibilite la representación algebraica del modelo, y seleccionando la que se acomode a sus criterios se observa en la figura 11, que 29 estudiantes equivalentes al 72,5% presentan dificultades inherentes a la competencia de razonamiento y modelación al momento de utilizar propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas del entorno. 11 estudiantes equivalentes al 27,5% han demostrado soportes en donde se fundamentan sus competencias en este tipo de pensamiento.

Las sucesiones numéricas, no solo son expresiones conceptuales de orden matemático; representan además de ello, posibilidades pedagógicas para el logro de competencias de modelación y razonamiento; los estudiantes en sus respuestas, dejan ver los vacíos que existen a este respecto, por cuanto se hace necesaria la presencia potencial de nuevos enfoques didácticos relacionados con estos procesos.

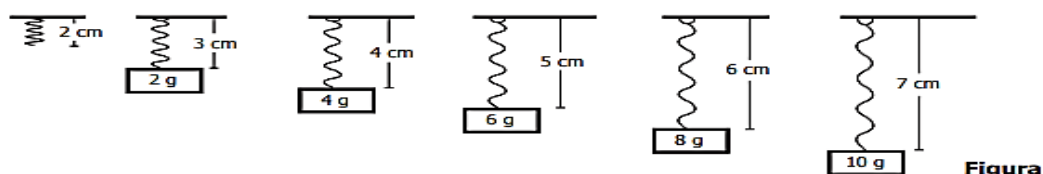
### Figura 11

*Respuesta de la segunda pregunta*

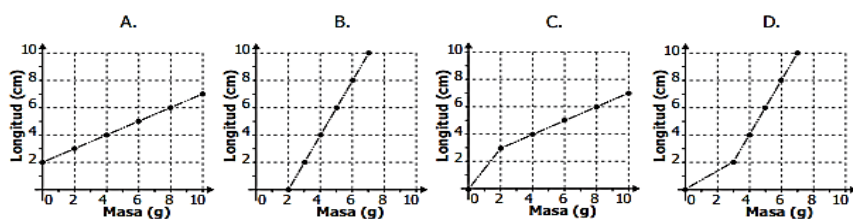


**Nota.** Fuente de elaboración Google Forms

El interrogante número tres, muestra en la figura la longitud inicial de un resorte (en cm), y la que alcanza este resorte cuando sostiene bloques de distintas masas (en g).



¿Cuál de las siguientes gráficas representa correctamente la relación entre la masa del bloque y la longitud del resorte?

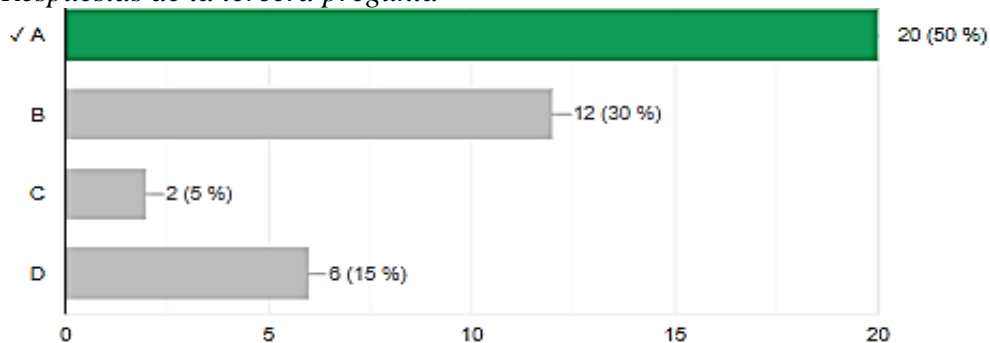


Hace referencia a rasgos relacionados con la presencia de diferentes magnitudes dependientes e independientes donde a partir de la relación entre ellas, se requiere identificar la gráfica que mejor se ajusta a la asociación entre las variables que intervienen en la situación problema planteada. Se evidencia en la figura 12, que el 50% de los participantes, presenta dificultades en el uso y relación de diferentes representaciones para modelar situaciones de variación, interviniendo directamente en su competencia comunicativa.

Queda evidenciado, que los conocimientos que tienen que ver con magnitudes en el ámbito de la reflexión matemático y su consiguiente manera operacional, son falencias presentes en los alumnos de noveno grado; es por ello que dicha población carece de formatos mentales visibles para resolver problemas del entorno, y debido a ello, es posible plantear entonces, nuevos modelos de procesos contextualizados que fomenten cambios en las pedagogías institucionales.

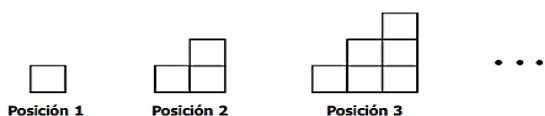
### Figura 12

*Respuestas de la tercera pregunta*

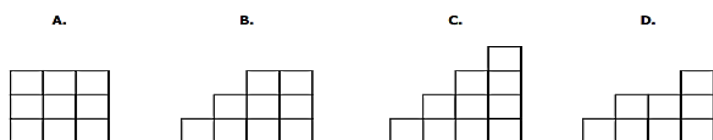


*Nota.* Fuente de elaboración Google Forms

La pregunta número cuatro, muestra la observación de la secuencia de figuras que se presentan continuación:

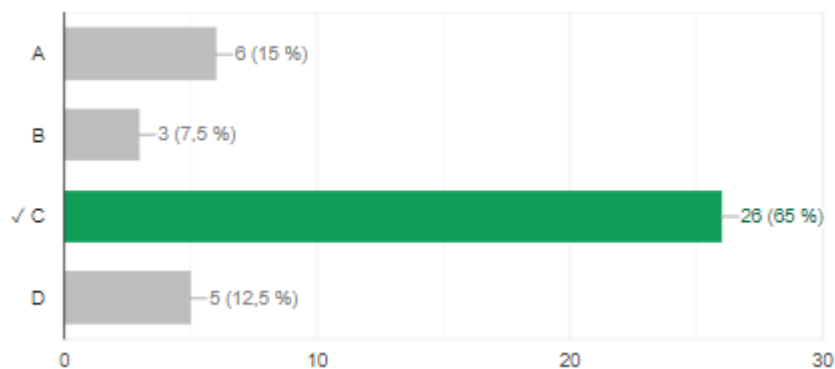


De acuerdo con el patrón mostrado en la secuencia, la figura que corresponde a la posición 4 es:



La pregunta está relacionada con la habilidad de los estudiantes para identificar un término dentro de una secuencia geométrica asociada al pensamiento variacional. En los resultados obtenidos se evidencia, en la figura 13, que 26 estudiantes equivalentes al 65%, presentan un análisis de situaciones de cambio y variación, reconociendo patrones de regularidad y secuencias que intervienen en series geométricas, demostrando habilidades en las competencias de razonamiento y modelación algebraica. Aquí, se destaca un nivel de comparación entre las preguntas número dos y cuatro, puesto que los estudiantes reconocen los términos de la secuencia y, sin embargo, presentan dificultades en la generalización como fundamento de este tipo de pensamiento.

Las competencias asociadas a la modelación algebraica, son elementos potenciales de desarrollo, no solo de saberes y de fomento del conocimiento real ofrecido por la reflexión matemática, sino una forma original de identificación de relaciones como determinantes de solución de problemas estructurales del orden del cambio y la variación; todo ello como conclusión general que deberá ser establecida en los nuevos procesos otorgados a los alumnos de noveno grado.

**Figura 13***Respuestas de la cuarta pregunta*

**Nota.** Fuente de elaboración Google Forms

En la quinta pregunta, algunos valores de las variables relacionadas  $x$  y  $y$  se muestran en la tabla.

Variable $x$	Variable $y$
4	3
2	6
1,5	8
1,2	10

**Tabla**

A partir de los datos de la tabla, es correcto afirmar que:

- A. las variables  $x$  y  $y$  son inversamente proporcionales porque los productos obtenidos al multiplicar cada par de valores de  $x$  y  $y$  son iguales.
- B. las variables  $x$  y  $y$  son inversamente proporcionales porque los valores de  $y$  son siempre menores a los de la variable  $x$ .
- C. las variables  $x$  y  $y$  son directamente proporcionales porque al aumentar  $x$  aumenta  $y$ .
- D. las variables  $x$  y  $y$  son directamente proporcionales porque los cocientes obtenidos al dividir cada par de valores de  $x$  y  $y$  son iguales.

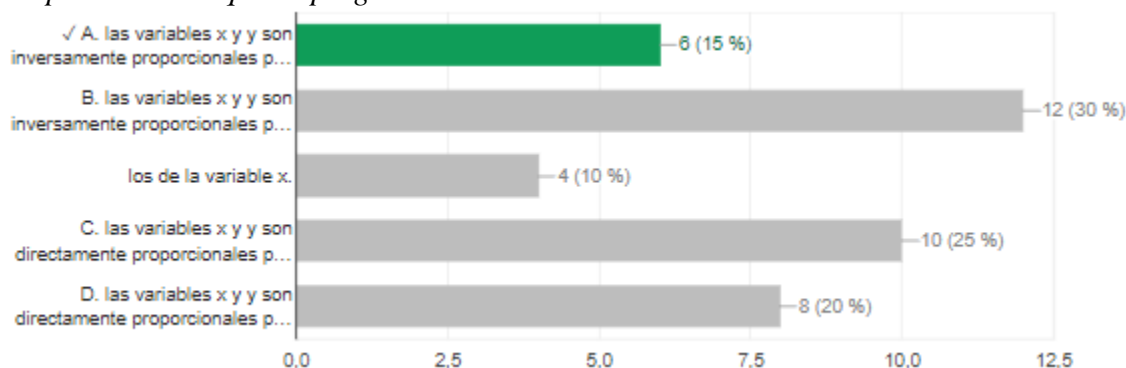
Se plantea la identificación de variables presentes en situaciones del contexto, donde se permite el análisis de variables dependientes e independientes y de aquellas que son directa e inversamente proporcionales. En la figura 14, se evidencia que 34 estudiantes equivalente al 85%

de la muestra estudiada, presenta dificultades en el uso de representaciones gráficas y por ende en los procedimientos de situaciones de proporcionalidad directa e inversa, relacionadas con la competencia de razonamiento y desde los componentes numérico y variacional como elementos correlacionales. De la misma manera y atendiendo a dichos procesos de razonamiento, 15% de los estudiantes han respondido de manera acertada ante este tipo de habilidad.

Debido a que en la sociedad actual y en los ambientes escolares se presentan dificultades del sujeto para enfrentar todo tipo de problemas, tanto los relacionados con el área como los de orden personal y colectivo, y que los elementos de competencias más trascendentes que deben ser trabajados en este aspecto, son el razonamiento, proporcionalidad, representaciones y el análisis de variables en situaciones problema, es necesario implementar metodologías pertinentes cimentadas en el uso de las TIC como herramientas dinámicas para potenciar y construir los conocimientos.

#### Figura 14

*Respuestas de la quinta pregunta*



**Nota.** Fuente de elaboración Google Forms

En la sexta pregunta, se ha encontrado que en un hotel el promedio de personas alojadas según la cantidad de habitaciones ocupadas está dado por la expresión  $3x - 2$ . ¿Cuál de las siguientes tablas presenta información correcta para algunos valores de esta relación?



Habitaciones	Promedio Personas alojadas
3	7
8	22
12	34
15	43

Personas alojadas	Habitaciones
3	7
8	22
12	34
15	43

Habitaciones	Promedio Personas alojadas
3	11
8	26
12	38
15	47

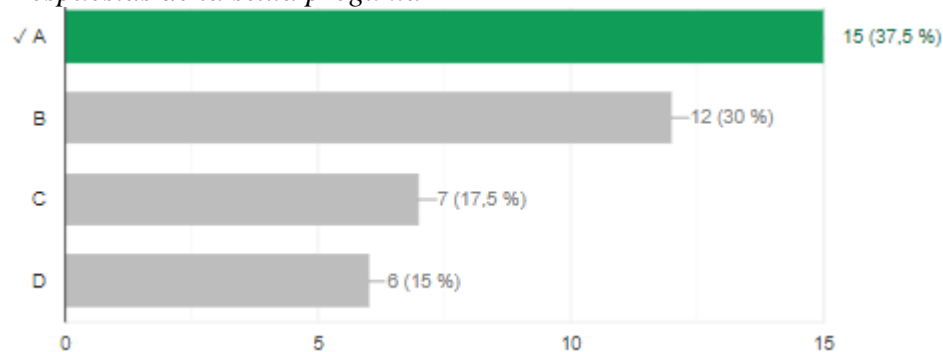
Personas alojadas	Habitaciones
3	11
8	26
12	38
15	47

En esta pregunta, aparece la modelación de una situación problema del contexto, por medio de una expresión algebraica, donde es necesario determinar la representación tabular mediante la evaluación de polinomios. La figura 15, arroja los resultados correspondientes a la competencia comunicativa desde los componentes numérico y variacional como ejes trasversales de conocimiento; 25 estudiantes equivalentes al 62,5% de la muestra objeto de estudio, presentan dificultades para el uso y relación de diferentes representaciones gráficas y numéricas para modelar situaciones de variación. 15 estudiantes que equivalen al 37,5% de los participantes, han potenciado sus habilidades en relación a estos procesos.

Los estudiantes de noveno grado presentan dificultades en situaciones donde sus competencias bien dimensionadas, deberían estar orientadas a la representación gráfica y tabular; dejan ver en ello, la necesidad de un nuevo paradigma dirigido al pensamiento variacional y que fortalezca estos procesos dinámicos de reflexión.

### Figura 15

*Respuestas de la sexta pregunta*



**Nota.** Fuente de elaboración Google Forms

La séptima pregunta, el profesor de matemáticas escribe en el tablero la siguiente serie de números:

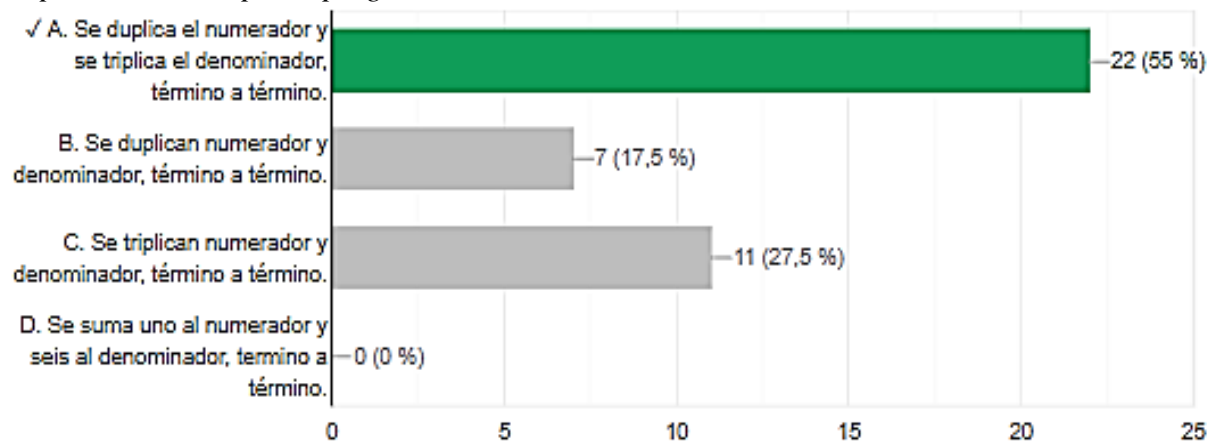
Término	1	2	3	4	5	...
Número	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{16}{243}$	...

El profesor les pide a sus alumnos que describan la manera como varían los números fraccionarios término a término. Una correcta descripción que podrá realizar un estudiante será:

- A. Se duplica el numerador y se triplica el denominador, término a término.
- B. Se duplican numerador y denominador, término a término.
- C. Se triplican numerador y denominador, término a término.
- D. Se suma uno al numerador y seis al denominador, termino a término.

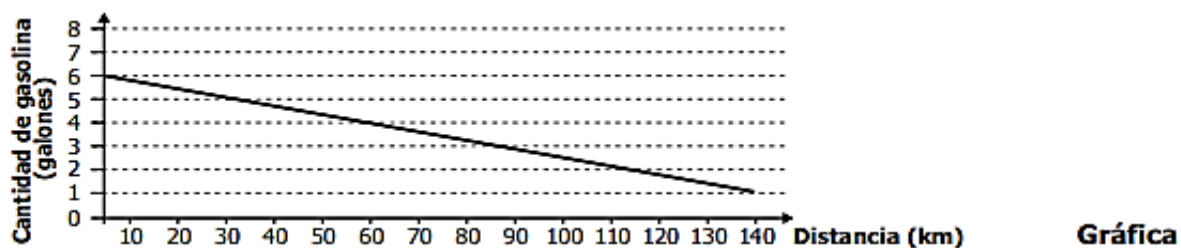
Se plantea la manera como varían los términos de secuencia numérica asociada a un patrón de regularidad. En la figura 16, donde 22 estudiantes equivalentes al 55% de la muestra objeto de estudio, presentan un índice satisfactorio en cuanto a la identificación y descripción las relaciones aditivas, multiplicativas y de recurrencia, que se pueden establecer en una sucesión aritmética, demostrando niveles de suficiencia en la competencia de razonamiento. El 45% de los estudiantes, no presentan un desarrollo suficiente en relación con esta competencia.

Una de las competencias más características y necesarias es el razonamiento; aquella dentro de la cual una vez implementada para los ambientes escolares a través de las didácticas propuestas, es la que se ajusta al logro de habilidades para la vida; el ejercicio, además, deja suponer que es necesaria la adecuación de una sucesión mucho más novedosa, capaz de aportar otros niveles de discernimiento a las competencias requeridas.

**Figura 16***Respuestas de la séptima pregunta*

*Nota.* Fuente de elaboración Google Forms

En la octava pregunta, la gráfica representa la cantidad de galones de gasolina que tiene el tanque de un automóvil, cuando se desplaza entre dos ciudades.



El conductor afirma que el automóvil consumió en total 4 galones de gasolina en este desplazamiento. Esta afirmación es

- A. falsa, porque consumió 5 galones en total.
- B. falsa, porque consumió 1 galón en total.
- C. verdadera, porque inició su recorrido con 4 galones y terminó sin gasolina.
- D. verdadera, porque inició su recorrido con 5 galones y terminó con 1 galón.

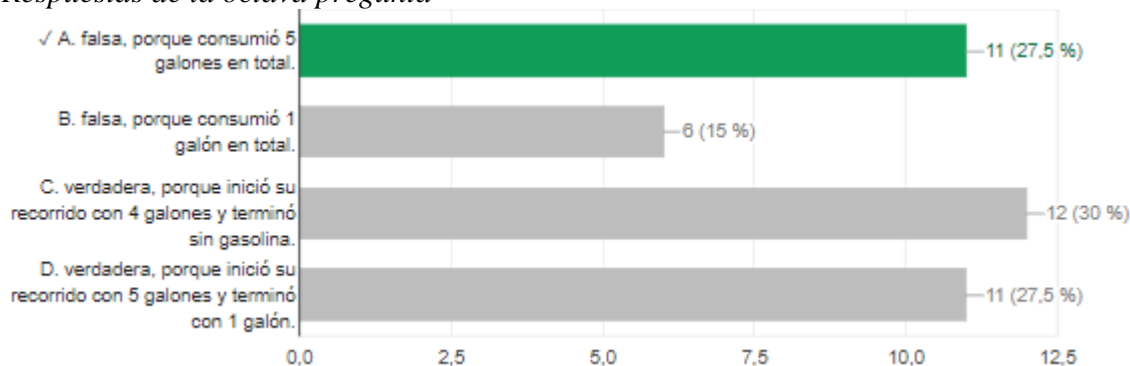
En esta pregunta, se interroga a cerca del desplazamiento e interpretación de un objeto en el plano cartesiano, donde se representan coordenadas para ser caracterizadas y confrontadas otorgando los valores correspondientes. En la figura 17, 29 estudiantes equivalentes al 72,5% de

los participantes, presentan dificultades en la interpretación de tendencias dadas en una situación de variación, demostrando insuficiencias en competencias de razonamiento inherentes a la ubicación espacial en su contexto más inmediato. El 27,5% restante, ha fortalecido sus conocimientos relacionados con presaberes.

La interpretación es otra de las competencias de más rigor en el ámbito del pensamiento variacional y necesaria para momentos en los cuales se responde a la solución de problemas del contexto, tal como se propone en los objetivos específicos del proyecto de investigación. Se trata entonces de llevar a cabo ejercicios correspondientes a sistemas de variación y cambio que la contengan, propiciando la capacidad para desarrollarla y al mismo tiempo potenciando este tipo de pensamientos.

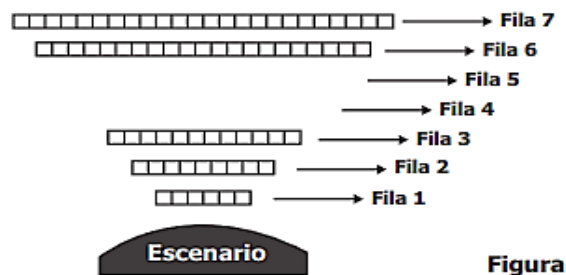
### Figura 17

*Respuestas de la octava pregunta*



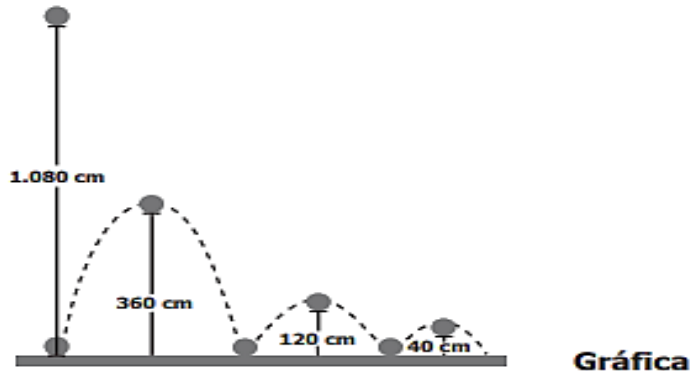
*Nota.* Fuente de elaboración Google Forms

La novena pregunta, la figura representa la disposición de las sillas de algunas de las 7 primeras filas de un auditorio. En la figura falta la información de las filas 4 y 5.





la gráfica se muestran las alturas que alcanza la pelota en cada rebote.



La altura de cada rebote es:

- A. un noveno de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- B. un cuarto de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- C. un tercio de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- D. un medio de la altura alcanzada en el rebote anterior.

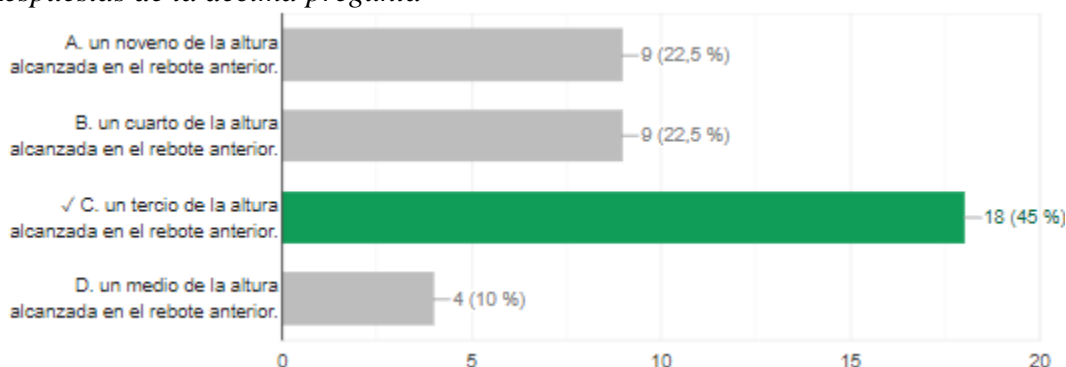
Se pretende obtener resultados sobre el cambio y la variación de un objeto a medida que se desplaza en un sistema de representación, en donde se combinan términos de orden numérico en una tendencia de recursividad. En la figura 19, 22 estudiantes equivalentes al 55% de la muestra objeto de estudio, han demostrado insuficientes resultados en cuanto al reconocimiento del lenguaje algebraico como forma de modelar e interpretar procesos inductivos, relativos a la competencia comunicativa en la solución de problemas del contexto. El 45% de los participantes, han evidenciado la usabilidad de criterios en las habilidades anteriores.

En este aspecto los estudiantes tienen tendencias notorias hacia sus debilidades, dado que los resultados demuestran procesos inductivos de utilización del lenguaje algebraico con diferentes tipos de dificultades centradas en la falta de apropiación y reconocimiento de los datos que intervienen en una situación problema; es así, que se plantea como un eje generador de nuevos currículos, la posibilidad de su realización enmarcada en gran cantidad de ejercicios

donde su énfasis se presente girando hacia los presaberes de los estudiantes.

### Figura 19

#### Respuestas de la décima pregunta



*Nota.* Fuente de elaboración Google Forms

#### Síntesis General

Con el fin de direccionar el primer objetivo específico de este estudio, tendiente a obtener resultados desde un diagnóstico que otorgue puntos de vista sobre altibajos durante la actividad mental de los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa de María, dimensionando su capacidad de interpretación a situaciones provenientes de la experiencia en cuanto a desarrollos relacionados con el pensamiento variacional, se obtiene en síntesis que dicha muestra objeto de estudio, presenta un nivel medio de falencias en lo concerniente a la identificación de relaciones entre magnitudes, utilización de propiedades de los números reales en la solución de problemas del entorno, el uso de diferentes sistemas de representaciones cuando se modelan situaciones de cambio y variación, además, que entre los participantes, en la construcción de este ejercicio, existe una posición fijada sobre la usabilidad de los presaberes en la realidad de las competencias de orden comunicativo y de razonamiento.

Se observa una significativa relación en consideración a las competencias de razonamiento, comunicación y modelación, desde los componentes numérico y variacional, dado que los estudiantes han demostrado desempeños enmarcados en reconocimiento de términos y la variación existente entre ellos; sin embargo, se continúa evidenciando insuficientes resultados en

cuanto a la generalización de series de números presentes en situaciones problemas del contexto.

Finalmente, se concluye que se hacen necesarios la construcción de secuencias didácticas y de procesos dinamizadores, que, como la implementación de las TIC, permitan el fortalecimiento de habilidades interpretativas generadas a partir de las competencias matemáticas de razonamiento, argumentación, modelación, tratamiento, formulación y resolución de situaciones problemas.

### **Interpretación de Resultados del Cuestionario de Indagación sobre Conceptos**

#### **Relacionados con Pensamiento Variacional y el uso de las TIC en los Ambientes de Aprendizaje**

En la consolidación de las falencias características relacionadas con el pensamiento variacional en estudiantes de noveno grado, se ha implementado un cuestionario de indagación preliminar (VER ANEXO D), que permite determinar las apreciaciones dentro de conceptos como variación, función, variables dependientes e independientes, el abordaje de problemas y desde la pedagogía, el uso de las TIC en los ambientes escolares, y así identificar la experiencia que tienen en el manejo tecnológico en el aula de clases; ello, con el propósito de realizar un análisis de procesos que no solo reafirme las bases teóricas del proyecto de investigación, sino desde las cuales se retomen elementos y principios de orden didáctico como referentes para la creación de nuevas estrategias metodológicas que renueven desde las TIC la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Las apreciaciones de los estudiantes se presentan en forma cualitativa y se sistematizan con la herramienta Mentimeter, la cual se constituye como factor de interacción, dinamismo e innovación curricular; así mismo, los comportamientos, comentarios y sus desarrollos en el ambiente escolar serán relacionados en la construcción de saberes, permitiendo una mejor



comprensión del problema de investigación.

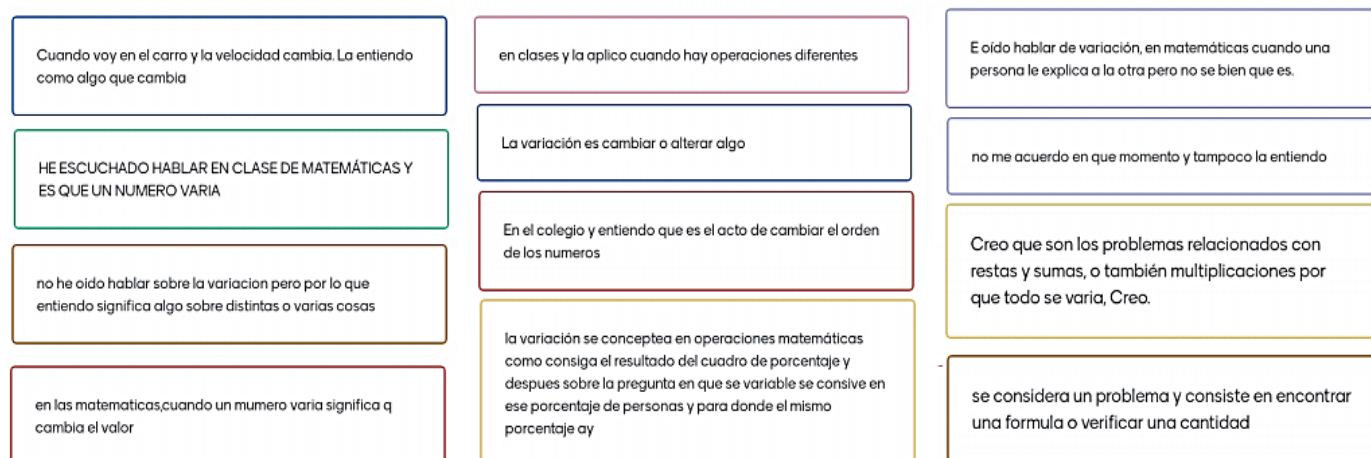
La pregunta uno relacionada en la figura 20, permite identificar la percepción que tienen los estudiantes sobre el concepto de variación, reconociendo los principales instantes y experiencias dentro de las cuales lo han adquirido y los posibles cambios que a través de sus interpretaciones se han dado dentro del contexto. Los estudiantes describen sus contribuciones individuales, argumentando que la variación representa cambio de un resultado a otro; además presentan otras definiciones relativas a las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división; también relacionan el término variación con expresiones algebraicas que han sido abordadas en algunos procesos como noción general de ellas; así mismo, a la solución de problemas en matemáticas y otras como el desconocimiento del significado, explicándolo con la misma palabra. En conclusión, esta pregunta refleja la falta de apropiación del concepto de variación en gran parte de los estudiantes, lo cual refleja una carencia notoria frente a la capacidad reflexiva y al desarrollo de procesos dinámicos.

### Figura 20

*Respuestas frecuentes de la primera pregunta*

## ¿En qué momento has oído hablar de variación y cómo la entiendes?

Mentimeter



**Nota.** Fuente de elaboración Mentimeter

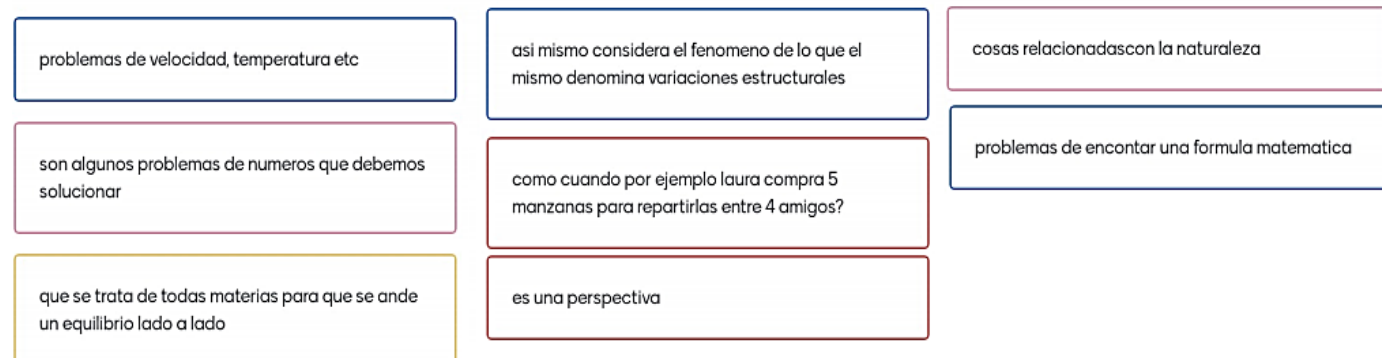
La segunda pregunta asociada a la figura 21, implica reflexionar sobre la identificación de los problemas relacionados con el fenómeno de la variación, como un concepto que interviene literalmente dentro de la experiencia y el contexto del estudiante. Los resultados reflejan la deficiente percepción que tienen, al momento de la proyección del concepto de variación y que interviene directamente con su incapacidad de reconocer situaciones problemas de la vida cotidiana; dejan ver que solo se enfocan en operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división y la solución de problemas que se puedan presentar entre ellas; además, pretenden concebirlo a través de la elaboración de ejemplos concretos con los cuales aparece la figura de la generalización, mediante expresiones algebraicas “formulas”, lo cual no permite establecer diferencias o igualdades a la hora de individualizar los elementos o clasificarlos. Así mismo, de acuerdo a las interacciones presentadas al momento de efectuar este instrumento dentro del ambiente escolar, no le dan trascendencia a este tipo de conceptos elaborando respuestas que no se ajustan al término en cuestión, específicamente cuando abordan la concepción de “perspectiva” o de aspectos relativos a las “ciencias naturales”, lo cual refleja la falta de apropiación, argumentación y comunicación en estos espacios.

### Figura 21

*Respuestas frecuentes de la segunda pregunta*

## ¿Qué problemas consideras están relacionados con el fenómeno de variación?

Mentimeter



**Nota.** Fuente de elaboración Mentimeter

La tercera pregunta planteada en la figura 22, permite observar lo que los estudiantes conciben acerca del término función como una correspondencia entre diferentes magnitudes que intervienen en una situación problema del contexto; todos los estudiantes han abordado su concepción, desde su característica vivencial en el contexto, sin darle significado matemáticamente; en ninguna respuesta se acercaron a dimensionarla desde el criterio de magnitud como el elemento de reflexión que la caracteriza; han manifestado su continuidad de pensamiento direccionado a las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división, lo cual conlleva a precisarla desde los aportes que el docente realiza en los ambientes de aprendizaje cuando se trata de transmitir la expresión “función”. Otro aspecto que relacionan es la concepción del término en su estructuración por ejemplos, particularizándolo y estableciéndolo como un elemento que, en la práctica cotidiana, realiza determinadas acciones, sin ajustarlo a procesos de reflexión matemática.

Se concluye entonces, que un punto de apoyo para establecer en concreto el término función dentro de los estudiantes, son todos los conocimientos ofrecidos dentro del tiempo de los presaberes, como componente que plantean las bases del pensamiento variacional.

### Figura 22

*Respuestas frecuentes de la tercera pregunta*

**Con tus palabras, expresa lo que entiendes por función.** Mentimeter

es una actividad en particular que realiza una persona	cuando varios números se suman o se dividen entre si	Entiendo por función, que es la función que tiene cada cosa o problema en matemáticas o cualquier materia.
Se entiende que es el uso que le damos a algo ya sea objeto o algo ya hecho	es el uso que le damos a algo ya sea objeto o algo ya hecho	un proceso que hace un objeto o algo; ejemplo: la función que cumple el internet es ayudarte a aprender más
un circuito echo para realizar algo complejo	función es poner una cosa en practica o probar si sirve o no	pues yo entiendo por función es que es hacer una función de una maquina o hacer cosas en otras cosas que hacen que cosas se muevan o que desarrollar operaciones matemáticas

**Nota.** Fuente de elaboración Mentimeter

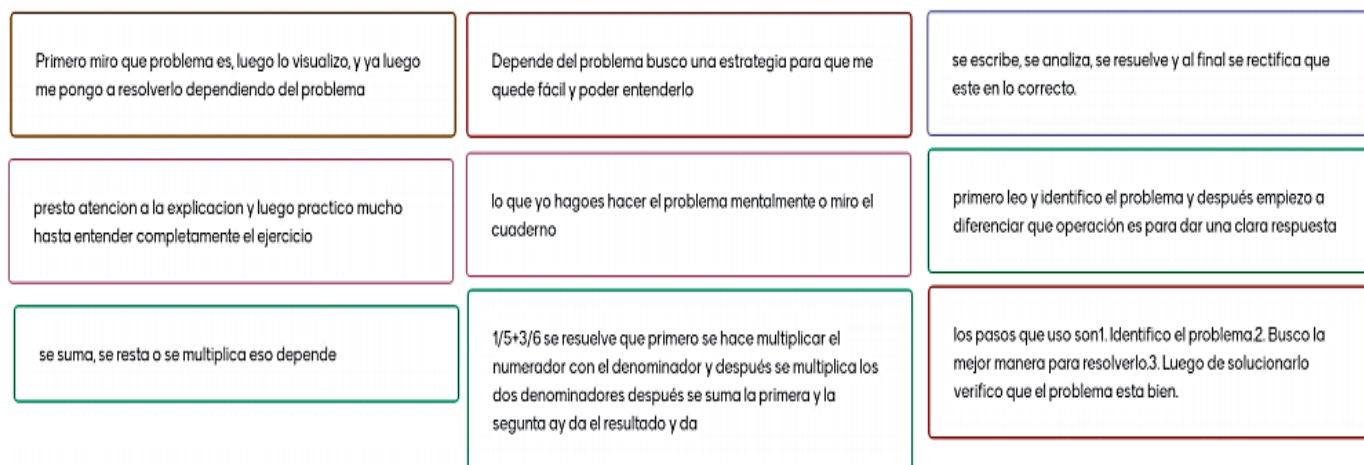
La pregunta cuatro relacionada en la figura 23, es un abordaje que los estudiantes realizan sobre los pasos que consideran de utilidad y como ítem organizacional para resolver problemas de matemáticas. En sus respuestas más frecuentes mantienen la tendencia muy notoria a identificarse con la solución de operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división, particularizando con ejemplos concretos las situaciones en las que piensa en ese momento; otros manifiestan un leve pronunciamiento hacia el criterio organizacional cuando enumeran los procesos con los cuales se pueden resolver problemas, estableciendo un orden que consideran relativamente importante a la hora de dar resultados. Índices bajos de estudiantes, plantean desorganización en criterios para determinar la secuencia en la solución de un problema matemático, lo cual conlleva a la insuficiente capacidad de análisis, comprensión y argumentación en términos del proyecto de investigación.

### Figura 23

*Respuestas frecuentes de la cuarta pregunta*

## Describe en forma breve los pasos que usas para resolver problemas de matemáticas

Mentimeter



**Nota.** Fuente de elaboración Mentimeter

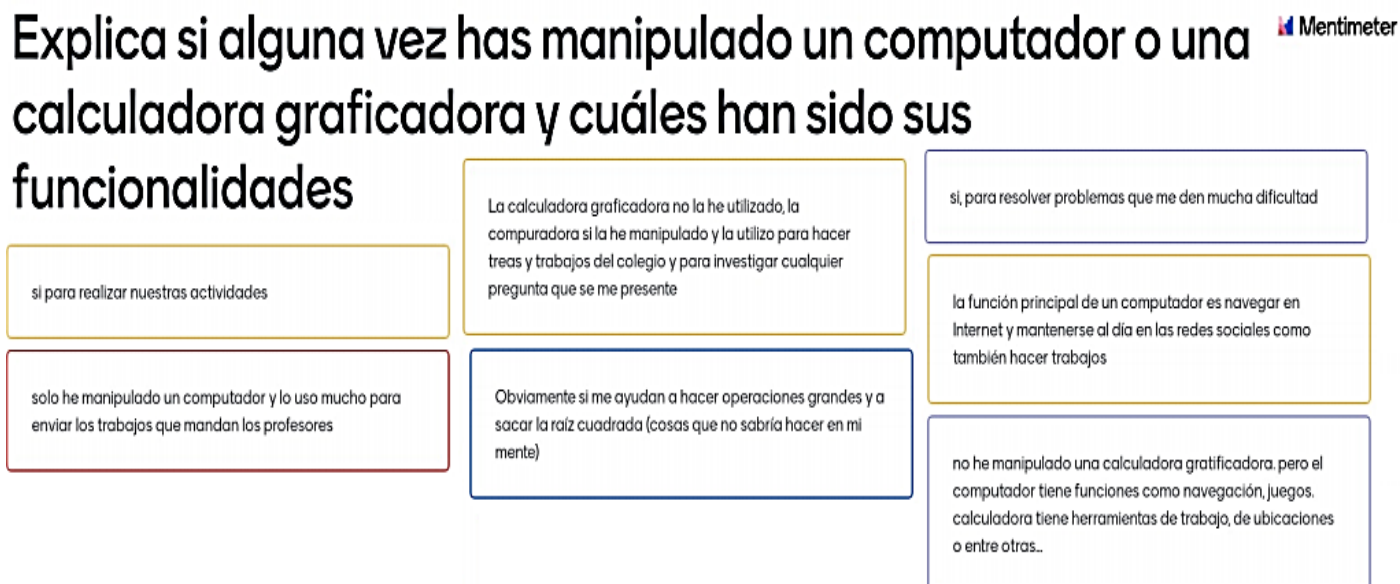
En la quinta pregunta asociada a la figura 25, los estudiantes tienen la posibilidad de explicar sobre la manipulación de un computador o una calculadora graficadora manifestando el

conocimiento que poseen de sus funcionalidades y aquellas que han contribuido de alguna manera a su interacción con el entorno en su proceso de formación integral. Una gran proporción de estudiantes, argumentan que han dado usabilidad al computador como una herramienta que les facilita la realización de tareas escolares, otorgando posibilidades de investigación y apropiación de procesos propios de las circunstancias en que se vive actualmente cuando se pide la presentación de actividades por estos medios; otros factores que mencionan, es la potencial ayuda del computador en la solución de problemas de orden numérico, cuando ellos comienzan a manifestar algún grado de dificultad, asociada no solo a la investigación, sino al seguimiento de un proceso correcto. También explican que el computador es un medio de navegación, de interacción con las redes sociales y la realización de juegos que les permiten potencializar sus conocimientos y sus competencias personales y grupales.

En cuanto a la usabilidad de calculadoras graficadoras como mecanismo de aprendizaje en el pensamiento matemático, manifiestan no conocer este instrumento, por lo tanto, lo abordan como un elemento para realizar operaciones matemáticas básicas de suma, resta, multiplicación y división; de esta manera, no se observa que le den relevancia a las TIC en conjunto como instrumentos para resolver problemas contextualizados.

**Figura 24**

*Respuestas frecuentes de la quinta pregunta*



**Nota.** Fuente de elaboración Mentimeter

En la sexta pregunta relacionada en la figura 25, sobre el concepto de software y su conocimiento relativo a la funcionalidad que ofrece dentro de sus programas y la presentación de tareas escolares, los estudiantes mencionan las clases de softwares o programas de computación que han utilizado en el campo educativo. Los estudiantes responden en su gran mayoría, en términos asociados al paquete de Office como Microsoft Word, Excel y Power Point y los catalogan como herramientas que les ofrecen la posibilidad de acceder a tareas y a competencias propias de los aprendizajes del momento. Así mismo, expresan la usabilidad de programas como Paint y Lector PDF como dispositivos propios de la computadora, que permiten de igual forma el trabajo remoto en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Otros estudiantes confunden el término buscador con el de software o programa y utilizan Wikipedia y Yahoo, como páginas webs que intervienen en la búsqueda de tareas proporcionando elementos de investigación y de ampliación del conocimiento.

En conclusión y frente a las respuestas dadas por los estudiantes respecto a este tipo de

recursos, se establece que el desconocimiento sobre software y su funcionalidad, específicamente en procesos matemáticos, invita a diseñar dentro de próximos procesos propios de este proyecto de investigación, mecanismos organizados donde la prioridad sea la aplicabilidad de herramientas TIC que permitan la solución de problemas contextualizados inherentes al pensamiento variacional.

### Figura 25

*Respuestas frecuentes de la sexta pregunta*

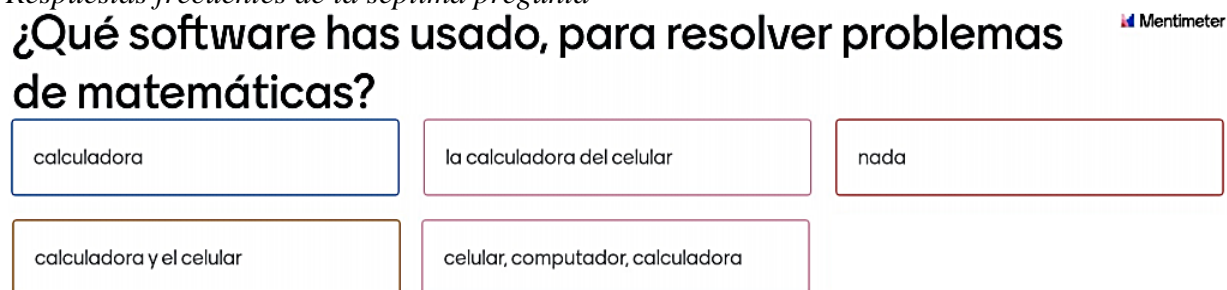
## Explica que clases de software o programas de computación manejas.

Manejo word, paint, y power Point pdf, exel,

wikipedia, google, yahoo

*Nota.* Fuente de elaboración Mentimeter

En la pregunta siete, donde se permite identificar en los estudiantes los tipos de software usados para resolver problemas matemáticos, se refleja en la figura 25, un desconocimiento total de softwares y sus funciones para solucionar problemas, mencionando aquellos que se dan en el orden de las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división, como la calculadora del celular, del computador o la manual; otros no reconocen ningún programa que posibilite fortalecer sus habilidades en el ámbito de las TIC y en los procesos de enseñanza y aprendizaje en este tipo de pensamiento, lo cual constituye una necesidad dentro del proyecto de investigación y ajustada a los objetivos específicos, de establecer directrices curriculares suficientes que conlleven a ofrecer la construcción del conocimiento desde ambientes de aprendizaje.

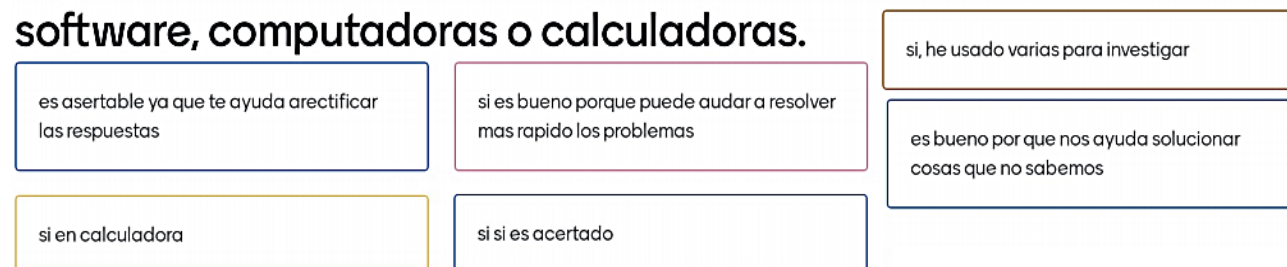
**Figura 26***Respuestas frecuentes de la séptima pregunta***Nota.** Fuente de elaboración Mentimeter

En la octava y última pregunta, los estudiantes argumentan dando su opinión personal y como producto de su experiencia, si en las matemáticas es acertado el uso de software, computadoras o calculadoras. En la figura 26, dejan ver la necesidad de establecer procesos dinámicos elaborados desde los softwares o computadora, poniendo de manifiesto el desconocimiento de programas que les faciliten y les otorguen posibilidades de resolución de problemas y el fortalecimiento de las competencias como modelación, comunicación y razonamiento; un factor importante respecto al análisis de estas respuestas está dado en la dificultad que poseen de argumentar, dado, en que solo mencionan algunos criterios disponibles para el aprendizaje en este aspecto, sin ser claros en sus posiciones. Debido a que los estudiantes sólo expresan respuestas puntuales sin fundamentar sus orientaciones respecto a la usabilidad de las TIC, es preciso concebir en las nuevas pedagogías una necesaria integralidad de procesos a este respecto, con miras a avanzar en resultados de pruebas estandarizadas de orden local, regional, nacional e internacional.



**Figura 27***Respuestas frecuentes de la octava pregunta***Argumenta con tu opinión personal y producto de tu experiencia, si en las matemáticas, es acertado el uso de software, computadoras o calculadoras.**

Mentimeter

**Nota.** Fuente de elaboración Mentimeter**Síntesis General**

Los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa de María, han puesto de manifiesto en la prueba diagnóstica y dentro de conceptos generales, que se les facilita responder de un modo operativo cada uno de los ítems propuestos, sin embargo, en el instrumento de Indagación Preliminar, y cuyas características están dadas en la argumentación y comunicación, con la posibilidad de fundamentar sus posiciones en lo relacionado con la integración de las TIC al pensamiento matemático, dejan ver vacíos conceptuales que conllevan a la falta de apropiación de contenidos y procedimientos como coadyuvantes en la solución de problemas del contexto y habilidades para la vida. Muestran a su vez la necesidad de formalizar y realizar una reestructuración integral de los currículos que permitan una innovación en los ambientes escolares, con dinamismo e interacción, propiciando un aprendizaje colaborativo y que contribuya al desarrollo de sociedades nuevas.

En relación a los resultados concretos dejados por la prueba en el momento, se refleja la escasa producción textual de los estudiantes, así como también la manera incorrecta de definir los conceptos y la apatía por este tipo de preguntas que son abiertas, poniendo en contexto la deficiente fundamentación de competencias relacionadas con la comunicación, argumentación y

razonamiento, donde se observan falencias relevantes que conducen finalmente a bajos resultados en pruebas estandarizadas. Además, se deja notar que índices elevados de estudiantes apuntan a dar respuestas enmarcadas en el uso de operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división, evidenciando su nivel de apropiación de contenidos frente a otras temáticas.

## **Capítulo 4. Intervención Pedagógica e Innovación TIC**

La renovación de contenidos curriculares, el desarrollo de competencias en contextos escolares y en fin, la alfabetización digital imperante en la época actual, son elementos de gran trascendencia y necesidad cuando se aborda, no solamente, el análisis de la calidad educativa, sino en el acto de la formación mismo del estudiante; por ello, se requiere la implementación de estrategias didácticas pedagógicas que partiendo del impulso brindado por los factores de conocimiento que otorgan las nuevas las TIC, se repercuta en forma directa en los logros y resultados derivados del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Rivero et al., (2013), afirman que usar las TIC en la educación conlleva a la implementación y evaluación de nuevas tecnologías educativas, convertidas estas, en alternativas y mecanismos que favorecen la calidad en el acto de enseñar y aprender, máxime cuando este tipo de recursos reúnen las características de ser selectivos e innovadores.

Los siguientes criterios metodológicos orientados a un trabajo cualitativo de tipo descriptivo, sustentan de forma teórica la dirección tomada por la estrategia didáctica brindada mediante las tecnologías de la información y comunicación, en donde a través de una intervención con el software GeoGebra en el grado noveno, se han experimentado resultados diversos frente a la puesta en marcha de objetivos específicos que direccionan este estudio, enmarcados en el desarrollo del pensamiento variacional y en la evaluación de procesos de aprendizaje desde una alternativa constructivista.

### **Identificación de Falencias Relacionadas con el Pensamiento Variacional en Ambientes de Aprendizaje**

Dado que el desarrollo del pensamiento variacional se concibe como una manera de pensar dinámica, donde intervienen diversos patrones de cantidades derivados de la realidad, se

trata aquí, en este apartado, de ponerlo en concordancia y sujeto al contexto evidenciando la forma como se han presentado los desarrollos derivados de esta categoría en el marco de la realización del diagnóstico presentado en este estudio.

En este sentido, se plantean deficiencias notorias de los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa de María, en la aplicabilidad de secuencias numéricas y expresiones generales de una sucesión en lo relacionado con el poco reconocimiento de patrones de regularidad, diferencias entre números y razones matemáticas que no le permiten abordar procesos de resolución individual y colectiva de problemas de contexto, evidenciándose en el análisis de resultados de la prueba inicial que el 72,5% presenta este tipo de falencias.

En segundo lugar, se ha demostrado con un resultado del 65%, un notorio déficit en desarrollo de competencias en cuanto a las transformaciones y comparaciones, entre expresiones algebraicas, generando como implicación principal un limitado nivel de interpretación entre sistemas de representaciones algebraicas y gráficas.

Un tercer factor de análisis, es el dado en la aplicabilidad de las regularidades en formas bidimensionales y tridimensionales, donde se observa un resultado relacionado con las deficiencias del 68% que dejan ver el poco reconocimiento de características de objetos que varían a medida que transcurre el tiempo, planteando de forma mínima una regularidad entre objetos.

Una tercera subcategoría, con el 65% de afectación del desarrollo de competencias relacionadas con pensamiento variacional, es la de la variación del movimiento de diferentes objetos, presentando falencias en la identificación de tendencias relativas a la variación.

Por último, se observa un resultado del 50% inherente a patrones de comportamiento, debido a su dificultad para reconocer magnitudes dependientes e independientes, que conllevan a

poca relación gráfica, en donde interviene la regularidad entre ellas.

Realizando un análisis puntual sobre las incidencias del pensamiento variacional en cada una de las subcategorías mencionadas anteriormente, y a manera de interpretación, se relaciona aquí, la postura de Vasco (2002), en sus planteamientos sobre la intervención práctica y dinámica de solucionar situaciones problemáticas proponiendo que es de vital importancia el uso de herramientas tecnológicas que como el software GeoGebra implementen la usabilidad de palabras, símbolos y dibujos que permitan la objetivación de modelos mentales, con miras a comparar y reformular conceptos de representación de la información, de tal modo que una vez dispuestos en ambientes de aprendizaje, optimicen no solo resultados en pruebas estandarizadas, sino en la resolución de problemas contextuales.

### **Diseño de Secuencia Didáctica como Estrategia Pedagógica de Intervención**

Estructuras didácticas novedosas que posibiliten desarrollos dinámicos dirigidos a currículos forjadores de diversos pensamientos en los estudiantes, son elementos necesarios y de vanguardia que se constituyen en criterios de enseñanza y aprendizaje orientados al logro de competencias en ambientes escolares; Brousseau (2007), en su teoría de situaciones didácticas lo afirma cuando establece que incorporar nuevas formas en un proceso de estructuración orientado a la enseñanza, crea la posibilidad de recoger información, elegir, abstraer, explicar, demostrar y deducir, de tal manera que se dé significado contextual al trabajo pedagógico. Es así, como se construye a continuación y a partir del enlazado de cuatro fases, un paradigma pedagógico que establece relaciones entre procesos de diagnóstico, intervención y evaluación dirigidos al fortalecimiento de habilidades propias al pensamiento variacional.

### ***Relación de las Fases***

La característica fundamental presentada en el diagnóstico se sostiene en un repetitivo

déficit de competencias relacionadas con el pensamiento variacional en las que se dejan observar limitaciones notorias en secuencias numéricas, términos generales de una sucesión, relaciones, transformaciones y comparaciones entre expresiones algebraicas, regularidades, variación del movimiento y patrones de comportamiento, y planteando una relación directa de esta fase con incidencias en el objetivo específico número dos, se permite el diseño de una estrategia metodológica generada a través del uso de recursos del software GeoGebra enmarcado en una secuencia didáctica, tal que permitiera al estudiante la superación de este tipo de falencias.

### ***Descripción del Proceso de Diseño de la Secuencia Didáctica***

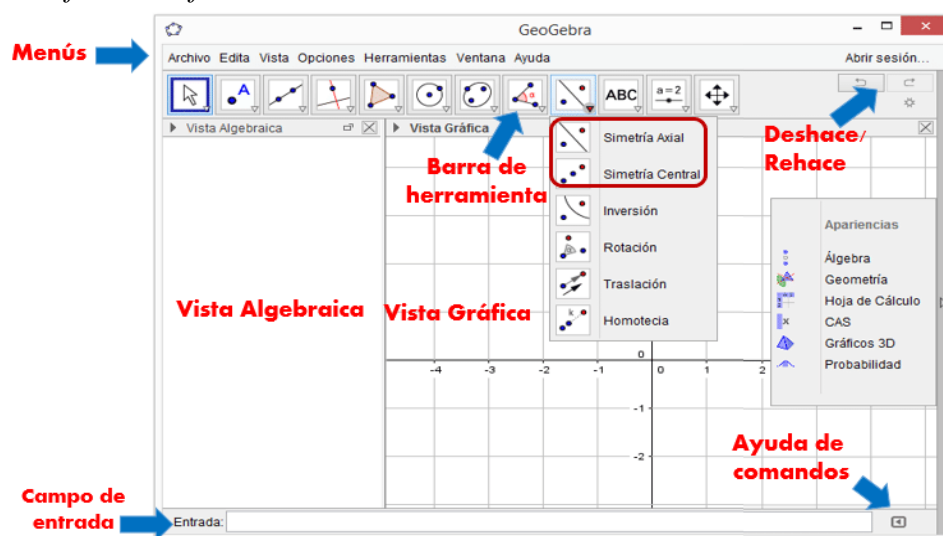
La estrategia didáctica propuesta para este estudio de investigación y requerida para la posible solución de falencias relacionadas con el pensamiento variacional en estudiantes del grado noveno, considera en un primer momento la revisión de literatura con respecto a posturas y enfoques dinamizadores de los procesos de enseñanza y aprendizaje, constructos caracterizados por la necesidad de cambio y de paradigmas en contextos escolares, y aportes trascendentales a nivel de competencias, que en este sentido conllevan a la abstracción, inferencia y deducción, originadas en secuencias numéricas, expresiones generales de una sucesión, relaciones, regularidades, variación del movimiento de diferentes objetos, transformaciones y comparaciones entre expresiones algebraicas; que radiquen, como componentes significativos, en la posibilidad de relacionar la teoría con la práctica pedagógica en los ambientes de aprendizaje.

En un segundo momento y determinante, se han implementado los ejercicios que se consideran requerimientos para el desarrollo de competencias en torno al cambio, la variación, modelación, los patrones de regularidad y que han sido productos de construcciones originadas en otros trabajos de investigación relacionados. Ya, describiendo cada componente, tanto de la

secuencia didáctica como la implementación del software GeoGebra, se recurre a la formulación de actividades en su orden específico.

En primer lugar, se aborda el reconocimiento de la interfaz del software GeoGebra mostrando cada uno de los menús que lo conforman, tal como se observa en la figura 28; (VER ANEXO F).

**Figura 28**  
*Interfaz del Software GeoGebra*



**Nota.** Fuente <https://bit.ly/3hqJDel>

Así mismo, se incorporan distintas expresiones algebraicas relacionadas con el cambio y la variación, donde se observan distintos tipos de gráficas de acuerdo a los comandos ingresados. Se consideran como ventajas de su reconocimiento, la posibilidad ofrecida al estudiante de sensibilizarse frente al manejo de herramientas digitales e incursionar en todo el engranaje del conocimiento que plantea este, como factor de desarrollo y de expresión de la dinámica del pensamiento, tal como lo propone Arteaga et al., (2019), en su manifestación sobre las aportaciones dinamizadoras del software GeoGebra, de cuya implementación se derivan nuevos conocimientos.

En segundo lugar, se presenta la actividad de aprendizaje número uno, que contiene dos

preguntas con igual número de ítems, donde abarca la caracterización de situaciones problemas contextualizados que se modelan a partir del software GeoGebra, generando y puntualizando los interrogantes planteados (VER ANEXO G). Es evidente aquí, que el aporte académico del plantear actividades que desarrollen el pensamiento variacional, ha sido la oportunidad de que el estudiante solucione con facilidad y capacidad de deducción, problemas contextuales, tal como lo enfatiza Gonzáles et al., (2017), cuando aborda que la visualización gráfica permite englobar criterios relacionados con la participación y la comunicación que fortalecen el aprendizaje.

En tercer lugar, se presenta la actividad de aprendizaje número dos, que plantea un conversatorio relacionado con los rectángulos, orientados desde cinco preguntas abiertas, seguido de situaciones que involucran perímetro y área; así mismo, se orienta la posibilidad del razonamiento, argumentación y modelación a través del software GeoGebra, y mediante un trabajo de orden colaborativo, se permite dar respuesta a los diez interrogantes planteados posteriormente en el ejercicio (VER ANEXO H). A nivel educativo le aporta al estudiante la posibilidad de conceptualizar y caracterizar, reconociendo formulas inherentes a él, y relacionados con los conocimientos previos. En un planteamiento de Vergel-Ortega et al. (2016), se considera que cuando se incorporan recursos digitales al proceso de enseñanza y aprendizaje, el resultado radica en el desarrollo de capacidades cognitivas.

En un cuarto momento, aparecen la actividad de aprendizaje número tres, cuyo contenido enmarcado en tres situaciones problemas con cinco ítems cada una, relacionados con la variación y el cambio a través del tiempo, direccionadas a observar trayectorias, reconocer posición inicial y final de objetos en el plano cartesiano brindado por el software GeoGebra (VER ANEXO I). A nivel educativo, la implementación de dichas actividades fortalece competencias propias de la modelación, transferencia de datos y argumentación, solicitadas por los Lineamientos



Curriculares de Matemáticas (1998), en donde se establece, que los máximos niveles de rendimiento en pensamiento variacional, están dados desde criterios dinámicos.

En cada uno de los momentos de intervención de las actividades de aprendizaje, se plantea la posibilidad de argumentar los aspectos significativos y relevantes, resultantes de cada actividad.

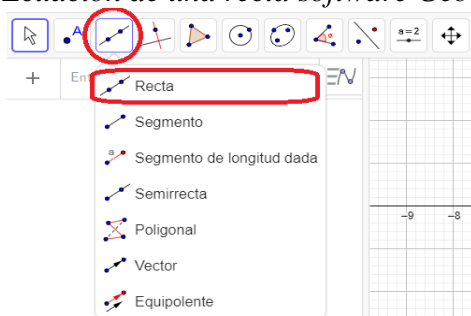
La secuencia didáctica, presenta finalmente dos consideraciones importantes; la primera corresponde a una prueba de cierre (VER ANEXO J), que contiene cinco preguntas abiertas, relacionados con las competencias matemáticas y el desarrollo del pensamiento variacional, cuyo objetivo es evaluar el nivel de desempeño a través de su implementación, permitiendo al estudiante la oportunidad académica de visualizar los resultados en pruebas estandarizadas, y generando a la vez, una realimentación de procesos, tal como lo establece Clarke (1997), dada esta, en la operatividad del pensamiento como fuente para la solución de problemas. La segunda constituye un cuestionario de percepción (VER ANEXO K), que contiene cinco preguntas abiertas, con la posibilidad de analizar lo desarrollado en cada momento, fortaleciendo en el estudiante, la argumentación y análisis de logros en el desarrollo de competencias relativas a solución de problemas de contexto.

### **Consideraciones Técnicas**

Incorporar procesos de carácter pedagógicos y teóricos a posibilidades prácticas de aprendizaje, constituye un reto para la obtención del conocimiento; es así como en este apartado se establecen las explicaciones correspondientes al engranaje de conceptos desde la secuencia didáctica y hasta el diseño de actividades que, consideradas en su parte técnica, pueden ser ejecutadas en el software GeoGebra como posibilidad de intervención en las competencias matemáticas de los estudiantes.

En la actividad de aprendizaje número uno (VER ANEXO G), se presentan dos situaciones problemas en las cuales se deben determinar la tabla de valores y la función que la modela. Para ello, en cada una de las actividades que plantean la misma ruta técnica para su realización, se ingresan coordenadas cartesianas de la forma  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  en la barra de entrada del software, siguiendo las instrucciones de la pregunta. Posteriormente, se encuentran las funciones que intervienen en la situación, seleccionando en la barra de menú, la opción RECTA, y haciendo clic sobre las dos coordenadas cartesianas aparece la ecuación de la recta de la forma  $ax+by=c$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales, tal como se muestra en la figura 29.

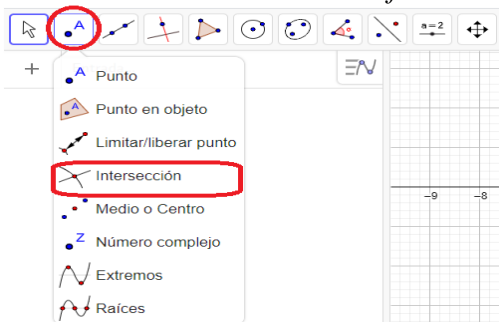
**Figura 29**  
*Ecuación de una recta software GeoGebra*



**Nota.** Interfaz del software GeoGebra.

La tabla de valores se origina a partir de la incorporación de rectas de la forma  $x=m$ , donde  $m$  representa un número real positivo cercano al cero; finalmente para hallar el término en 'y', se elige en la barra de menú, la opción INTERSECCIÓN, como se muestra en la figura 30.

**Figura 30**  
*Intersección de rectas en el software GeoGebra*



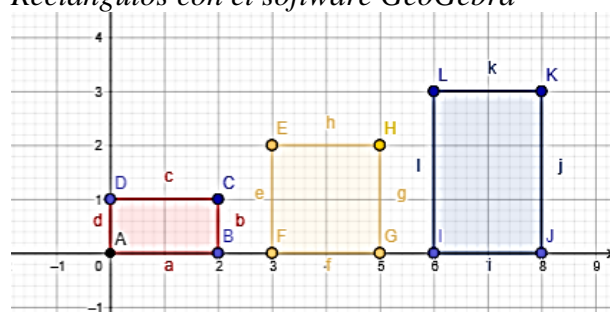
**Nota.** Interfaz del software GeoGebra.

Posteriormente, se presiona clic encima de las rectas de la forma  $x=m$ , y  $ax+by=c$ ; el punto de intersección se refleja en la vista algebraica. Finalmente se consignan los resultados en tablas de valores que consignan en sus respectivos cuadernos de matemáticas.

La expresión que modela la situación problema en cada ítem, se obtiene a partir del despeje de la variable 'y' de la función  $ax+by=c$ , en cada uno de los casos.

En la actividad de aprendizaje número dos (VER ANEXO H), se presenta un conversatorio de conocimientos previos, relacionados con área y perímetro de rectángulos, reconociendo sus puntos de vista y la concepción que tienen sobre ellos. Posteriormente, se ingresan las coordenadas cartesianas de la forma  $(x,y)$  en la barra de entrada del software, presentes en la figura 31.

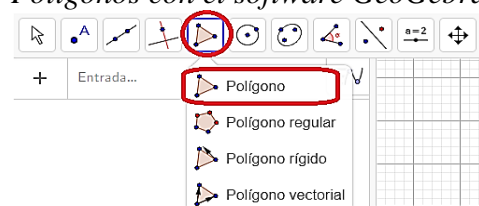
**Figura 31**  
*Rectángulos con el software GeoGebra*



**Nota.** Interfaz del software GeoGebra.

Después del ingreso de los puntos, se unen entre sí para formar las figuras anteriormente presentes, usando en la barra de menú, la opción POLÍGONO, en las cuales se seleccionan las coordenadas  $(x,y)$  que corresponden a sus vértices; así como se presenta en la figura 32.

**Figura 32**  
*Polígonos con el software GeoGebra*

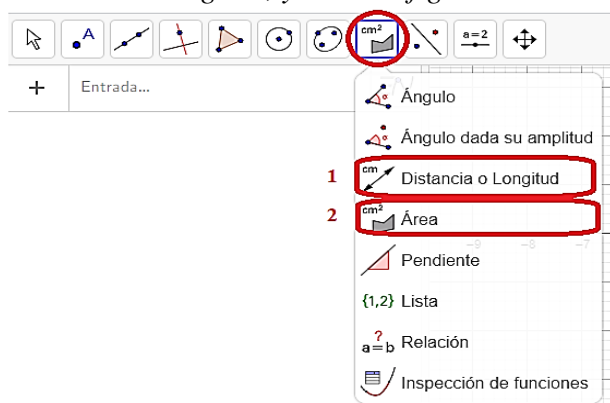


**Nota.** Interfaz del software GeoGebra.

En cada uno de los rectángulos se establece el perímetro y el área, consignando los datos en las tablas correspondientes en el cuaderno de matemáticas. El perímetro se calcula determinando la suma de las distancias entre cada coordenada, para ello en la barra de menú, se selecciona la opción DISTANCIA O LONGITUD, y se presiona clic entre los puntos; para hallar el área se selecciona en ese mismo menú la opción ÁREA y clic sobre la figura, así como se muestra en la figura 33.

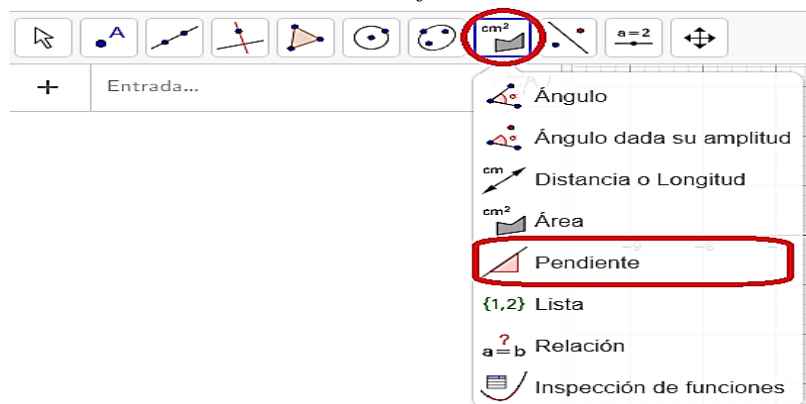
### Figura 33

*Distancia o longitud, y área de figuras con el software GeoGebra*



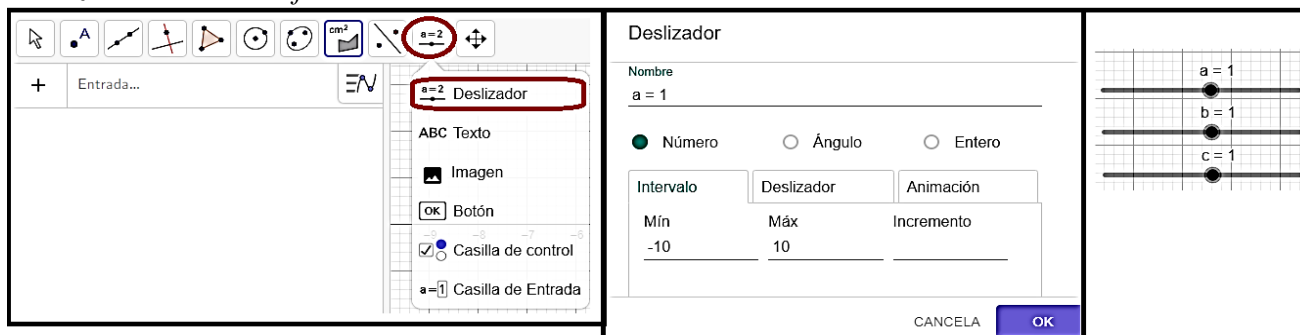
**Nota.** Interfaz del software GeoGebra.

Luego de completar la tabla que relaciona el área y perímetro de los rectángulos, se permite establecer una concordancia entre las alturas de estos y el perímetro, y su área; hallando patrones de regularidad y respondiendo a interrogantes planteados. Para realizar la gráfica que relaciona la altura y el perímetro, al igual que la altura y el área, se ingresan los datos como parejas ordenadas (x,y) que aparecen consignados en las tablas; se halla la ecuación como aparece en la figura 29 y la pendiente de la recta se obtiene en la barra de menú opción PENDIENTE, presionando clic sobre la recta, como se muestra en la figura 34.

**Figura 34***Pendiente de una recta con el software GeoGebra*

**Nota.** Interfaz del software GeoGebra.

En la actividad de aprendizaje número tres (VER ANEXO I), se caracterizan tres expresiones algebraicas de la forma  $y=ax^2+bx+c$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales. Para ello, se deben ingresar tres deslizadores  $a$ ,  $b$  y  $c$  que corresponden a los coeficientes de la función cuadrática y que estén en un intervalo de  $-10$  a  $10$ , que corresponde al rango de movimiento de los datos en cada expresión y que se obtiene en la barra de menú opción DESLIZADOR y dando clic en el plano cartesiano de la interfaz del software GeoGebra, tal como se muestra en la figura 35.

**Figura 35***Deslizadores con el software GeoGebra*

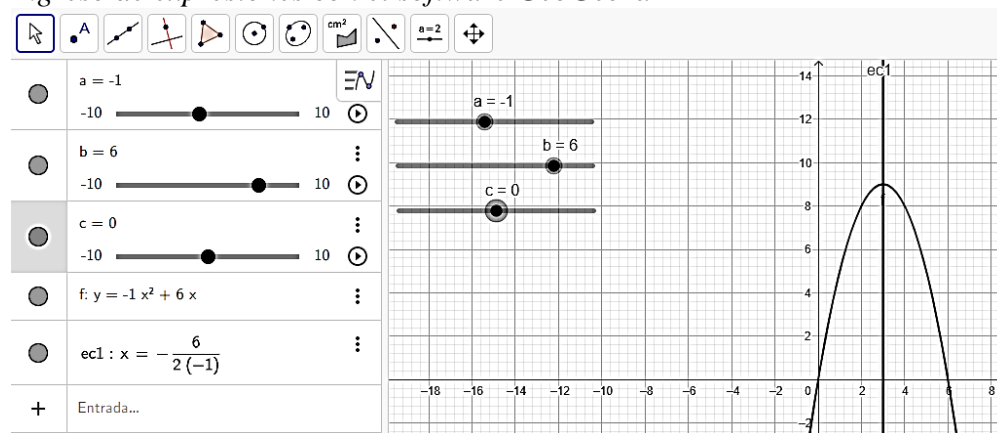
**Nota.** Interfaz del software GeoGebra.

Después de ubicar los deslizadores, en la barra de entrada, se ingresan las expresiones  $y=ax^2+bx+c$  y  $x=\frac{-b}{2a}$ ; la primera corresponde a la función cuadrática y la segunda al eje de

simetría que nos conduce a determinar el vértice de la situación problema; y se ubica la expresión semejante a la planteada, dándole forma con los deslizadores; por ejemplo en el primer inciso, tal como se presenta en la figura 36.

**Figura 36**

*Ingreso de expresiones con el software GeoGebra*



**Nota.** Interfaz del software GeoGebra.

Así mismo, para responder a los interrogantes planteados, es necesario realizar la intersección entre las expresiones algebraicas y cada uno de los ejes cartesianos, tal como se ejecuta en la figura 30.

### Implementación del Software GeoGebra como Estrategia Didáctica Constructivista

Hablar de hallazgos determinantes del conocimiento y evidenciados tras un proceso de carácter científico ocurrido en el ambiente de aprendizaje del grado noveno de la Institución Educativa de María, cuya característica con respecto al objetivo general de esta investigación son los bajos resultados en pruebas estandarizadas institucionales acompañados de rasgos en el pensamiento variacional que impide el desarrollo de competencias del estudiante mostrando rangos de desempeño bajos relativos a la identificación y al análisis de parámetros en sistemas de representación algebraica y en gráficas generadas a partir de una familia de funciones polinómicas presentes en modelos de cambio y variación, además de situaciones disfuncionales referentes al espacio, donde sus características fundamentales son las relaciones geométricas

dadas en trayectorias y desplazamientos de cuerpos en forma diferente, estructuras ineficientes de visualización como competencias dirigidas a la solución de problemas de contexto, es abordar la necesidad no solo de trascender los logros manifestados en competencias de pensamiento, sino que deja ver la necesidad de fundamentar contenidos dinamizadores, novedosos y que tendientes al modelo pedagógico integral propuesto, constituyan en sí, y a partir de aplicación las TIC con enfoque constructivista, una posibilidad para la resolución de problemas de la vida cotidiana y superación de niveles de desempeño con tendencia social.

Se expresa aquí y frente a las relaciones existentes entre los objetivos específicos, que estos han delimitado inicialmente la posibilidad de la realización donde se ha determinado que su competencia y categoría central ha sido el pensamiento variacional, dejando también identificar que, en subcategorías como secuencias numéricas, en temáticas como las regularidades, las comparaciones, la variación y el movimiento, y tras la aplicación de una prueba diagnóstica donde también se ejecuta observación participante para detección de presaberes, se ha obtenido como resultado principal, la característica tendiente al reflejo del estudiante, de su desmotivación por ciertos procesos relacionados con el área de matemáticas.

Detectado lo anterior, se plantea el diseño de una experiencia didáctica que permita al estudiante el desarrollo del pensamiento variacional e incorporando actividades que desde el software GeoGebra y mediante la elaboración pedagógica de una secuencia didáctica, posibilite el logro no solo de tendencias motivacionales con respecto al área, sino incursión de una manera directa con las herramientas TIC y el abordaje de situaciones problemas cuya solución redunde en beneficios del fortalecimiento de competencias.

Finalmente, y en concordancia con el objetivo general de este estudio, se evalúa el nivel de desarrollo del pensamiento variacional en donde a través de categorías como procesos de

aprendizaje, se observen desempeños en razonamiento, modelación, comunicación, argumentación, formulación, planteamiento y resolución de problemas; es aquí donde se deja ver la concordancia conceptual en relación con la aplicabilidad de los instrumentos.

La relación, coherencia y pertinencia de este enlazado conceptual, radica en una postura de Ortíz (2020), cuando afirma que el uso del software GeoGebra mejora no solo la motivación del estudiante frente al área de las matemáticas, sino que posibilita la adquisición de competencias dentro del pensamiento variacional, asumiendo concepciones constructivistas dentro de sus saberes.

A nivel específico, en cada una de las actividades de aprendizaje implementadas y presentes en la secuencia didáctica, se observa que los estudiantes siguen orientaciones que los conducen a la resolución de problemas de contexto; reconocen el software GeoGebra y lo manejan con facilidad en el empleo de cada uno de los recursos dispuestos allí, desde una forma técnica como manera de intervenir competencias creativas y dinámicas. Finalmente, de forma guiada y ordenada, participan en grupos de discusión para argumentar sobre la importancia y adaptabilidad de cada uno de los recursos presentados, evidenciándose motivación, dinamismo y trabajo colaborativo.

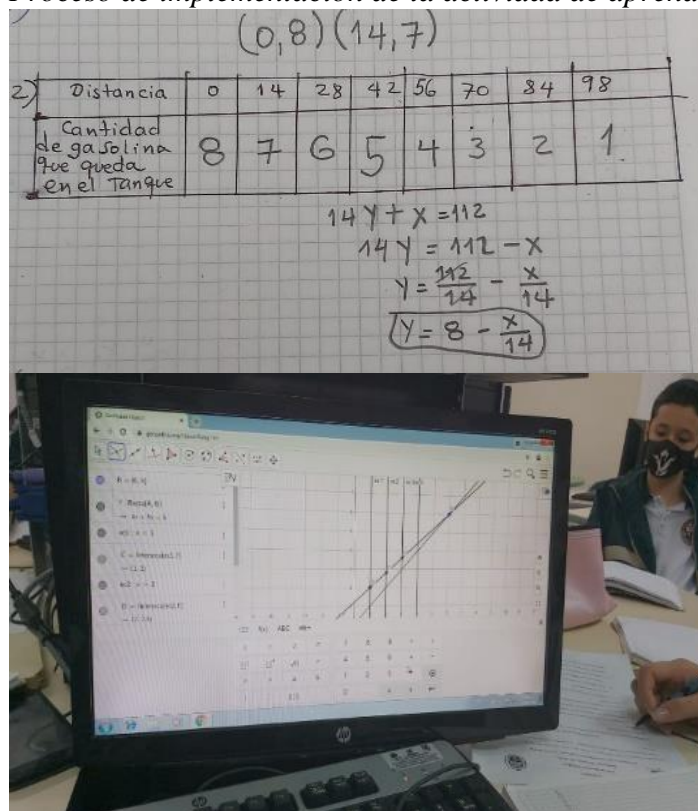
Frente a la implementación de la actividad de aprendizaje uno, enmarcada en la secuencia didáctica y refiriéndose a los hallazgos dentro de su paso a paso, se puede evidenciar que el grupo del grado noveno, plantea organización al momento de seguir directrices, ello se observa cuando se inicia la lectura de las actividades generadas en la estructura de la misma; revisan el objetivo y las consideraciones depositadas en el encabezamiento e interrogan al docente sobre el manejo tanto teórico como práctico en que deben realizar los ejercicios. Posteriormente se imparten instrucciones sobre la solución de situaciones problemas generadas a través del



software GeoGebra como la manera en que deben ser ingresadas las coordenadas cartesianas, el despeje de fórmulas para hallar la generalización de una expresión lineal y el uso de recursos propios de este mecanismo constructivista; finalmente ejecutan, con un orden lógico los diferentes ejercicios y actividades presentes en el software, encontrándose que reconocen patrones de regularidad, modelan la situación problema, establecen relaciones entre lo tabular, algebraico, gráfico y geométrico; finalmente, se identifica que algunos estudiantes demuestran recurrencia en procesos ineficientes de desarrollo de competencias relacionados tanto con el pensamiento variacional como con la usabilidad del software GeoGebra. Por último, argumentan a través de un conversatorio sobre sus avances, dificultades y conocimientos adquiridos en la práctica pedagógica y la manera como cada ejercicio contribuye a afianzar competencias en relación con el desarrollo del pensamiento variacional. Lo anterior se evidencia en la figura 37.

### Figura 37

*Proceso de implementación de la actividad de aprendizaje uno*



**Nota.** Trabajo realizado por estudiantes

En referencia al segundo momento didáctico aplicado, se sustenta que lo han llevado a cabo siguiendo las instrucciones que lo encabezan y haciendo una reflexión dialogada con relación al objetivo planteado, que busca en su forma general, construir en el software GeoGebra secuencia de rectángulos y relaciones presentes, identificando a la vez, variables dependientes e independientes y modelado de situaciones; posteriormente, se remiten a visualizar las actividades, donde encuentran interrogantes que resuelven a través de un conversatorio que les permite conceptualizar presaberes sobre figuras geométricas y magnitudes. Encuentran algunos procedimientos prácticos y se halla aquí, que han dado significados conceptuales correctos sobre relaciones entre dichas variables, tasas de cambio, regularidades, representación en el plano cartesiano por medio del software, tabulación de datos y cálculo de expresión algebraica que modela la situación, dejando ver posibilidades potenciales de producción textual, análisis e inferencia de criterios relacionados con el pensamiento variacional. Por último, al abordar el momento de autoevaluación de la actividad donde se socializa lo ocurrido dentro de los procesos dados, se continúa manifestando un predominio de análisis crítico y de manejo de competencia argumentativa y comunicativa al momento de resolver problemas de contexto; igualmente, se presentan avances significativos en cuanto a la usabilidad de los recursos del software GeoGebra y el reconocimiento de los términos relacionados en este tipo de pensamiento. Lo anterior se evidencia en la figura 38.

## Figura 38

### Proceso de implementación de la actividad de aprendizaje dos


1. Realización de conversatorio desde los siguientes interrogantes:

- ¿Qué es un rectángulo? Es una figura que tiene dos pares de lados iguales
- Dado un rectángulo cualquiera, ¿cuál es su ancho y cuál es su largo? El ancho es horizontal y el largo es vertical
- Dado un rectángulo cualquiera, ¿cuál es su base y cuál es su altura? la base es el suelo y la altura es el largo
- ¿Qué es el perímetro y como se calcula? Es la suma de todos los lados y se calcula con la suma de todos los lados
- ¿Qué es el área y cómo se calcula? Es la superficie y se calcula multiplicando la base por la altura

Rectángulo	Perímetro	Área
1 (color rojo)	6	2
2 (color amarillo)	8	4
3 (color azul)	10	6
4 (color café)	12	8
5 (color verde)	14	10

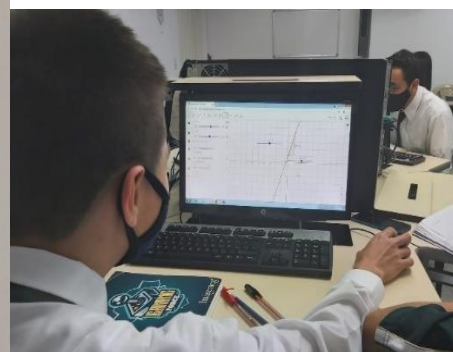
  

Altura	Perímetro (u)
1	6
2	8
3	10
4	12
5	14
6	16

- De las cantidades, altura del rectángulo y perímetro del rectángulo, ¿cuál depende de cuál? el perímetro del rectángulo depende de la altura
- ¿Cuál de las magnitudes anteriores, es la variable independiente y cuál la dependiente? independiente: la altura dependiente: el perímetro
- Con base en los datos de la tabla, ¿existe alguna tasa de cambio constante del perímetro de los rectángulos, en relación con su altura? Sí, 2
- Encuentra una expresión matemática que corresponda al patrón de variación del perímetro del rectángulo en relación con su altura.  $2x + 4 = 4$   
 $4 = 2x + 4$
- Representa en el plano cartesiano los datos de la tabla, que relaciona el perímetro del rectángulo con su altura. Recuerda darles nombres a los ejes coordenados, de acuerdo con el tipo de variable: dependiente e independiente. dependiente: perímetro independiente: Altura
- Haz una breve descripción de cómo han quedado distribuidos los puntos de coordenadas en el plano cartesiano y qué tipo de gráfica obtuviste. 
- Calcula el valor de la pendiente de la recta dibujada. Recuerda que la pendiente es el cociente entre la variación del perímetro del rectángulo y la variación de su altura entre dos puntos de la recta.  $m = 2$

$$m = \frac{\Delta P}{\Delta h} = \frac{P_2 - P_1}{h_2 - h_1}$$

P es el perímetro del rectángulo y h el ancho o altura del mismo. Valor de la pendiente de la recta:  $m = 2$

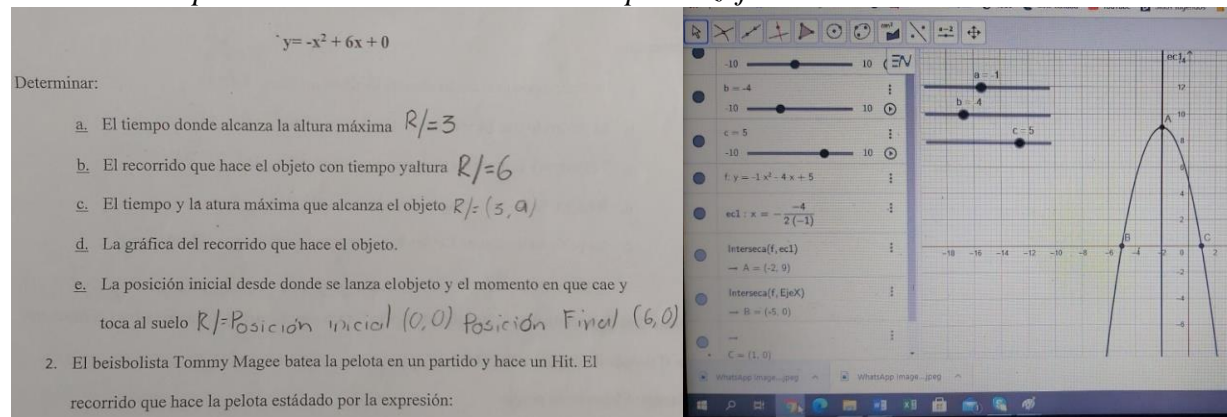


**Nota.** Trabajo realizado por estudiantes

En la tercera aplicación de la secuencia didáctica, han leído su objetivo tendiente a caracterizar la función cuadrática por medio de recursos del software GeoGebra, determinando procesos direccionados a establecer tiempos, posición y recorrido en relación con el desplazamiento de objetos; allí, se observa que han reconocido los elementos que conforman las expresiones cuadráticas, identificando las posiciones iniciales, finales y cambio en el que varía el objeto dentro de la situación problema, además, experimentan con los deslizadores a, b y c dentro de la expresión  $y=ax^2+bx+c$ , los aumentos, disminuciones, traslaciones y orientaciones al momento de mover cada uno de ellos con relación a los ejes cartesianos. En el momento de la autoevaluación, manifiestan los aprendizajes adquiridos estableciendo relaciones entre situaciones cotidianas sucedidas dentro de sus propias vivencias y las suscitadas en el contexto del pensamiento variacional. Lo anterior se evidencia en la figura 39.

### Figura 39

#### Proceso de implementación de la actividad de aprendizaje tres



**Nota.** Trabajo realizado por estudiantes

A nivel general, un hallazgo fundamental en esta investigación, lo constituye un marcado direccionamiento del estudiante hacia la facultad de resolver sus propias situaciones problemáticas y las generadas en relación con el cambio, la variación, modelación, comunicación argumentación e interpretación, posicionándolo en un futuro en mejores resultados en pruebas estandarizadas, principalmente cuando presente sus pruebas Saber 11; otro hallazgo, deja ver la

oportunidad y necesidad de realimentación de planes y programas curriculares, construidos bajo modelos y enfoques constructivistas con herramientas TIC como formas potenciales de incursionar en los planes y proyectos económicos mundiales vigentes.

### **Estrategia de Realimentación y Autoevaluación Pedagógica y Didáctica**

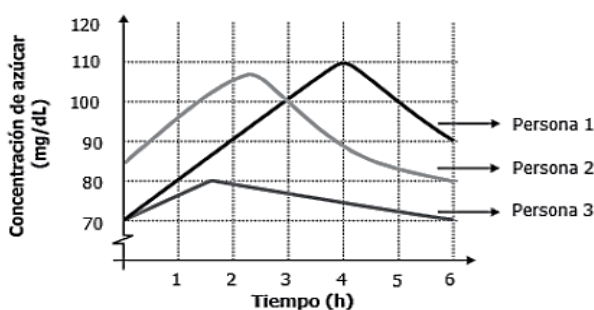
El abordaje de la evaluación en ambientes de aprendizaje, se hace necesario cuando se trata no solo de evidenciar resultados obtenidos de las prácticas pedagógicas sino la contunde posibilidad de fortalecer competencias, direccionar procesos formativos y realimentar aprendizajes; así lo manifiesta Pérez (2007), cuando plantea el ejercicio evaluativo como un proceso de comunicación guiada y orientada al logro de objetivos educativos, más que de resultados, constituyéndose como una estrategia determinante de la participación y autorregulación de aprendizajes.

La aplicación del instrumento evaluativo ha traído consigo, consideraciones que van dirigida a hallazgos donde se enlazan no solo los datos relacionados con las subcategorías derivadas del pensamiento variacional como categoría principal, sino la reflexión y análisis sobre la necesidad de fortalecimiento del currículo desde instrumentos constructivistas dinamizadores de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Además, se ha aplicado un cuestionario de percepción originado desde una perspectiva conceptual del estudiante sobre sus consideraciones frente al logro de competencias en relación con los procesos de aprendizaje adquiridos en esta puesta en práctica.

En la evaluación final, diseñada para hallar posibilidad de competencias en torno al pensamiento variacional de los estudiantes de noveno grado, se observa en su fondo, cinco ítems que a su vez dejan ver la oportunidad de un trabajo de realimentación en procesos de variación, cambio, empleabilidad de secuencias numéricas, patrones de regularidad y relaciones entre

magnitudes, en cuyos ejercicios realizados, se han dejado ver características ´positivas cuando a través del software GeoGebra como implementación dinamizadora se han llevado a cabo; se ha detectado que el grupo de estudiantes, presenta los siguientes resultados tras la realización de los procedimientos efectuados.

La primera pregunta, la gráfica representa el nivel de concentración de azúcar en la sangre, medida en miligramos por decilitro (mg/dL), durante 6 horas.



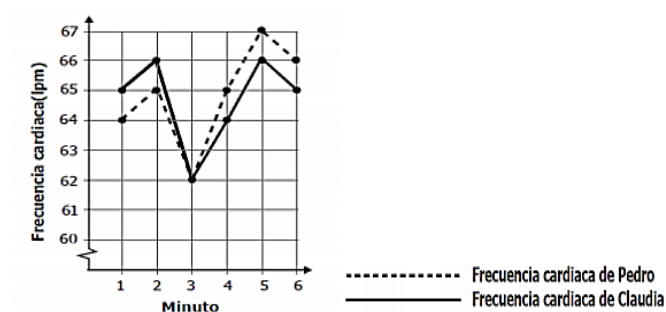
¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es o son verdaderas? Y ¿Por qué?

- I. La concentración de azúcar en la sangre de las tres personas disminuyó durante las dos últimas horas.
- II. La concentración de azúcar en la sangre de las tres personas aumento durante las dos primeras horas.
- III. La concentración de azúcar en la sangre de las personas 1 y 2 fue igual a las tres horas.

En esta pregunta han dejado ver que hallan fácilmente la interpretación de la gráfica por medio de relaciones entre las variables que intervienen en la situación problema, realizando comparaciones que les permiten analizar, inferir y argumentar conceptualmente componentes propios del pensamiento variacional; así mismo, reconocen el cambio y la variación como dimensiones dirigidas a potenciar procesos de razonamiento, comunicación formulación, tratamiento y formulación de problemas, como competencias matemáticas relativas a este ítem. En relación con la fase diagnóstica, se puede evidenciar cambios positivos notorios desde su

posibilidad de argumentar, analizar y confrontar afirmaciones propias de este tipo de pensamiento.

En la segunda pregunta, el gráfico muestra la frecuencia cardiaca, medida en latidos de corazón por minuto (lpm) de Pedro y Claudia, durante 6 minutos.

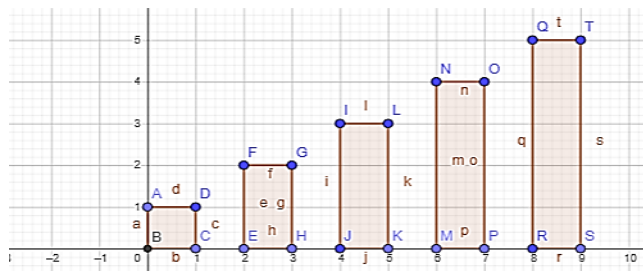


¿Cuál es el valor mínimo y el máximo que alcanza la frecuencia cardiaca de Claudia respectivamente?

Se observa una marcada frecuencia de respuestas positivas frente a la caracterización de figuras en el plano cartesiano, determinando elementos direccionados a fundamentar el pensamiento variacional, tales como relaciones, transformaciones y comparaciones entre distintos objetos, y que representan una incorporación importante frente al desempeño en el desarrollo de competencias comunicativas y de solución de problemas. Han manifestado, en comparación con la situación de diagnóstico, un posicionamiento dado en la apropiación de dichas competencias, demostradas no solo en la ejecución del ejercicio, sino evidenciada en su capacidad de argumentación en el momento de la interpretación conceptual, surgidas del proceso.

La tercera, cuarta y quinta pregunta relacionadas entre sí, plantean la siguiente información.

Se ha construido en GeoGebra, la siguiente sucesión de rectángulos de base constante y altura variable, tal como se observa en la ilustración.



**Pregunta 3.** Construye la tabla que relaciona correctamente el perímetro de los rectángulos, en función de sus respectivas alturas.

Rectángulo	Altura	Perímetro
R1		
R2		
R3		
R4		
R5		

**Pregunta 4.** De las cantidades presentes en la tabla, ¿Cuál depende de cuál? ¿Existe una tasa de cambio constante del perímetro de los rectángulos en relación con su altura?

**Pregunta 5.** Encuentra la expresión matemática que relaciona el perímetro de los rectángulos en función de su altura, siendo  $P$  el perímetro y  $h$  la altura del rectángulo.

Dichos ítems, a través de su ejecución desde la usabilidad del software GeoGebra, han dejado observar desarrollos eficientes y apropiados de competencias y procesos de aprendizaje dados en la modelación, secuencias numéricas, patrones de regularidad, tasas de cambio, relaciones entre magnitudes, formulación, tratamiento y resolución de problemas. En comparación con la fase diagnóstica, se considera que los estudiantes han manifestado avances notorios en consideración a las relaciones de números reales para resolver problemas del entorno, sucesiones numéricas, magnitudes dependientes e independientes para interpretar gráficas, secuencias geométricas y representación de expresiones en el plano cartesiano, lo cual repercute potencialmente en el desarrollo de dimensiones cognitivas que fortalecen los procesos inherentes al pensamiento variacional.



En conclusión y abordando una interpretación hermenéutica enfocada a una postura pedagógica, Pérez y Vargas (2019), plantean en sus argumentaciones pedagógicas en dirección al desarrollo de competencias específicas del pensamiento variacional, que las actividades diseñadas a partir de metodologías novedosas y dinámicas originadas en las TIC, y en este caso, de la usabilidad del software GeoGebra como herramienta didáctica, contribuye al logro de habilidades registradas en los conceptos de expresiones lineales y cuadráticas, análisis de situaciones de cambio y variación, generalizaciones, comparaciones entre variables dependientes e independientes, modelación de expresiones algebraicas, representación tabular, interpretación de objetos y tendencias en el plano cartesiano, y reconocimiento de lenguajes algebraicos, de donde se infiere que el estudiante ha logrado consolidarse en procesos de aprendizaje que posteriormente influyen no solo en resultados eficientes en pruebas estandarizadas, sino, que fundamentan situaciones de valor en su proceso formativo especialmente en lo correspondiente a análisis y resolución efectiva de problemas contextualizados y en el orden local, nacional e internacional.

Finalmente, se ha presentado a los estudiantes un cuestionario en el que se plantean sus apreciaciones elaboradas en grupos de discusión y consolidadas mediante la herramienta Atlas.Ti, en donde de una forma general han abordado la importancia tanto de la secuencia didáctica para su proceso organizacional en el contexto pedagógico, como la posibilidad que les genera el trabajo por procesos y la realización de ejercicios desde el software GeoGebra, manifestando inicialmente que han adquirido conocimientos con respecto a la interfaz de la herramienta y los recursos derivados de ella, posibilitando bases para el trabajo académico en otros grados.

Frente a aportes para la vida, han planteado, analizado y concluido, que afianzan todos y

cada uno de los procesos relacionados con competencias, ayudando a resolver problemas en torno a sus direccionamientos lógicos; además sostienen que han fundamentado sus criterios de aplicabilidad en otras ciencias relacionadas, han aprovechado las nuevas tecnologías explorando fenómenos y permitiéndoles realizar análisis de forma ordenada y sistemática, han fortalecido sus competencias en argumentación y comunicación, adquiriendo nuevos conceptos, no solo a nivel del desarrollo del pensamiento variacional, sino del lenguaje cotidiano. Como última consideración, manifiestan la necesidad de que los contenidos en esta disciplina, estén fundamentados con una tendencia constructivista, de tal manera que se contribuya desde allí, a potenciar competencias orientadas a su desarrollo de pensamiento y a sus posibilidades de resolver situaciones problemáticas de la vida diaria.

Categorías, subcategorías, situaciones relativas a las dimensiones del aprendizaje, estrategias encaminadas a nuevos posicionamientos pedagógicos institucionales, así como horizontes programáticos de intervención en ambientes escolares, constituyen no solo herramientas estructurales de un estudio, sino también , procesos direccionales cuyos resultados atienden a nuevos retos con miras a cambio de paradigmas que generan dinamismo y alternativas de solución a los múltiples problemas generados en el sector educativo; a continuación, en la tabla 2, se elabora un organizador gráfico cuya estructura dirigida a apoyar la narrativa propuesta en el trabajo de campo sobre la intervención pedagógica en ambientes escolares, plantea un constructo ordenado de enfoques, posturas, mecanismos de recolección de datos, criterios inherentes a las observaciones experimentadas y conclusiones generales que deja la realización metodológica del estudio y que demuestra en sus elementos básicos, formas pedagógicas de implementar las TIC como herramientas dinamizadoras de los procesos de enseñanza y aprendizaje en relación con el pensamiento variacional.

**Tabla 2.**

*Organizador gráfico para apoyar las narrativas del trabajo de campo sobre la Intervención Pedagógica*

<b>Objetivos específicos</b>	<b>Conceptos claves</b>	<b>Competencias</b>	<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Instrumentos</b>	<b>Estrategia por objetivo específico</b>	<b>TIC usadas</b>
<b>Diagnosticar el nivel actual en cuanto al pensamiento variacional y las principales falencias en los estudiantes.</b>	Pensamiento variacional	Pensamiento variacional	Pensamiento variacional	Secuencias numéricas.	Porcentaje de aprobación de cada pregunta de la prueba diagnóstica, con relación al pensamiento variacional.	Prueba diagnóstica	Diseño y aplicación de instrumentos	Google Forms
	Cambio			Expresión general de una sucesión.		Observación Participante		Mentimeter
	Variación			Relaciones, transformaciones y comparaciones entre expresiones algebraicas.		Nivel de desarrollo del pensamiento variacional		
	Expresiones lineales			Regularidades en formas bidimensionales y tridimensionales				
	Expresiones cuadráticas							
	Patrones de Regularidad							
	Secuencias numéricas							
	Competencias matemáticas							
	Razonamiento				Variación del movimiento de diferentes objetos			
	Modelación				Patrones de comportamiento			

	Argumentación							
	La Formulación Tratamiento y Resolución de Problemas							
<b>Diseñar experiencias de estrategias didácticas a través del uso de los recursos del software GeoGebra, que permitan al estudiante el desarrollo del pensamiento variacional.</b>	Interfaz del software GeoGebra	Software GeoGebra	Recursos del software GeoGebra	Interfaz del software GeoGebra	Manejo de la interfaz del software GeoGebra	Secuencias didácticas implementada con actividades	Diseño y estructura de experiencias didácticas	Software GeoGebra
	Plano cartesiano							
	Intersecciones				Construcción de actividades a través de recursos del software GeoGebra			
	Deslizadores							
	Gráficas de expresiones lineales y cuadráticas							
<b>Incorporar actividades generadas de los recursos del software GeoGebra como estrategia</b>	Secuencia didáctica	Constructivismo	Estrategia didáctica constructivista	Secuencias didácticas	Implementación de actividades con mediación del software GeoGebra	Secuencias didácticas implementada con actividades	Implementación de la secuencia didáctica constructivista	Software GeoGebra
	Actividades de aprendizajes							
	Estrategia didáctica constructivista				Adecuación de las mallas			

<b>constructivista que impacten el desarrollo del pensamiento variacional.</b>	a				curriculares a través de la implementación de secuencias didácticas			
<b>Evaluar el nivel de desarrollo del pensamiento variacional a través de implementación de talleres, como alternativa constructivista en el desarrollo de procesos de aprendizaje.</b>	Prueba final  Cuestionario de percepción  Competencias matemáticas Razonamiento  Modelación  Comunicación  Argumentación  La Formulación Tratamiento y Resolución de Problemas	Procesos de aprendizaje	Procesos de aprendizaje	Razonamiento Modelación Comunicación Argumentación La Formulación, Tratamiento y Resolución de Problemas	Evaluación del nivel de pensamiento  Afianzamiento de las teorías	Prueba final  Grupos de discusión	Diseño, estructura y aplicación de prueba final y de un cuestionario de preguntas abiertas con posibilidad de argumentación y análisis	Software GeoGebra  Atlas.Ti

*Nota:* Elaboración propia.

## Capítulo 5. Análisis, Conclusiones y Recomendaciones

Cuando se habla de innovación pedagógica se hace referencia a diferenciados estilos, modelos y procedimientos determinantes de la enseñanza y aprendizaje en contextos múltiples y con tendencia a la realización de un cambio de paradigmas en programas y procesos ya existentes. El presente apartado donde se establecen conclusiones y recomendaciones relacionados con un estudio e intervención pedagógica realizada en la Institución Educativa de María del municipio de Yarumal, sobre la implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional ejecutado en estudiantes del grado noveno, constituye además, una situación de análisis hermenéutico donde se visualiza el comportamiento de dicho grupo inherente procesos de razonamiento, sistemas de representación algebraica y sus gráficas generadas a partir de una familia de funciones originadas en situaciones de cambio y variación, ubicación espacio temporal y dificultad en su posicionamiento en competencias básicas exigidas por el M.E.N. en los Estándares Básicos de Competencias y los DBA; es un proceso de interpretación de datos emanados de variadas fases, donde por intermedio de dinámicos instrumentos de recolección de información, se pretende la elaboración de una estructura conceptual cuyo resultados obtenidos en el ambiente escolar intervenido, generen una reflexión, no solo dirigida al logro de objetivos específico que han orientado el estudio, sino que se planteen como posibilidades pedagógicas de reestructuración de programas y proyectos contextualizados para la formación de sujetos críticos, capaces de resolver sus problemas de contexto a nivel global.

Es necesario y para sustentar cada una de estas apreciaciones, lo considerado por Paredes y Sanabria (2015), en donde, a cerca de la intervención en escenarios educativos, especifican que estos requieren de espacios y recursos que, derivados de la innovación, en especial la

tecnológica, mantengan un posicionamiento óptimo en resultados, tendientes al desarrollo económico mundial.

### **Análisis Integrador de la Intervención Inherente a los Objetivos**

La intervención pedagógica se ha originado en este estudio a partir de la problemática detectada, cuyas características se conciben en bajos resultados en cuanto al componente de desempeño en competencias relacionadas con el pensamiento variacional, desde un informe generado en el ISCE entre los años 2015 a 2018 (M.E.N, 2018), demostrado en la revisión de estándares básicos de competencias relativos a la identificación y análisis de parámetros en sistemas de representación algebraica; de allí, se ha considerado como relevante propiciar un ambiente dinámico de aprendizaje dado en la implementación del software GeoGebra, para que, desde sus recursos e interacción con este tipo de mecanismos se resignifiquen y motiven los procesos.

Corresponde entonces en este capítulo, donde la teoría juega un papel importante en relación con la práctica, mencionar los elementos básicos de interrelación de los objetivos con las posturas y enfoques concebidos en el marco de referencia de este estudio, y posibilitar así, una reflexión pedagógica que proveniente de la intervención en este proceso, marque un punto de partida para el posicionamiento en competencias de argumentación, comunicación, modelación, representación y solución de problemas de contexto, de los estudiantes de noveno grado, todas ellas originadas en el constructivismo y reflejadas por las TIC.

A continuación, se presenta la tabla 3, con una estructura analítica de interrelaciones donde se plantean los principales hallazgos, conclusiones y recomendaciones, cuya base son los enfoques y posturas con tendencia a la visualización del comportamiento de los objetivos específicos; además, una marcación de dinamismo generada por las TIC en este proceso.





			<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escasa producción textual y manera incorrecta de resolver preguntas donde existe posibilidad de inferencia, deducción, análisis y argumentación.</li> </ul>		
			Bonilla-Castro. y Rodríguez (2000)		
			Vasco (2002)		
Diseñar experiencias de estrategias didácticas a través del uso de los recursos del software GeoGebra que le permitan al estudiante el desarrollo del pensamiento variacional.	Secuencia didáctica Díaz- Barriga (2013) Brousseau (2007)	Implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista  Arteaga et al. (2019)  Gonzales et al. (2017)  Vergel-Ortega et al. (2016)  Lineamientos curriculares de matemáticas (1998)	El estudiante ha reconocido inicialmente el componente organizacional de la secuencia didáctica.  • Manifestación de motivación ante su estructura.  • Identificación en los objetivos propuestos en ella de sus necesidades contextuales frente al logro de competencias propias del pensamiento variacional.  • Determinación de sus aportes didácticos y	La secuencia didáctica se ha experimentado en este estudio, como un requerimiento con enfoque constructivista, necesario para el desarrollo de competencia en torno al cambio, la variación, modelación y patrones de regularidad, constituyéndose en un soporte didáctico y organizacional de estructuras pedagógicas y que han motivado los procesos de	Se recomienda la incorporación de secuencias didácticas con todos sus componentes y estructura organizacional a los diseños de los modelos educativos y pedagógicos institucionales como mecanismo de potencial motivación frente a los procesos de enseñanza y aprendizaje.  Real (2011)  Tobón et al. (2010)

			<p>explicativos con relación a la abstracción, deducción e inferencia como posibilidades del razonamiento lógico.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Planteamiento de una realización de ejercicios ordenada y con tendencia al desarrollo de competencias en torno al cambio, la variación, modelación y patrones de regularidad.</li> <li>• Descubrimiento de posibilidades y conocimientos técnicos durante la implementación y estructura conceptual del software GeoGebra.</li> </ul>	<p>enseñanza y aprendizaje.</p> <p>Arteaga et al. (2019)</p> <p>Gonzales et al. (2017)</p> <p>Lineamientos curriculares de matemáticas (1998)</p>	<p>Calderon- Zambrano et al. (2018)</p> <p>Salazar (2018)</p>
			Tobón et al. (2010)		
			Saavedra et al. (2011)		
			Salazar (2018)		
Incorporar actividades generadas de	Diario de campo Ruano (2007) Obando (1993)	Usabilidad del software GeoGebra como recursos constructivista	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El estudiante ha reconocido la interfaz del software GeoGebra y los</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes han reconocido el software GeoGebra y manejan con</li> </ul>	Se recomienda el uso del software GeoGebra en procesos pedagógicos

los recursos del software GeoGebra como estrategia constructivista que impacten el desarrollo del pensamiento variacional.

Observación participante

Taylor y Bogdan (1984)

Lineamientos curriculares de matemáticas (1998)

Software GeoGebra

Hohenwarter y Jones (2007)

Arteaga et al. (2019)

Gonzales et al. (2017)

Real (2011)

Vergel- Ortega et al. (2016)

Ortíz (2020)

recursos que lo conforman.

- Se ha familiarizado con las expresiones algebraicas relacionadas con el cambio y variación
- Han observado gráficas y se sensibilizan frente al manejo de herramientas digitales.
- Han identificado variables dependientes e independientes, además, modelado de situaciones.
- Han dado significados correctos sobre relaciones entre variables, tasa de cambio, regularidades y representación en el plano cartesiano.
- Ejecutan con orden lógico las actividades propuestas en el software, reconociendo patrones de regularidad,

facilidad cada uno de sus recursos desde una forma técnica.

- Han intervenido sus competencias relativas al desarrollo del pensamiento variacional de una forma creativa y dinámica.
- Han reconocido patrones de regularidad y modelado de situaciones problemas que les permiten la solución de problemas de contexto.

Tobón et al. (2003)

Vasco (2006)

Sánchez (2003)

y didácticos institucionales como una herramienta dinamizadora donde a partir de representaciones gráficas con inclusión de procedimientos algebraicos utilizados en los ambientes de aprendizajes, se mejoren las competencias tendientes no solo a mejores resultados, sino a las propias del pensamiento variacional como recurso para posicionar sujetos críticos en problemas de contexto.

Sánchez (2003)  
Ben-Peretz et al. (1986)

			<p>modelando situaciones problemas, estableciendo relaciones entre lo tabular, algebraico, gráfico y geométrico.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se evidencia logro de competencias propias del pensamiento variacional direccionadas a la solución de problemas de contexto.</li> </ul>		
			<p>Gonzales et al. (2017). Vergel-Ortega et al. (2016) Ortíz (2020)</p>		
<p>Evaluar el nivel de desarrollo del pensamiento variacional a través de la implementación de talleres como alternativa constructivista en el desarrollo de procesos de aprendizaje.</p>	<p>Prueba final Clarke (1997) Pellegrino et al. (2001) M.E.N. (1998) Pérez (2007)  Cuestionario de percepción  Clarke (1997)</p>	<p>Atlas.Ti Varguillas (2006)</p>	<p>Los estudiantes han:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinado la necesidad de realimentación de su proceso de fortalecimiento de competencias propias del pensamiento variacional.</li> <li>• Hallado fácilmente la interpretación de la gráfica, realizando</li> </ul>	<p>El proceso de realimentación en estudiantes de noveno grado, ha producido:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Logro de competencias direccionadas a posicionar habilidades con respecto a la variación, el cambio, empleabilidad de secuencias</li> </ul>	<p>Es necesario que se promueva a nivel de la Institución Educativa de María, una construcción del currículo de una forma novedosa y para los tiempos actuales, orientadas desde la posibilidad de recursos TIC como estrategia de fortalecimiento de</p>

## Grupos de discusión

Mena y Méndez  
(2009)

Arboleda (2008)

comparaciones que les permiten analizar, inferir y argumentar.

- Experimentado respuestas positivas frente a la caracterización de figuras en el plano cartesiano.
- Determinado, elementos direccionados a fundamentar el pensamiento variacional como relaciones, transformaciones y comparaciones entre distintos objetos.
- logrado competencias comunicativas y de solución de problemas de contexto.
- Manifestado que la experiencia dinamizadora frente a la usabilidad del software GeoGebra permitió no solo la adquisición de habilidades que lo destacan a nivel del concepto algebraico,

numéricas, tasas de variación, patrones de regularidad con aprovechamiento de nuevas tecnologías.

- Han adquirido nuevos conocimientos propios del pensamiento variacional, adaptando lenguaje algebraico a su lenguaje cotidiano y de solución de problemas contextuales.

Clarke (1997)  
M.E.N. (1998)  
Pellegrino et al.  
(2001)

competencias orientadas a la solución de problemas de contexto.

Herrera et al. (2011)  
Castillo (2008)

sino que los  
posiciona frente al  
aprendizaje práctico  
de otras disciplinas.

Pérez y Vargas  
(2019)  
Estándares Básicos  
de Competencias en  
Matemáticas (2006)

*Nota.* Elaboración propia.

## **Soporte Conceptual de Interrelaciones desde la Intervención hacia la Fundamentación de un nuevo Modelo**

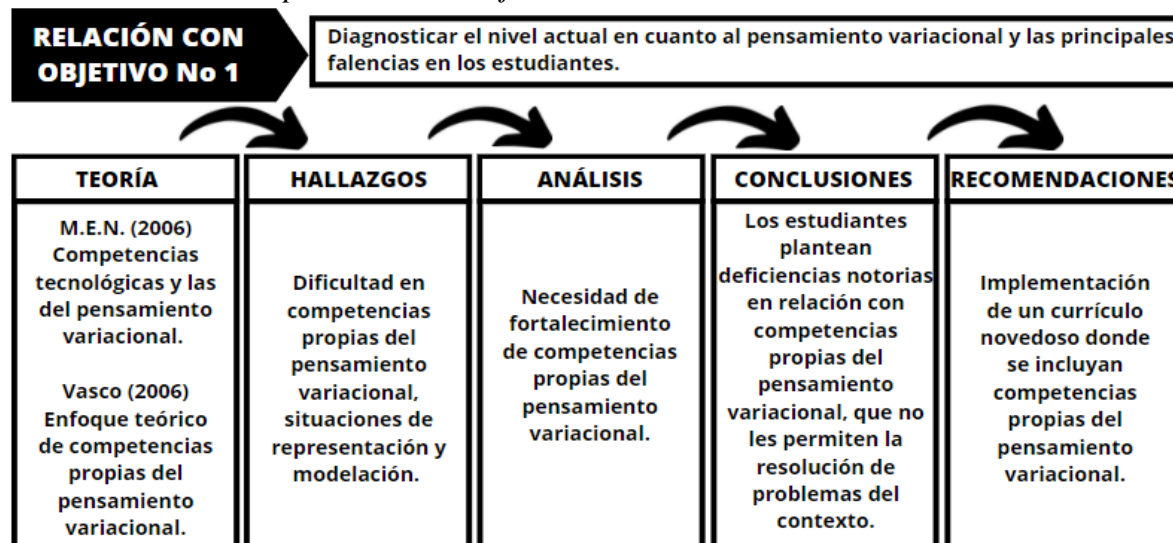
Entrelazar los objetivos de este estudio y direccionarlos hacia la fundamentación de un nuevo modelo, ha traído consigo la realización de una estructura originada en cada componente llevado a cabo dentro de la intervención de la investigación, y ha puesto a consideración cómo la población objeto de estas reflexiones, partiendo de un problema cuya base central son sus dificultades en posicionamiento de competencias a nivel de pensamiento variacional, ha permitido forjar procesos pedagógicos diferenciados y dimensionados que han ido desde la trascendencia de enfoques teóricos, hasta la dinámica que generan las nuevas tecnologías de la información y comunicación TIC. A continuación, un análisis que fundamenta las directrices finales del estudio realizado abordando conceptos relacionados no solamente con los hallazgos, conclusiones y recomendaciones, sino como una estructura de implementación al cambio de paradigmas necesarios a nivel institucional.

Frente al objetivo uno, que ha pretendido diagnosticar el nivel actual en cuanto al pensamiento variacional y las principales falencias en los estudiantes de noveno grado de la institución educativa de María, en donde se ha diseñado una prueba diagnóstica enfocada teóricamente por García et al. (2006), como un instrumento necesario para caracterizar necesidades en estudiantes, implementada en Google Forms, se ha evidenciado que el grupo objeto de estudio, no interpreta tendencias que se presentan en una situación de variación, dejando ver dificultad en su proceso de resolución de problemas y en posicionamiento de competencias inherentes al razonamiento, especialmente originadas en la modelación y en las relativas a la apropiación de magnitudes, detectándose además, poco e inadecuado manejo del lenguaje algebraico.

Se ha utilizado también como segunda herramienta de recolección de datos, un cuestionario de indagación preliminar, con la herramienta Mentimeter, considerado por Estebaranz (1991), como un medidor de dificultades en procesos didácticos, evidenciándose en su aplicación el desconocimiento de herramientas digitales para la solución de situaciones problemas contextuales de matemáticas, acompañada de escasa producción textual a la hora de resolver preguntas abiertas, demostrando así, poca apropiación de contenidos; se concluye entonces, que la población intervenida, plantea deficiencias notorias en lo relacionado a pensamiento variacional, inherente al poco reconocimiento de patrones de regularidad, diferencia entre números y razones matemáticas que no les permiten abordar procesos de resolución de problemas contextuales. Lo anterior arroja como recomendación primordial una necesaria adecuación del currículo institucional con enfoque constructivista, donde se inserte un nuevo paradigma direccionado al desarrollo del pensamiento variacional, orientado a la modelación de situaciones y adoptando las TIC como soporte básico como fundamentación del conocimiento; tal como se muestra en la figura 40.

**Figura 40**

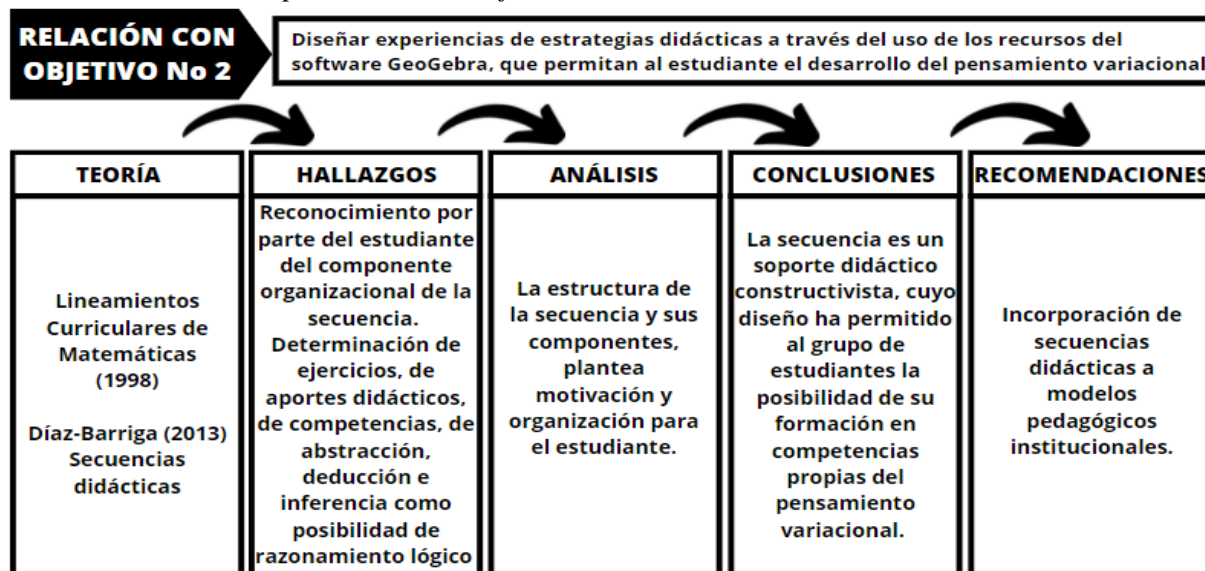
*Interrelaciones conceptuales con el objetivo uno*



*Nota:* Elaboración propia.



En el segundo objetivo en donde se propuso diseñar estrategias como experiencias didácticas a través del uso de los recursos del software GeoGebra que permitieran al estudiante el desarrollo del pensamiento variacional, se han implementado tres secuencias didácticas con enfoque constructivista, dando una real importancia a la herramienta. Aquí, se ha dejado ver que el estudiante, ha reconocido su componente organizacional motivándose ante su estructura visualizando los objetivos y metas a lograr, tendientes a posicionar sus competencias relativas al desarrollo del pensamiento variacional y desde allí, ha determinado que este tipo de método pedagógico, le permite la explicación ordenada de conceptos, las características de los temas desde donde se les posibilita un trabajo de competencias en relación a la abstracción, la deducción e inferencia. En este sentido, se consolida como conclusión que la secuencia didáctica, desde su forma dinámica de organización, ha facilitado al estudiante el desarrollo de competencias en torno al pensamiento variacional, dadas en el cambio, variación, modelación y los patrones de regularidad, dando una nueva dimensión pedagógica y didáctica a los procesos de enseñanza y aprendizaje, dejando como recomendación la necesidad de la incorporación de este mecanismo pedagógico al modelo institucional, manejándolo no solo como una estructura conceptual, sino como una herramienta de fundamentación dinamizadora y moderna del conocimiento; tal como se muestra en la figura 41.

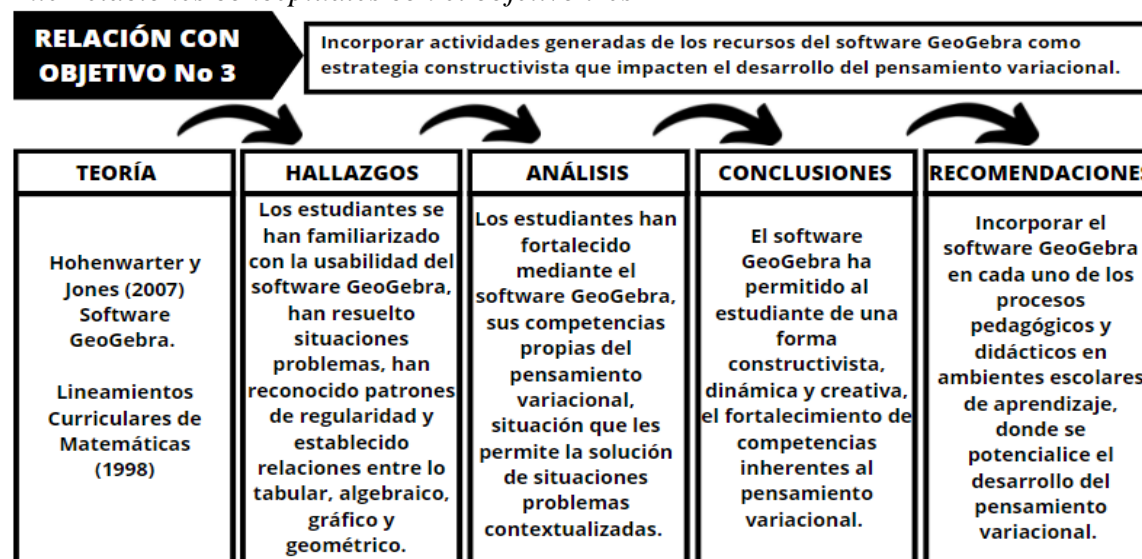
**Figura 41***Interrelaciones conceptuales con el objetivo dos**Nota:* Elaboración propia.

Aquí, se ha incorporado a la secuencia didáctica, actividades generadas de los recursos del software GeoGebra como estrategia constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, manejando la observación participante como mecanismo de intervención y los procesos efectuados en diarios de campo como mecanismo de intervención. Allí, los estudiantes de noveno grado, han reconocido la interfaz del software, manejando con facilidad cada uno de sus recursos desde una forma técnica y dinámica; han dejado ver que potencian sus competencias relativas al desarrollo del pensamiento variacional, reconociendo patrones de regularidad y modelado de situaciones problemas que les permite la solución de problemas del contexto, se han familiarizado con expresiones algebraicas lineales y cuadráticas, relacionadas con el cambio y la variación, han observado gráficas, sensibilizándose frente al manejo de herramientas digitales; desde aquí, se evidencia como conclusión, que por intermedio de la implementación del software GeoGebra el estudiante ha conceptualizado y tecnificado sus presaberes sobre figuras geométricas y magnitudes, manifestando significados correctos sobre relaciones entre

variables, tasas de cambio, regularidades y representación en el plano cartesiano, ejecutando con orden lógico actividades y ejercicios. Se deduce, y a manera de recomendación que el software GeoGebra debe constituirse a nivel institucional como una herramienta dinamizadora, donde a partir de representaciones gráficas se mejoren y potencien las competencias propias del pensamiento variacional; tal como se muestra en la figura 42.

**Figura 42**

*Interrelaciones conceptuales con el objetivo tres*



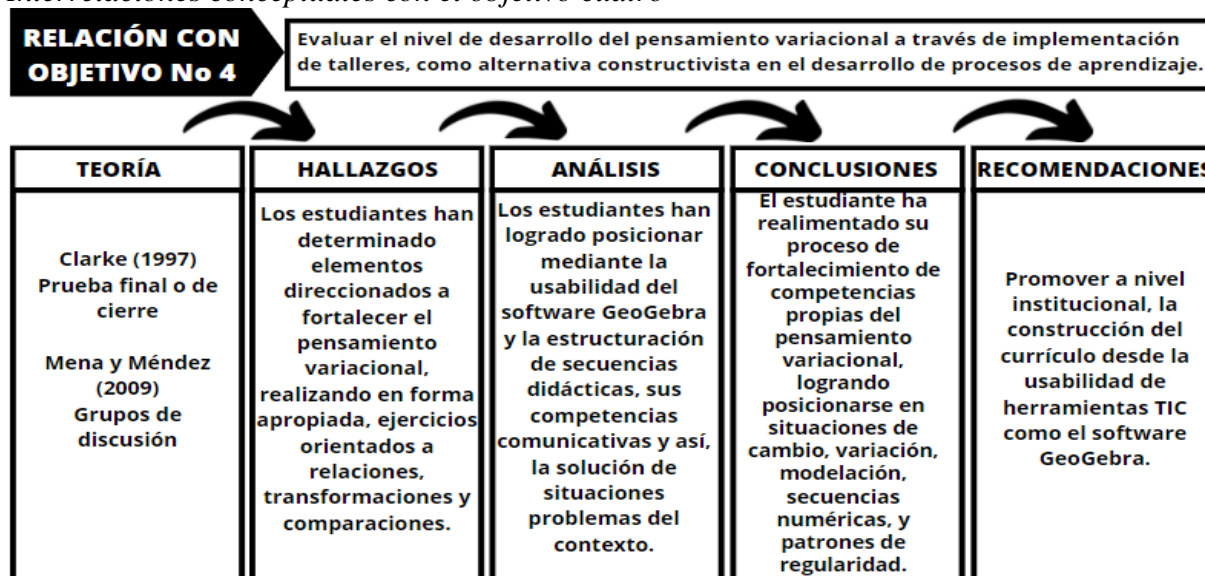
*Nota:* Elaboración propia.

Se ha planteado en el objetivo cuatro, evaluar el nivel de desarrollo del pensamiento variacional a través de la implementación de talleres como alternativa constructivista en el desarrollo de procesos de aprendizaje; para ello se ha diseñado una prueba de cierre en donde por medio del diario de campo se ha hallado que los estudiantes determinaron la necesidad de realimentación de su proceso de fortalecimiento de competencias, en especial de las relacionadas con el pensamiento variacional, manifestado esto, en que encuentran fácilmente la interpretación de gráficas, realizando comparaciones que les permiten analizar, abstraer, inferir y argumentar, y que sus respuestas han estado direccionadas frente a la caracterización de figuras en el plano cartesiano, dejando concluir a partir de una autoevaluación con preguntas abiertas con la

herramienta Atlas.Ti, que adquirieron nuevos conocimientos y habilidades aprovechando el auge de las TIC como mediadoras del conocimiento e instrumentos de dinamización de los aprendizajes en ambientes escolares. Se recomienda entonces, la promoción e implementación a nivel institucional de procesos pedagógicos mediados por herramientas TIC, como recursos que fundamentan competencias inherentes al pensamiento variacional de manera que se fortalezcan las habilidades orientadas a la solución de problemas de contexto y contribuyan a optimizar resultados en pruebas estandarizadas a nivel local, regional, nacional e internacional; tal como se muestra en la figura 43.

**Figura 43**

*Interrelaciones conceptuales con el objetivo cuatro*



*Nota:* Elaboración propia.

### **Análisis General, hacia la Construcción de un nuevo Modelo de Cara al Mundo de las Tecnologías**

Existe en la actualidad, una crisis social y económica marcada por la necesidad urgente de una profunda tendencia hacia la interpretación, inferencia, abstracción y análisis no solo de conceptos, sino de símbolos, tanto que se permita al contexto educativo y en edad escolar, la

solución oportuna de sus problemas cotidianos y de aquellos que cobran vigencia dentro de sus particularidades pedagógicas.

El presente constructo, plantea un análisis general sobre las disposiciones más comunes y determinantes generados en este estudio tras la realización de un diagnóstico a los estudiantes del grado noveno, dentro de los cuales, previamente se ha detectado no solo bajos resultados en pruebas estandarizadas, sino, además, ineficiencia en competencias propias del pensamiento variacional a saber, la modelación, argumentación, patrones de regularidad, posicionamiento en situaciones de cambio y variación, y un inadecuado uso del lenguaje algebraico; esta manifestación, recurrente por lo demás, deriva en una marcación determinante de incapacidad en la solución de problemas del contexto. Esta reflexión, también ha apuntado a otorgar la construcción de nuevos procesos para los ambientes de aprendizaje, a la elaboración de una secuencia didáctica cuya finalidad organizacional interviene en forma dinámica no solo los contenidos con relación al pensamiento variacional en los estudiantes, sino también su incursión constructivista al mundo de las TIC a partir del software GeoGebra, lo cual ha arrojado como resultado una nueva forma de construcción del conocimiento y del fortalecimiento de competencias dirigidas al razonamiento lógico.

Se pondera aquí, y a manera de conclusión, elementos de análisis que se han evidenciado el trascurso de la intervención; inicialmente la existencia de dificultades en los estudiantes, de competencias inherentes al pensamiento variacional y en especial las propias de la representación y la modelación. En segundo lugar, la estructuración de una secuencia didáctica y en ella, la oportunidad de desarrollos didácticos mediante el software GeoGebra que ha dinamizado el ambiente de aprendizaje, posibilitando la fundamentación de competencias relativas al pensamiento variacional como representación, modelación, generalización y

argumentación; y ha puesto en evidencia que, a través de ello, se optimizan los resultados.

Finalmente, se considera oportuno direccionar hacia la necesidad de construcciones de un nuevo currículo con aportes y enfoques constructivistas orientados hacia un modelo dinamizador que reorganice no solo los destinos pedagógicos y del conocimiento de los estudiantes, sino su fortalecimiento en competencias tecnológicas y aquellas propias del pensamiento variacional, con el fin de que el estudiante solucione con oportunidad y eficacia, problemas contextuales.

## Referencias

- Alberts, R., Beuzekom, P. y Hellingman, C. (1986). The development of standardized tests for experimental work in schools in The Netherlands. *European Journal of Science Education*, 8(2), 135-143. DOI: 10.1080/0140528860800203
- Alonso, C. y Gallego, D. (2004). *Los estilos de aprendizaje: una propuesta pedagógica*. EDUCREA. <https://educrea.cl/wp-content/uploads/2015/04/Los-Estilos-de-Aprendizaje-Una-Propuesta-Pedagogica.pdf>
- Arboleda, L. (2008). El grupo de discusión como aproximación metodológica en investigaciones cualitativas. *Revista de la Facultad Nacional de Salud Pública*, 26(1), 69-77. <http://www.scielo.org.co/pdf/rfnsp/v26n1/v26n1a08.pdf>
- Arboleda, N. y Rama, C. (2013). *La educación superior a distancia y virtual en Colombia: nuevas realidades*. ACESAD / VIRTUAL EDUCA. [https://virtualeduca.org/documentos/observatorio/la\\_educacion\\_superior\\_a\\_distancia\\_y\\_virtual\\_en\\_colombia\\_nuevas\\_realidades.pdf](https://virtualeduca.org/documentos/observatorio/la_educacion_superior_a_distancia_y_virtual_en_colombia_nuevas_realidades.pdf)
- Arce, J., Torres, L., Ramírez, M., Valoyes, L., Malagón, M. y Arboleda, L. (2005). *Iniciación al álgebra: Situaciones funcionales, de generalización y modelación*. [Trabajo de investigación]. Universidad del Valle. Colciencias.
- Arteaga, E., Medina, J. y Del Sol, J. (2019). El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Revista Conrado*, 15(70), 102-108. <http://scielo.sld.cu/pdf/rc/v15n70/1990-8644-rc-15-70-102.pdf>
- Balcázar, P., González-Arratia, N., Gurrola, G. y Moysén, A. (2013). *Investigación Cualitativa*. UAEM. <http://disde.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/4641>

Basto, L. (2017). *Influencia de la implementación de TIC's (tablero digital y Geogebra) en el proceso de enseñanza aprendizaje del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno del Instituto Integrado de Enseñanza Media Comercial San José de Suaita*. [Trabajo de Grado, Universidad Nacional Abierta y a Distancia Unad].  
<http://repository.unad.edu.co/handle/10596/14357>

Ben-Peretz, M., Brome, M. y Halkes, R. (1986). *Advancement of research on teacher thinking*. Swets & Zeitlinger.

Bermeo, O. (2017). *Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016*. [Tesis doctoral, Universidad Cesar Vallejo Perú].  
[https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/5190/Bermeo\\_COA.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/5190/Bermeo_COA.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Bonilla-Castro, E. y Rodríguez, P. (2000). *Más allá del dilema de los métodos*. Grupo Editorial Norma. <https://laboratoriociudadut.files.wordpress.com/2018/05/mas-alla-del-dilema-de-los-metodos.pdf>

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Libros del Zorzal.  
[http://www.udesantiagoovirtual.cl/moodle2/pluginfile.php?file=%2F204043%2Fmod\\_resource%2Fcontent%2F2%2F287885313-Guy-Brousseau-Iniciacion-al-estudio-de-la-teoria-de-las-situaciones-didacticas-pdf.pdf](http://www.udesantiagoovirtual.cl/moodle2/pluginfile.php?file=%2F204043%2Fmod_resource%2Fcontent%2F2%2F287885313-Guy-Brousseau-Iniciacion-al-estudio-de-la-teoria-de-las-situaciones-didacticas-pdf.pdf)

Bustos-González, A. (2005). *Estrategias didácticas para el uso de TIC en la docencia universitaria presencial*. Barcelona: Pontificia Universidad Católica de



Valparaíso. <http://eprints.rclis.org/9542/>

Cabero, J., Llorente, M. y Román, P. (2004). Las herramientas de comunicación en el aprendizaje mezclado. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, (23), 27-41.  
[https://www.researchgate.net/profile/Julio-Almenara/publication/26496092\\_Las\\_herramientas\\_de\\_comunicacion\\_en\\_el\\_aprendizaje\\_mezclado/links/09e4150d0ad1a010d5000000/Las-herramientas-de-comunicacion-en-el-aprendizaje-mezclado.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Julio-Almenara/publication/26496092_Las_herramientas_de_comunicacion_en_el_aprendizaje_mezclado/links/09e4150d0ad1a010d5000000/Las-herramientas-de-comunicacion-en-el-aprendizaje-mezclado.pdf)

Cabezas, C. y Mendoza, M. (2016). Manifestaciones Emergentes del Pensamiento Variacional en Estudiantes de Cálculo Inicial. *Revista Formación Universitaria*, 9(6), 13-26. <https://scielo.conicyt.cl/pdf/formuniv/v9n6/art03.pdf>

Caggiani, I., Pastrana, N. y Alliaume, J. (s.f.). *Magnitud y medida. El lugar de las ideas previas de los niños en la estimación; la experimentación y las prácticas de medidas*. Academia.  
[https://www.academia.edu/1836039/Magnitud\\_y\\_medida.\\_El\\_lugar\\_de\\_las\\_ideas\\_previas\\_de\\_los\\_ni%C3%B1os\\_en\\_la\\_estimaci%C3%B3n\\_la\\_experimentaci%C3%B3n\\_y\\_las\\_pr%C3%A1cticas\\_de\\_medidas.\\_](https://www.academia.edu/1836039/Magnitud_y_medida._El_lugar_de_las_ideas_previas_de_los_ni%C3%B1os_en_la_estimaci%C3%B3n_la_experimentaci%C3%B3n_y_las_pr%C3%A1cticas_de_medidas._)

Calderón-Zambrano, R., Franco-Pesantez, F. y Alvarado-Espinosa, T. (2018). Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del Geogebra. *Revista Científico-Académica Multidisciplinaria*, 22(3), 449-470.  
<https://polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/624/767>

Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso

óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 171-194.  
<http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v11n2/v11n2a2.pdf>

Clarke, D. (1997). *Constructive Assessment in Mathematics: practical steps for classroom teachers*. Key Curriculum Press.

Coll, C. y Onrubia, J. (1999). *Observació i anàlisi de les pràctiques en educació escolar*. Barcelona: UOC.

Constitución Política de Colombia [Const.]. Art. 67. 7 de julio de 1991 (Colombia).

Córdoba, A. (2019). *Desarrollo del pensamiento variacional mediante el uso del programa matemático Geogebra en estudiantes de grado noveno*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/68616>

Dávila, W. (2018). *Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia].  
<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/63450/72141944.2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Decreto 1075 de 2015 [con fuerza de ley]. Por medio del cual se expide el Decreto Único Reglamentario del Sector Educación. 26 de mayo de 2015. D.O. No. 49523.

Decreto 1290 de 2009 [con fuerza de ley]. Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media. 16 de abril de 2009. D.O. No. 47322.

Decreto 1377 de 2013 [con fuerza de ley]. Por el cual se reglamenta parcialmente la Ley

1581 de 2012. 27 de junio de 2013. D.O. No. 48.834

Delors, J. et al. (1996). *La educación encierra un tesoro*. París, UNESCO.

Díaz-Barriga, A. (2013). *Guía para la elaboración de una secuencia didáctica*. UNAM México. [http://envia3.xoc.uam.mx/envia-2-7/beta/uploads/recursos/xYYzPtXmGJ7hZ9Ze\\_Guia\\_secuencias\\_didacticas\\_Angel\\_Diaz.pdf](http://envia3.xoc.uam.mx/envia-2-7/beta/uploads/recursos/xYYzPtXmGJ7hZ9Ze_Guia_secuencias_didacticas_Angel_Diaz.pdf)

Estebaranz, A. (1991). El cuestionario como instrumento de recogida de datos cualitativos en estudios etnográficos. un estudio sobre valores. *Revista Enseñanza*, (8), 165-185. [http://espacio.uned.es/fez/eserv.php?pid=bibliuned:20441&dsID=cuestionario\\_como.pdf](http://espacio.uned.es/fez/eserv.php?pid=bibliuned:20441&dsID=cuestionario_como.pdf)

García, F., Alfaro, A., Hernández, A. y Molina, M. (2006). Diseño de Cuestionarios para la recogida de información: metodología y limitaciones. *Revista Clínica de Medicina de Familia*, 1(5), 232-236. <https://www.redalyc.org/pdf/1696/169617616006.pdf>

Gobernación de Antioquia- Colombia. (2020). *Plan de desarrollo unidos por la vida 2020-2023*. Antioquia. [https://plandesarrollo.antioquia.gov.co/archivo/PlanDesarrolloUNIDOS\\_VF-comprimido-min.pdf](https://plandesarrollo.antioquia.gov.co/archivo/PlanDesarrolloUNIDOS_VF-comprimido-min.pdf)

González, J., Gutiérrez, R. y Sandoval, M. (20-22 de septiembre de 2017). *Desarrollo didáctico con GeoGebra como herramienta para la enseñanza en aplicaciones de mecanismos y diseño de maquinaria dentro de la ingeniería*. Memorias del XXIII congreso internacional anual de la SOMIM, Cuernavaca, Morelos, México. [http://somim.org.mx/memorias/memorias2017/articulos/A5\\_175.pdf](http://somim.org.mx/memorias/memorias2017/articulos/A5_175.pdf)

- Gracia, G. (2018). *Potenciando pensamiento variacional y uso de sistemas algebraicos con Geogebra*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia].  
<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/64220>
- Gregorio, J. (2002). El Constructivismo y las Matemáticas. *Revista de matemáticas = matematika aldizkaria*, (21), 113-129. [http://114.red-88-12-10.staticip.rima-tde.net/mochila/sec/monograficos\\_sec/ccbb\\_ceppriego/mates/aspgenerales/el%20constructivismo%20y%20las%20matematicas.pdf](http://114.red-88-12-10.staticip.rima-tde.net/mochila/sec/monograficos_sec/ccbb_ceppriego/mates/aspgenerales/el%20constructivismo%20y%20las%20matematicas.pdf)
- Guadalupe, J. y Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7), 1-17.  
<https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/download/654/736>
- Guber, R. (2001). *La etnografía, método, campo y reflexividad*. Bogotá: Grupo Editorial Norma. <https://antroporecursos.files.wordpress.com/2009/03/guber-r-2001-la-etnografia.pdf>
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw- Hill Education. <http://observatorio.epacartagena.gov.co/wp-content/uploads/2017/08/metodologia-de-la-investigacion-sexta-edicion.compressed.pdf>
- Hernández, S. (2008). El modelo constructivista con las nuevas tecnologías: aplicado en el proceso de aprendizaje. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento*, 5(2), 26-35. <https://www.redalyc.org/pdf/780/78011201008.pdf>
- Herrera, N., Montenegro, W. y Poveda, S. (2011). Revisión teórica sobre la enseñanza y

aprendizaje de las matemáticas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (35), 254-287.

<http://funes.uniandes.edu.co/10582/1/Herrera2012Revisio%CC%81n.pdf>

Hohenwarter, M. y Jones, K. (2007). BSRLM Geometry Working Group: ways of linking geometry and algebra, the case of Geogebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27 (3), 126-131.

[https://www.researchgate.net/profile/Keith\\_Jones9/publication/239830609\\_Ways\\_of\\_linking\\_geometry\\_and\\_algebra\\_The\\_case\\_of\\_GeoGebra/links/0c96052a6e97580945000000/Ways-of-linking-geometry-and-algebra-The-case-of-GeoGebra.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Keith_Jones9/publication/239830609_Ways_of_linking_geometry_and_algebra_The_case_of_GeoGebra/links/0c96052a6e97580945000000/Ways-of-linking-geometry-and-algebra-The-case-of-GeoGebra.pdf)

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2017). *Resultados del Grado Noveno en el Área de Matemáticas*. Icfes.

<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx#>

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2018). *Informe Nacional de Resultados para Colombia - PISA 2018*. Icfes.

<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1529295/Informe%20nacional%20de%20resultados%20PISA%202018.pdf>

Jaimes, F. y Quiroga, S. (2020). *Tipos de recursos en GeoGebra y su incidencia en el desarrollo del pensamiento variacional*. [Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Nacional].

<http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/12389>

- Jiménez, J. (2019). *Influencia de Geogebra en el Rendimiento Académico de Alumnos de Bachillerato*. [Tesis de Maestría, Universidad Autónoma del Carmen, México].  
<http://www.repositorio.unacar.mx/jspui/handle/1030620191/47>
- Johnson, S. (1987). Assessment in Science and Technology. *Studies in Science Education*, 14(1), 83-108, DOI: 10.1080/03057268708559940
- Kilpatrick, J., Gómez, P. y Rico, L. (1995). *Educación matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ley 1098 de 2006. Por la cual se expide el Código de la Infancia y la Adolescencia. 8 de noviembre de 2006. D.O. No. 46.446
- Ley 115 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación. 8 de febrero de 1994. D.O. No. 41.214.
- Ley 1341 de 2009. Por la cual se definen Principios y conceptos sobre la sociedad de la información y la organización de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones -TIC-, se crea la Agencia Nacional del Espectro y se dictan otras disposiciones. 30 de julio de 2009. D.O. No. 47.426
- Ley 1581 de 2012. Por la cual se dictan disposiciones generales para la protección de datos personales. 18 de octubre de 2012. D. O. No. 48.587
- Ley 715 de 2001. Por la cual se dictan normas orgánicas en materia de recursos y competencias de conformidad con los artículos 151, 288, 356 y 357 (Acto Legislativo 01 de 2001) de la Constitución Política y se dictan otras disposiciones para organizar la prestación de los servicios de educación y salud, entre otros. 21 de diciembre de 2001. D.O. No. 44.654.
- Leyva, H., Pérez, M. y Pérez, S. (2018). Google Forms en la evaluación diagnóstica

como apoyo en las actividades docentes. Caso con estudiantes de la Licenciatura en Turismo. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el desarrollo Educativo*, 9(17), 1-28.

<http://www.scielo.org.mx/pdf/ride/v9n17/2007-7467-ride-9-17-84.pdf>

Marín, W. (2021). *Estrategia didáctica que contribuye a fortalecer el pensamiento variacional a partir de la covariación de magnitudes en estudiantes de grado de grado noveno*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia].  
<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/80128>

Marroquín, R. (s.f.). *Confiabilidad y Validez de Instrumentos de investigación*. Une.  
<http://www.une.edu.pe/Titulacion/2013/exposicion/SESSION-4-Confiabilidad%20y%20Validez%20de%20Instrumentos%20de%20investigacion.pdf>

Martínez, J. (2013). *Apropiación del concepto de función usando el software Geogebra*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia].  
<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/11914>

Martínez-López, L. y Gualdrón-Pinto, E. (2018). Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno. *Revista de Investigación Desarrollo e Innovación*, 9(1), 91-102.  
[https://revistas.uptc.edu.co/index.php/investigacion\\_uitama/article/view/8156](https://revistas.uptc.edu.co/index.php/investigacion_uitama/article/view/8156)

Mena, A. y Méndez, J. (2009). La técnica de grupo de discusión en la investigación cualitativa: aportaciones para el análisis de los procesos de interacción. *Revista Iberoamericana de Educación*, 49(3), 1-7.

[https://www.researchgate.net/publication/28291750\\_La\\_tecnica\\_de\\_grupo\\_de\\_discusion\\_en\\_la\\_investigacion\\_cualitativa\\_aportaciones\\_para\\_el\\_analisis\\_de\\_los\\_procesos\\_de\\_interaccion](https://www.researchgate.net/publication/28291750_La_tecnica_de_grupo_de_discusion_en_la_investigacion_cualitativa_aportaciones_para_el_analisis_de_los_procesos_de_interaccion)

Mendoza, M. (2013). *Significando el paso al límite en estudiantes que inician cálculo*.

[Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Nacional Tegucigalpa].

<http://www.cervantesvirtual.com/downloadPdf/significando-el-paso-al-limite-en-estudiantes-que-inician-calculo/>

Mendoza, Marvin (2017). *Pensamiento variacional emergente: una experiencia en*

*cálculo inicial desde categorías de análisis del enfoque*

*ontosemiótico*. En FESPM, Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Ed.), VIII Congreso Iberoamericano de Educación

Matemática (pp. 352-364). Madrid, España: FESPM.

<http://funes.uniandes.edu.co/21102/>

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2014). *Cuadernillo de Preguntas*

*Saber 3°, 5° y 9°, cuadernillo de prueba, ejemplo de preguntas Saber 9°*

*Matemáticas*. Icfes.

<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/489878/Ejemplos%20de%20preguntas%20saber%209%20matematicas%202014%20v2.pdf>

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2015). *Cuadernillo de Preguntas*

*Saber 3°, 5° y 9°, cuadernillo de prueba, ejemplo de preguntas Saber 9°*

*Matemáticas*. Icfes.

<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/489878/Ejemplos%20de%20preguntas%20saber%209%20matematicas%202014%20v2.pdf>



ntas%20saber%209%20matematicas%202015%20v3.pdf

Ministerio de Educación Nacional M.E.N. (2004). *Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales*. Bogotá, Colombia.

<http://186.113.12.182/catalogo//dlfile.php?id=3495>

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Serie lineamientos curriculares*. Bogotá:

MEN. [https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf8.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf8.pdf)

Ministerio de Educación Nacional M.E.N. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. MEN. [https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (2001). *Proyecto incorporación de nuevas tecnologías al currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia, memorias del seminario nacional*. Bogotá: Enlace Editores Ltda.

[https://www.mineduccion.gov.co/1759/w3-article-89944.html?\\_noredirect=1](https://www.mineduccion.gov.co/1759/w3-article-89944.html?_noredirect=1)

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. V.2.

Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Guía de orientación pruebas Saber 9º*. Icfes.

<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1353827/Guia+de+orientacion+saber+9+2017.pdf/fdf46960-c1d4-96b2-ef0d-78b4c885bfcc>

Ministerio de Educación Nacional. (2018). *Reporte de la Excelencia 2018*. MEN.

[https://diae.mineduccion.gov.co/dia\\_e/siempre\\_diae/documentos/2018/3058870](https://diae.mineduccion.gov.co/dia_e/siempre_diae/documentos/2018/3058870)

00650.pdf

Murillo, G. y Ortiz, J. (2017). *Secuencia didáctica basada en el estudio de las gráficas cartesianas que favorece el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado octavo*. [Tesis de Maestría, Universidad Icesi].

<http://funes.uniandes.edu.co/10621/>

Obando, G. y Múnera J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista Educación y Pedagogía*, 15(35), 185-199. <https://bibliotecadigital.udea.edu.co/handle/10495/3086>

Obando, L. (1993). El diario de campo. *Revista Trabajo Social*, 18(39), 308-319.

<https://www.binasss.sa.cr/revistas/ts/v18n391993/art1.pdf>

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2017-2018). *Informe de seguimiento de la educación en el mundo, panorama de América Latina y el Caribe*. UNESCO.

<http://www.unesco.org/new/fileadmin/MULTIMEDIA/FIELD/Santiago/pdf/Panorama-regional-GEM-2017-8-PPT-Atilio-Pizarro.pdf>

Organización Internacional del Trabajo (2017). *Objetivos del desarrollo sostenible, agenda 2030*. OIT. [https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---ed\\_dialogue/---actrav/documents/publication/wcms\\_569914.pdf](https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---ed_dialogue/---actrav/documents/publication/wcms_569914.pdf)

Ortiz, A. (2020). *Aplicación del software didáctico Geogebra para lograr aprendizajes en estudiantes de primero de secundaria de una institución educativa, Trujillo*. [Tesis Doctoral, Universidad Cesar Vallejo Perú].

[https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/48518/Ortiz\\_MA](https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/48518/Ortiz_MA)

F-SD.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Pabón, J., Nieto, Z. y Gómez, C. (2015). Modelación matemática y GEOGEBRA en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 7(1), 65-70. <https://www.redalyc.org/pdf/5177/517751487008.pdf>

Paredes, J. y Sanabria, W. (2015). Ambientes de aprendizaje o ambientes educativos. “Una reflexión ineludible”. *Revista de Investigaciones*, 15(25), 144-158.  
<http://167.249.43.209/ojs/index.php/revista/article/view/39/39>

Pellegrino, J., Chudowsky, N. y Glaser, R. (2001). *Knowing What Students Know: the Science and Design of Educational Assessment*, Academia Nacional de Ciencias de Estados Unidos.  
[https://books.google.com.co/books?hl=es&lr=&id=xMlxAgAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT15&dq=Knowing+What+Students+Know:+the+Science+and+Design+of+Educational+Assessment&ots=HN-ifhR4Vv&sig=\\_uyZQoi5CJLDRAxsPskpeF6273U#v=onepage&q=Knowing%20What%20Students%20Know%3A%20the%20Science%20and%20Design%20of%20Educational%20Assessment&f=false](https://books.google.com.co/books?hl=es&lr=&id=xMlxAgAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT15&dq=Knowing+What+Students+Know:+the+Science+and+Design+of+Educational+Assessment&ots=HN-ifhR4Vv&sig=_uyZQoi5CJLDRAxsPskpeF6273U#v=onepage&q=Knowing%20What%20Students%20Know%3A%20the%20Science%20and%20Design%20of%20Educational%20Assessment&f=false)

Pérez, E. y Vargas, V. (2019). Secuencia didáctica para el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con GeoGebra. *Revista Electrónica AMIUTEM*, 7(2), 88-97.  
<http://funes.uniandes.edu.co/20418/1/Gilberto2019Secuencia.pdf>

Pérez, J. (2007). *La evaluación como instrumento de mejora de la calidad del aprendizaje. propuesta de intervención psicopedagógica para el aprendizaje del idioma inglés*. [Tesis doctoral, Universidad de Girona, España].  
<https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/8004/tjipm.pdf>

- Piaget, J. (1974). *Psicología y Epistemología*. Barcelona. Ariel.
- Real, M. (2011). *GeoGebra: Una herramienta de software libre con gran potencial en la formación a distancia. Jornadas de Innovación Docente*. Universidad de Sevilla. España.
- Restrepo, B. (2004). La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico. *Revista Educación y Educadores*, (7), 45-55.  
<https://www.redalyc.org/pdf/834/83400706.pdf>
- Rimachi, F. (2019). *Uso del GeoGebra en el aprendizaje de resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas en educación secundaria*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional del Altiplano Puno - Perú].  
[http://repositorio.unap.edu.pe/bitstream/handle/UNAP/14141/Rimachi\\_Jimenez\\_Franklin.pdf?sequence=3&isAllowed=y](http://repositorio.unap.edu.pe/bitstream/handle/UNAP/14141/Rimachi_Jimenez_Franklin.pdf?sequence=3&isAllowed=y)
- Rivero, I., Gómez, M. y Abro, M. (2013). Tecnologías educativas y estrategias didácticas: criterios de selección. *Revista Educación y Tecnología*, (3), 190-206. <http://revistas.umce.cl/index.php/edytec/article/view/134/pdf>
- Rodríguez, J., Martínez, N., y Lozada, J. (2009). Las TIC como recursos para un aprendizaje constructivista. *Revista de Artes y Humanidades UNICA*, 10(2), 118-132. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=170118863007>
- Ruano, O. (2007). El trabajo de campo en investigación cualitativa (II). *Revista Nure Investigación*, (29), 1- 4.  
<https://www.nureinvestigacion.es/OJS/index.php/nure/article/view/350/341>
- Saavedra, E., Valencia, J. y Goyes, N. (2011). Análisis y caracterización de la gestión didáctica del docente en una secuencia didáctica sobre la continuidad y límite,

desde la teoría de situaciones didácticas. *Revista Latinoamericana de Educación*, (2), 65-77.

<https://revistas.uniandes.edu.co/doi/pdf/10.18175/vys2.especial.2011.04>

Salazar, N. (2018). *Secuencia didáctica centrada en la función lineal para fortalecer la competencia comunicación matemática mediada por el software GeoGebra en los estudiantes del grado undécimo de la institución educativa “Pablo Correa León”*. [Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga Colombia] [https://repository.unab.edu.co/bitstream/handle/20.500.12749/2639/2018\\_Tesis\\_Nancy\\_Salazar\\_Leal.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repository.unab.edu.co/bitstream/handle/20.500.12749/2639/2018_Tesis_Nancy_Salazar_Leal.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Sánchez, E. (2003). La demostración en geometría y los procesos de reconfiguración: una experiencia en un ambiente de geometría dinámica. *Revista Educación Matemática*, 15 (2), 27-53. <https://core.ac.uk/download/pdf/187727529.pdf>

Santiago. (s.f.). *Parábolas con deslizadores* [Fotografía]. GeoGebra.

<https://www.geogebra.org/m/NeF2ekSp>

Serrano, J. y Pons, R. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 13(1). 1-27.

<http://www.scielo.org.mx/pdf/redie/v13n1/v13n1a1.pdf>

Soto, S. (2016). *Diseño de una propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la función lineal, para fortalecer los procesos de aprendizaje en el pensamiento variacional en los estudiantes del grado undécimo (11), de la Institución Educativa de Jesús, del municipio de Concordia, departamento de Antioquia*.

[Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia].

<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/57152/15438851.2016.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Taylor, S. y Bogdan, R. (1984). *La observación participante en el campo: Introducción a los métodos cualitativos de investigación. La búsqueda de significados.*

Barcelona: Paidós Ibérica. <http://mastor.cl/blog/wp-content/uploads/2011/12/Introduccion-a-metodos-cualitativos-de-investigaci%C3%B3n-Taylor-y-Bogdan.-344-pags-pdf.pdf>

Tobón, S., Pimienta, J. y García, J. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias.* Pearson.

[https://www.researchgate.net/profile/Sergio\\_Tobon4/publication/287206904\\_Secuencias\\_didacticas\\_aprendizaje\\_y\\_evaluacion\\_de\\_competencias/links/567387b708ae04d9b099d8bb1.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Sergio_Tobon4/publication/287206904_Secuencias_didacticas_aprendizaje_y_evaluacion_de_competencias/links/567387b708ae04d9b099d8bb1.pdf)

Tomás, N. (2019). Mentimeter, encuestas para el aula en tiempo real. *Revista Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF)*, (9), 2-8. <https://intef.es/wp-content/uploads/2019/02/Mentimeter-1.pdf>

Varguillas, C. (2006). el uso de Atlas.Ti y la creatividad del investigador en el análisis cualitativo de contenido UPEL. Instituto Pedagógico Rural el Mácaro. *Revista de Educación Laurus*, (12), 73-87. <https://www.redalyc.org/pdf/761/76109905.pdf>

Vasco, C. (2006). *El pensamiento variacional y la modelación matemática.*

[http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos\\_publicacoes1/indicacoes\\_01/pensamento\\_variacional\\_VASCO.](http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.)

pdf

- Vasco, C. (2002). *El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías*. Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas. 8-10 mayo de 2002. Bogotá, Colombia.  
<http://funes.uniandes.edu.co/10178/>
- Vergel-Ortega, M., Martínez-Lozano, J. y Zafra-Tristancho, S. (2016). Factores asociados al rendimiento académico en adultos. *Revista Científica*, (25), 206-215.  
<https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/10747/11777>
- Villa-Ochoa, J. y Ruiz, M. (2010). Pensamiento variacional: seres-humanos-con-GeoGebra en la visualización de nociones variacionales. *Educação Matemática Pesquisa*, 12(3), 514-528. <http://funes.uniandes.edu.co/1545/>
- Waldegg, G. (1998). Principios constructivistas para la educación matemática. *Revista EMA*, 4(1), 16-31.  
[http://funes.uniandes.edu.co/1085/1/46\\_Waldegg1998Principios\\_RevEMA.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1085/1/46_Waldegg1998Principios_RevEMA.pdf)

ANEXOS

ANEXO A



Universidad de Cartagena

Institución Educativa de María

Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación

**Proyecto:** *“implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes del grado noveno”.*

**CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA ASISTENCIA A LA INSTITUCION  
EDUCATIVA DE MARIA, BAJO EL MODELO DE ALTERNANCIA PROPUESTO  
POR EL MINISTERIO DE EDUCACION DE LA REPUBLICA DE COLOMBIA.**

(DIRECTIVA DEL MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL 016 DEL 09 DE OCTUBRE DEL 2020 Y RESOLUCION O1721 DEL 24 DE SEPTIEMBRE DEL 2020, DEL MINISTERIO DE SALUD Y PROTECCION SOCIAL)

YARUMAL, FECHA: \_\_\_\_\_

Yo \_\_\_\_\_, identificado con cedula de ciudadanía \_\_\_\_\_; en calidad padre y/o madre del (la) estudiante: \_\_\_\_\_ del grado \_\_\_\_\_. Afirmo en forma voluntaria que mi hijo (a), antes mencionado (a) asista a la Institución Educativa de María bajo el modelo de alternancia cumpliendo todos los protocolos de bioseguridad implementados por la Institución Educativa de María, solo en el día y horas asignadas para su grupo.

Expreso en forma voluntaria y eximiendo de toda responsabilidad a la Institución Educativa de



María para que el estudiante en mención pueda asistir a las actividades programadas ya que no se encuentra bajo ninguna de las situaciones de comorbilidad (Enfermedad pulmonar crónica, enfermedades cardiacas, hipertensión, diabetes, obesidad, enfermedad renal o hepática u otras) y no convive con un adulto mayor de 60 años o con personas con comorbilidades que los puedan poner en riesgo frente al virus.

Me comprometo a no enviar al estudiante en mención al colegio cuando haya síntomas de COVID 19, (Fiebre, dolor de cabeza, gripa, dolor en el cuerpo, entre otros) o cuando algún miembro de la familia sea diagnosticado con esta enfermedad.

Como padre de familia o acudiente, autorizo a la Institución Educativa de María, en caso que mi hijo (a), no cumpla los protocolos de bioseguridad, se me informe y sea retirado (a) de inmediato de la institución para no poner en riesgo a todos los actores de la comunidad Educativa y asumo todos los requerimientos de convivencia por la falta cometida por el (la) estudiante.

Atentamente,

**FIRMAS.**

---

**ACUDIENTE C.C.**

**CELULAR:**

---

**ESTUDIANTE**



## ANEXO B

Universidad de Cartagena

Institución Educativa de María



### Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación

**Proyecto:** *“implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes del grado noveno”.*

**DOCUMENTO DE AUTORIZACION PARA EL USO DE IMÁGENES Y FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS) OTORGADO A LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA DE MARÍA DE YARUMAL Y A LA UNIVERSIDAD DE CARTAGENA; PARA EL DESARROLLO DE ACTIVIDADES ACÁDEMICAS EN MARCO DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN, DURANTE EL AÑO ESCOLAR 2021**

**Grado:** \_\_\_\_\_ **Día:** \_\_\_\_\_ **Mes:** \_\_\_\_\_ **Año:** \_\_\_\_\_

**Director(a) del grupo:** \_\_\_\_\_ **CC:** \_\_\_\_\_

**Nombres y apellidos del (la) estudiante:** \_\_\_\_\_

Los abajo firmantes, mayores de edad, madre, padre, acudiente o representante legal del (la) estudiante menor de edad, relacionado en el presente documento, por medio de este, otorgamos autorización expresa a la Institución Educativa de María del municipio de Yarumal, y a la Universidad de Cartagena, para el uso de la imagen del (la) menor de edad, bajo los parámetros permitidos por la Constitución, la Ley, la Jurisprudencia y dentro del marco del cumplimiento de la política de protección de datos contemplada en la ley 1581 de 2012, y su decreto reglamentario 1377 del 2013. Esta autorización se registrará en particular por las siguientes.

## Cláusulas

**PRIMERA. autorización y objeto.** Mediante el presente instrumento autorizo (amos) a la Institución Educativa de María Municipio de Yarumal, ubicada en la calle 19 número 18- 6 con correo electrónico colmariayarumal@gmail.com, y a la Universidad de Cartagena, para que haga uso y tratamiento de la imagen del (la) estudiante menor de edad referido(a) en este documento, para incluir(a) en fotografías y procedimientos análogos, así como en producciones audiovisuales(videos) exclusivamente relacionadas con actividades académicas y de investigación formalmente avaladas por las Instituciones.

**SEGUNDA. Alcance de la autorización.** La presente autorización se otorga para la imagen del (la) estudiante menor de edad pueda ser utilizada en formato o soporte material en ediciones impresas, y se extienda a la utilización en medio electrónico, óptico, magnético (intranet e internet), mensajes de datos o similares y en general para cualquier medio o soporte conocido o por conocer en el futuro. La publicación podrá efectuarse de manera directa o a través de un tercero que se le designe para tal fin.

**TERCERA. Divulgación de información.** Hemos sido informados acerca de la grabación del video y/o registro fotográfico que utilizará el educador para efectos del proyecto de investigación adelantado por la Universidad de Cartagena.

Luego de haber sido informados sobre las condiciones de la participación de nuestro (a) hijo (a), acudido (a) o representado (a) en la grabación y/o registro fotográfico y resuelto todas las inquietudes, hemos comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad y entendemos que:

- La participación del (la) estudiante menor de edad en este video y/o registro fotográfico, y los resultados obtenidos por el docente en la Investigación, no tendrá repercusiones o

consecuencias en sus actividades escolares, evaluaciones o calificaciones pertinentes al grado que cursa.

- La participación del (la) estudiante menor de edad en el video y/o registro fotográfico no genera ningún gasto, remuneración alguna por su participación.
- No habrá ninguna sanción para él (la) estudiante menor de edad en caso de que no se autorice su participación.
- La I.E de María, la Universidad de Cartagena y el docente, garantizarán la protección de los registros fotográficos y/o vídeos del (la) estudiante menor de edad.

Luego de haber sido informados por parte del docente investigador y teniendo en cuenta lo anterior, comprendemos la participación de mi hijo (a), acudido (a) o representado (a) en estas actividades académicas, el uso y tratamiento que la Institución Educativa de María y la Universidad de Cartagena, le dará a dicha información dentro del marco de los principios y normas constitucionales y legales; por lo tanto:

**SI AUTORIZO (AUTORIZAMOS)**  **NO AUTORIZO (AUTORIZAMOS)**

\_\_\_\_\_  
Firma de la madre

C.C:

Cel:

\_\_\_\_\_  
Firma del padre

C.C:

Cel:

\_\_\_\_\_  
Firma del (la) acudiente

C.C:

Cel:



## ANEXO C

Universidad de Cartagena

Institución Educativa de María

Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación



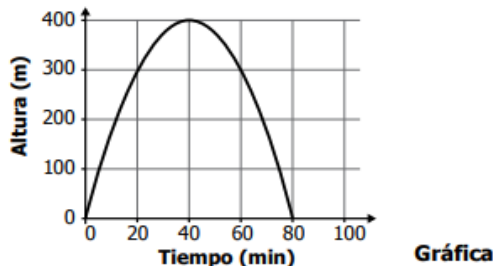
**Proyecto:** “implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes del grado noveno”.

### Prueba Diagnóstica

**Objetivo:** Diagnosticar el nivel actual en cuanto al pensamiento variacional y las principales falencias en los estudiantes.

#### Pregunta 1.

La gráfica muestra la altura de un globo respecto al tiempo de elevación.



Gráfica

En relación con el globo, es correcto afirmar que

- A. alcanza la altura máxima en 400 min.
- B. el tiempo que el globo dura volando es 40 min.
- C. la altura máxima que alcanza es 40 m.
- D. gasta 80 min en hacer todo su recorrido.

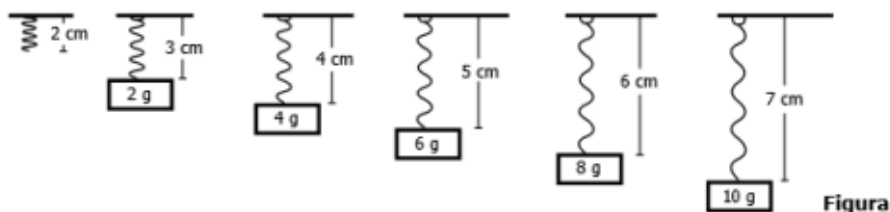
#### Pregunta 2.

¿Cuál es el término general de la siguiente secuencia: 4, 9, 14, 19, 24, ...

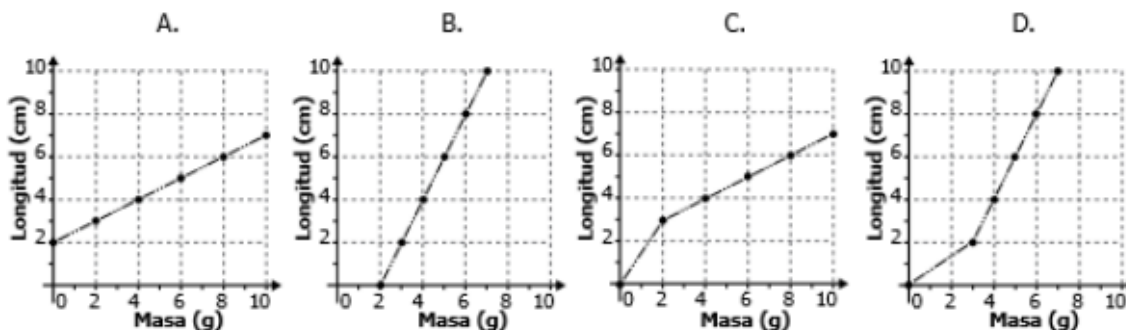
- A)  $5n+9$
- B)  $n-1$
- C)  $n+1$
- D)  $5n-1$

### Pregunta 3.

La figura muestra la longitud inicial de un resorte (en cm), y la que alcanza este resorte cuando sostiene bloques de distintas masas (en g)

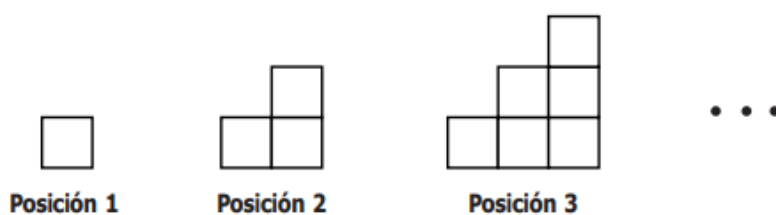


¿Cuál de las siguientes gráficas representa correctamente la relación entre la masa del bloque y la longitud del resorte?

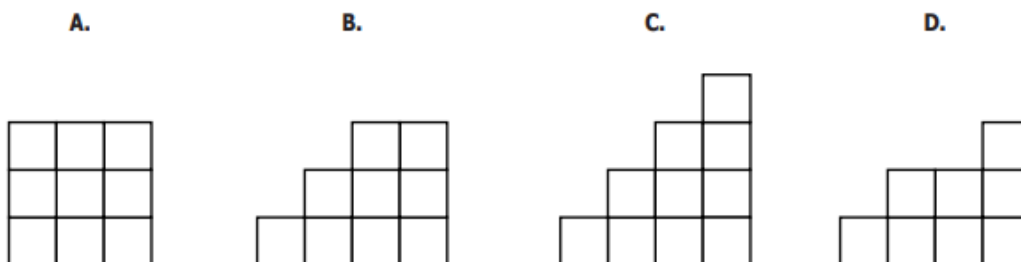


### Pregunta 4.

Observa la secuencia de figuras que se muestra a continuación:



De acuerdo con el patrón mostrado en la secuencia, la figura que corresponde a la posición 4 es



### Pregunta 5.

Algunos valores de las variables relacionadas  $x$  y  $y$  se muestran en la tabla.

Variable $x$	Variable $y$
4	3
2	6
1,5	8
1,2	10

**Tabla**

A partir de los datos de la tabla, es correcto afirmar que

- A. las variables  $x$  y  $y$  son inversamente proporcionales porque los productos obtenidos al multiplicar cada par de valores de  $x$  y  $y$  son iguales.
- B. las variables  $x$  y  $y$  son inversamente proporcionales porque los valores de  $y$  son siempre menores a los de la variable  $x$ .
- C. las variables  $x$  y  $y$  son directamente proporcionales porque al aumentar  $x$  aumenta  $y$ .
- D. las variables  $x$  y  $y$  son directamente proporcionales porque los cociente obtenidos al dividir cada par de valores de  $x$  y  $y$  son iguales.

### Pregunta 6.

Se ha encontrado que en un hotel el promedio de personas alojadas según la cantidad de habitaciones ocupadas está dado por la expresión  $3x - 2$ .

¿Cuál de las siguientes tablas presenta información correcta para algunos valores de esta relación?

A.

Habitaciones	Promedio Personas alojadas
3	7
8	22
12	34
15	43

B.

Personas alojadas	Habitaciones
3	7
8	22
12	34
15	43

C.

Habitaciones	Promedio Personas alojadas
3	11
8	26
12	38
15	47

D.

Personas alojadas	Habitaciones
3	11
8	26
12	38
15	47

### Pregunta 7.

El profesor de matemáticas escribe en el tablero la siguiente serie de números:

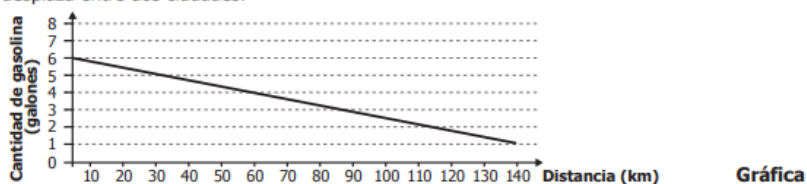
Término	1	2	3	4	5	...
Número	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{16}{243}$	...

El profesor les pide a sus alumnos que describan la manera como varían los números fraccionarios término a término. Una correcta descripción que podrá realizar un estudiante será:

- A. Se duplica el numerador y se triplica el denominador, término a término.
- B. Se duplican numerador y denominador, término a término.
- C. Se triplican numerador y denominador, término a término.
- D. Se suma uno al numerador y seis al denominador, termino a término.

### Pregunta 8.

La gráfica representa la cantidad de galones de gasolina que tiene el tanque de un automóvil, cuando se desplaza entre dos ciudades.

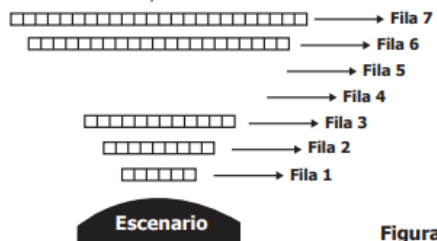


El conductor afirma que el automóvil consumió en total 4 galones de gasolina en este desplazamiento. Esta afirmación es

- A. falsa, porque consumió 5 galones en total.
- B. falsa, porque consumió 1 galón en total.
- C. verdadera, porque inició su recorrido con 4 galones y terminó sin gasolina.
- D. verdadera, porque inició su recorrido con 5 galones y terminó con 1 galón.

### Pregunta 9.

La figura representa la disposición de las sillas de algunas de las 7 primeras filas de un auditorio. En la figura falta la información de las filas 4 y 5.

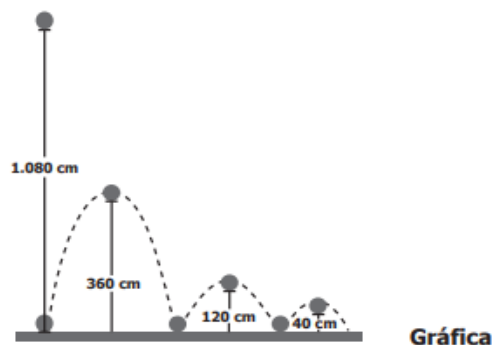


La disposición de las sillas determina una secuencia. ¿Cuántas sillas en total hay en las filas 4 y 5?

- A. 9
- B. 26
- C. 33
- D. 72

### Pregunta 10.

Una pelota se deja caer desde una altura de 1.080 cm. En la gráfica se muestran las alturas que alcanza la pelota en cada rebote.



La altura de cada rebote es

- A. un noveno de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- B. un cuarto de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- C. un tercio de la altura alcanzada en el rebote anterior.
- D. un medio de la altura alcanzada en el rebote anterior.

**Fuente:** Cuadernillo de Preguntas Saber 3, 5 y 9 2014 y 2015. Cuadernillo de Prueba. Ejemplo de preguntas Saber 9 Matemáticas.

<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/489878/Ejemplos%20de%20preguntas%20saber%209%20matematicas%202015%20v3.pdf>





## ANEXO D

Universidad de Cartagena

Institución Educativa de María



### Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación

**Proyecto:** *“implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes del grado noveno”.*

#### Cuestionario de Indagación Preliminar

**Objetivo:** Indagar sobre el conocimiento que los estudiantes tienen acerca de los conceptos de Variación, Función, Variables (Dependientes e Independientes), el abordaje de problemas y la experiencia de los estudiantes en el manejo de las TIC en el aula de clases.

I. Atendiendo a los conceptos que has podido construir en tus años de estudio, responde los siguientes ítems.

- ¿En qué momento has oído hablar de variación y cómo la entiendes?

---



---



---



---

II. ¿Qué problemas consideras están relacionados con el fenómeno de variación?

---



---



---

- Con tus palabras, expresa lo que entiendes por función.

---

---

---

---

- Describe en forma breve los pasos que usas para resolver problemas de matemáticas

---

---

---

**Fuente:** Soto, S. (2016). *Diseño de una propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la función lineal, para fortalecer los procesos de aprendizaje en el pensamiento variacional en los estudiantes del grado undécimo (11), de la Institución Educativa de Jesús, del municipio de Concordia, departamento de Antioquia.* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia].

<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/57152/15438851.2016.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

## II. USO DE MEDIOS TECNOLOGICOS

- Explica si alguna vez has manipulado un computador o una calculadora graficadora y cuáles han sido sus funcionalidades

---

---

---

---

- Teniendo en cuenta que un software es un conjunto de programas que permiten a un computador realizar diferentes tareas, explica que clases de software o programas de computación manejas en el campo educativo.

---

---

---

---

---

- ¿Qué software has usado, para resolver problemas de matemáticas?

---

---

---

---

- Argumenta con tu opinión personal y producto de tu experiencia, si en las matemáticas, es acertado el uso de software, computadoras o calculadoras. Explica ventajas y desventajas

---

---

---

**Fuente:** Basto, L. (2017). *Influencia de la implementación de TIC's (tablero digital y Geogebra) en el proceso de enseñanza aprendizaje del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno del Instituto Integrado de Enseñanza Media Comercial San José de Suaita*. [Trabajo de Grado, Universidad Nacional Abierta y a Distancia Unad]. <http://repository.unad.edu.co/handle/10596/14357>



## ANEXO E

Universidad de Cartagena



Institución Educativa de María

Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación

**Proyecto:** “Implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes del grado noveno”.

Secuencia Didáctica

<b>Institución educativa:</b>	Institución Educativa de María - municipio de Yarumal – Antioquia							
<b>Sector al que pertenece:</b>	<b>Público</b>	<b>X</b>	<b>Privado</b>		<b>Urbano</b>	<b>X</b>	<b>Rural</b>	
<b>Docente:</b>	Pablo Emiro Pérez Montes							
<b>Área:</b>	Matemáticas							
<b>Nivel</b>	Escolar							
<b>Tema</b>	Actividades del pensamiento variacional							
<b>Periodo de implementación:</b>	4 semanas							
<b>Pregunta Problematicadora</b>	¿De qué manera las expresiones algebraicas me permiten entender los diferentes procesos matemáticos desde las Tics para resolver problemas y situaciones problemas del contexto?							
<b>Competencias Generales</b>								

- Seguir instrucciones relacionadas con actividades en clases interactivas propuestas por el profesor.
- Desarrollar una actitud favorable hacia el programa GeoGebra que permita lograr una sólida comprensión de los procesos y la capacidad para utilizarlo en la solución de problemas.
- Usar un lenguaje apropiado que permita comunicar de manera eficaz ideas y experiencias matemáticas desde las TIC.
- Manejar los recursos básicos del software GeoGebra.
- Explorar, en una situación o fenómeno de variación periódica, valores, condiciones, relaciones o comportamientos, a través de diferentes representaciones.
- Identificación y solución de situaciones de problemas de la vida cotidiana
- Generar conclusiones a partir de soluciones problemas del contexto.

### **Competencias Específicas**

- Representar expresiones algebraicas lineales y cuadráticas en el software GeoGebra haciendo uso de los recursos propios de la herramienta.
- Analizar las gráficas con el software GeoGebra.
- Caracterizar expresiones algebraicas lineales y cuadráticas a partir del software GeoGebra
- Determinar y describir relaciones al comparar características de gráficas y expresiones algebraicas en el pensamiento variacional.

<p>➤ Determinar patrones de regularidad en diferentes situaciones problemas.</p>		
<b>Recursos</b>		
<b>Físicos</b>	<b>Humanos</b>	<b>Tecnológicos</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Institución Educativa de María del municipio de Yarumal Antioquia</li> <li>2. Aulas de aprendizajes e implementos</li> <li>3. Aula taller de matemáticas</li> <li>4. Aula de computación</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Estudiantes del grado 9°</li> <li>2. Docente</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. TV pantalla plana</li> <li>2. Software GeoGebra</li> <li>3. Computadores y portátiles</li> </ol>
<b>Contenidos Didácticos</b>		
<p><b><i>Ruta de aprendizaje</i></b></p> <p>➤ <b>Conocimientos Previos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuestionario de Indagación Preliminar</li> </ul> <p><u>Unidad 1.</u></p> <p>➤ Interfaz del Software GeoGebra</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Barra de Herramientas</li> <li>• Barra de Entrada</li> <li>• Ventana Algebraica</li> <li>• Vista Gráfica</li> <li>• Barra de Personalizar</li> <li>• Deslizadores</li> </ul>		

<u>Unidad 2.</u>	<u>Estándares Básicos</u>	<u>Derechos Básicos de</u>	<u>Evidencias de</u>
<p>➤ Expresiones algebraicas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Caracterización de expresiones lineales</li> <li>• Caracterización de expresiones cuadráticas</li> <li>• Interpretación Gráfica.</li> <li>• Patrones de regularidad</li> <li>• Términos generales</li> <li>• Solución de problemas de la vida cotidiana</li> </ul>	<p>-Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.</p> <p>-Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.</p> <p>-Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las</p>	<p><u>Aprendizaje</u></p> <p>Interpreta el espacio de manera analítica a partir de relaciones geométricas que se establecen en las trayectorias y desplazamientos de los cuerpos en diferentes situaciones.</p> <p>-Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de</p>	<p><u>Aprendizaje</u></p> <p>-Describe verbalmente procesos de trayectorias y de desplazamiento.</p> <p>-Explica y representa gráficamente la variación del movimiento de diferentes objetos.</p> <p>-Establece conjeturas al resolver una situación problema, apoyado en propiedades y relaciones entre números reales.</p> <p>-Determina y describe relaciones al comparar características de</p>

	gráficas que las representan. -Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos	relaciones entre tales expresiones. -Utiliza los números reales, sus operaciones, relaciones y representaciones para analizar procesos infinitos y resolver problemas.	gráficas y expresiones algebraicas o funciones._ -Encuentra las relaciones y propiedades que determinan la formación de secuencias numéricas. -Determina y utiliza la expresión general de una sucesión para calcular cualquier valor de la misma y para compararla con otras sucesiones.
<b>Implementación</b>			
<b>Conocimientos Previos</b>			
<b>Actividad</b>	<b>Descripción</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Recursos/Materiales</b>



1.	<p>Se lleva a cabo actividad de conocimientos previos frente a:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿En qué momento has oído hablar de variación y cómo la entiendes?</li> <li>- ¿Qué problemas consideras están relacionados con el fenómeno de variación?</li> <li>- Con tus palabras, expresa lo que entiendes por función.</li> <li>- ¿Qué situaciones de la vida cotidiana pueden ser representadas con una función?</li> <li>- ¿En qué momento has oído hablar de variable y cómo la entiendes?</li> <li>- Describe en forma breve los pasos que usas</li> </ul>	1h	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <a href="https://www.menti.com/wpycdb74dk">https://www.menti.com/wpycdb74dk</a></li> <li>2. <a href="https://www.menti.com/tzh45mokf2">https://www.menti.com/tzh45mokf2</a></li> <li>3. <a href="https://www.menti.com/rt7q7o9nvz">https://www.menti.com/rt7q7o9nvz</a></li> <li>4. <a href="https://www.menti.com/x8ury2qz69">https://www.menti.com/x8ury2qz69</a></li> <li>5. <a href="https://www.menti.com/txzdv9qjrr">https://www.menti.com/txdv9qjrr</a></li> </ol>
----	---	----	---

	<p>para resolver problemas de matemáticas.</p> <p>- ¿Qué software has usado, para resolver problemas de matemáticas?</p> <p>- Argumenta con tu opinión personal y producto de tu experiencia, si en las matemáticas, es acertado el uso de software, computadoras o calculadoras.</p>		
<b>Unidad 1</b>			
<b>Actividad</b>	<b>Descripción</b>	<b>Evidencia</b>	
1. Instructivo para trabajar el software Geogebra desde la web. (2h)	Se lleva a cabo la presentación del instructivo en el aula inteligente por medio del televisor y los estudiantes en parejas de forma colaborativa van siguiendo las instrucciones e	Visualizar <a href="#">AQUÍ</a>	

	<p>ingresando al programa. El docente orienta la sesión y los motiva a preguntar sobre las dudas que genera. Así mismo, los estudiantes ingresarán funciones cuadráticas y lineales en la ventana algebraica y visualizarán su respectiva gráfica. Igualmente se lleva a cabo la socialización de saberes (cinco grupos) frente a la temática, donde expongan el instructivo y grafiquen funciones cuadráticas.</p>	
<b>Unidad 2</b>		
<b>Actividad</b>	<b>Descripción</b>	<b>Evidencia</b>
<p><b>Actividad de aprendizaje 1:</b> Ejercicios prácticos de caracterización de los elementos de la función lineal (2h).</p>	<p>El docente plantea un trabajo para entregar, donde se visualicen los procesos llevados a cabo en torno a la caracterización de las</p>	<p>Visualizar <a href="#">AQUÍ</a></p>

	funciones lineales por medio del software Geogebra.	
<b>Actividad de aprendizaje 2:</b> Ejercicios prácticos sobre generalización de situaciones problemas en contexto (2h).	El docente plantea un trabajo para entregar, donde se visualicen los procesos llevados a cabo en torno a la generalización de situaciones problemas en contexto, haciendo uso del software GeoGebra.	Descargar <a href="#">AQUÍ</a>
<b>Actividad de aprendizaje 3.</b> Taller de aplicación de funciones cuadráticas. (2h)	Se plantea una serie de ejercicios relacionados con la aplicación de funciones cuadráticas en la vida cotidiana que los estudiantes deben de entregar en las fechas estipuladas por el docente.	Descargar <a href="#">AQUÍ</a>
Prueba final (1h) Cuestionario de percepción	Se lleva a cabo la valoración de los aprendizajes teniendo en cuenta los procesos anteriores.	Visualizar <a href="#">AQUÍ</a> Visualizar Cuestionario de percepción <a href="#">AQUÍ</a>
<b>Evaluación</b>		

Se asume como un proceso permanente, integral y gradual, participativo; de corte democrático, horizontal y sistemático para analizar en forma objetiva los logros, las insuficiencias y sus causas, generando nivelación y mejoramiento continuo con el apoyo más cercano de la familia.



## ANEXO F

Universidad de Cartagena

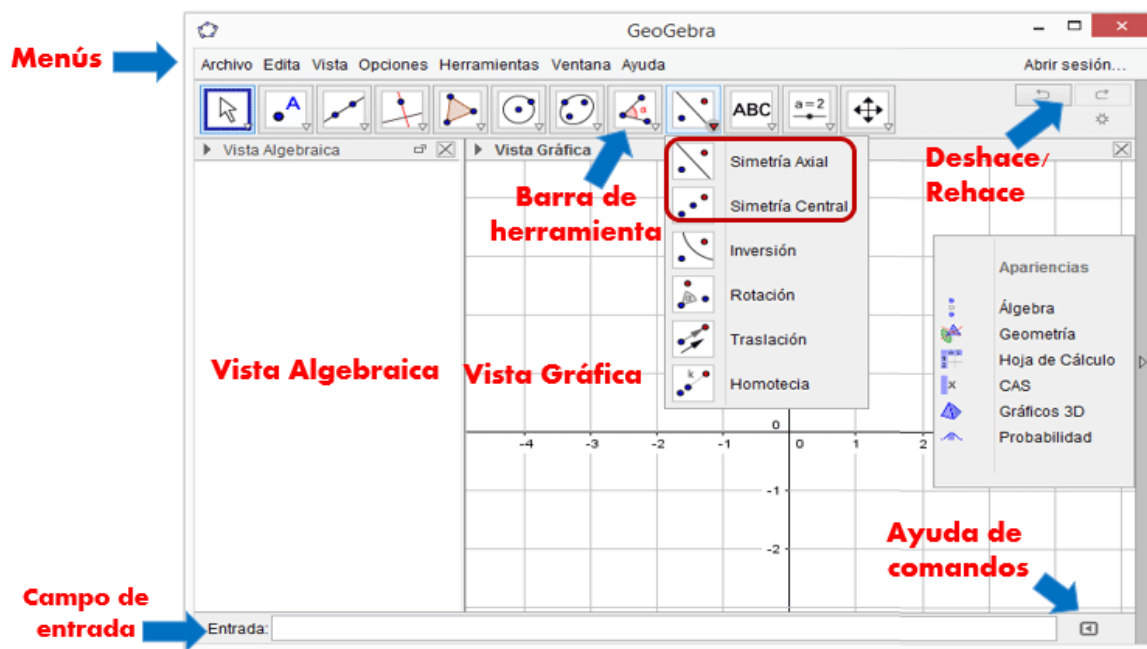
Institución Educativa de María

Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación

**Proyecto:** “Implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes del grado noveno”.

### Interfaz del Software GeoGebra

**Objetivo:** Reconocer e identificar la interfaz del software GeoGebra, mediante la caracterización del ingreso de expresiones algebraicas.



**Nota.** Fuente <https://bit.ly/3hqJDeI>

## Ingreso de Expresiones Algebraicas

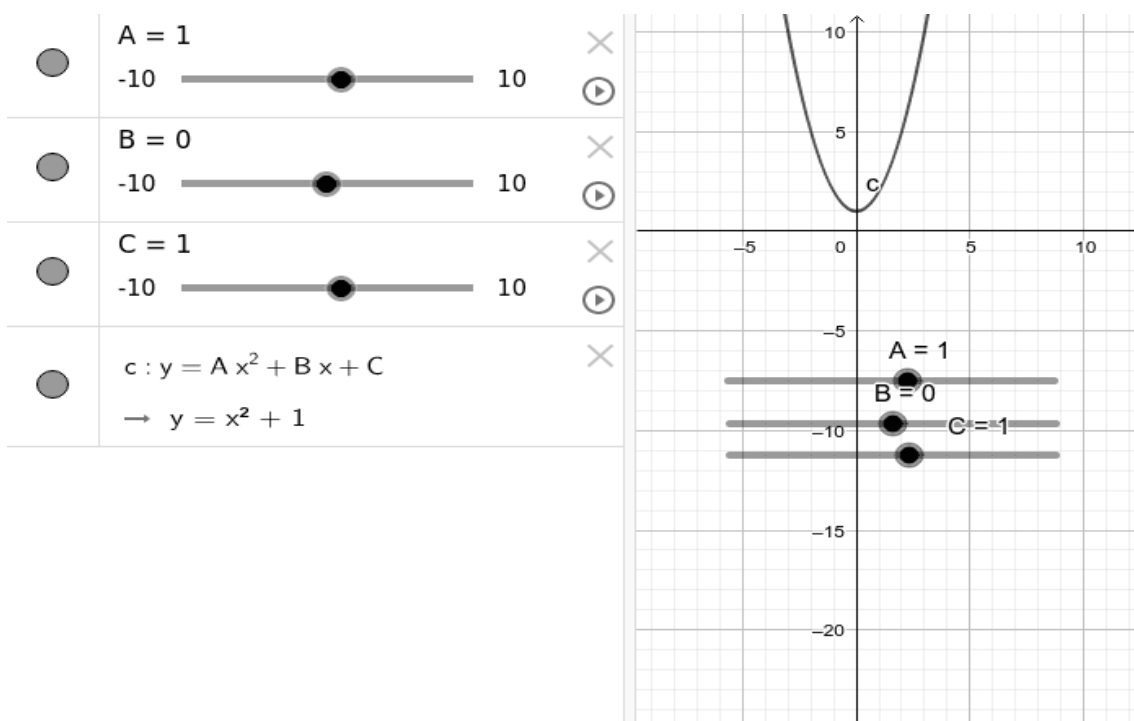
1.  $y=2x-4$

2.  $y=3x^2-6x+9$

3.  $y=\frac{2x-1}{5x+4}$

4.  $y=\sqrt{x^3 + 4x - 2}$

### Deslizadores con GeoGebra



*Nota.* Fuente <https://www.geogebra.org/m/NeF2ekSp>



## ANEXO G

Universidad de Cartagena

Institución Educativa de María



### Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación

**Proyecto:** *“Implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes del grado noveno”.*

#### Actividad de aprendizaje #1

**Objetivo:** Establecer la generalización de la función lineal que modela las situaciones y sacar conclusiones al respecto.

#### Preguntas:

1. En un local comercial se venden discos compactos (CD). Su costo (C) varía según la cantidad de discos compactos que se compran, así: el precio por disco compacto es \$2.000 si se compran menos de cinco (5) de ellos; pero si se compran seis (6) o más, el precio por cada disco compacto después del quinto, es de \$1.000.

Determinar:

- a. La tabla de valores que muestra el costo de los discos compactos (CD) en relación con la cantidad comprada
  - b. La generalización de la función que muestra el costo de los discos compactos (CD) en relación con la cantidad comprada
2. Un automóvil debe desplazarse desde la ciudad de Medellín hasta el municipio de Concordia (separados por una distancia aproximada de 98 Km.). Para realizar este desplazamiento, el automóvil tiene inicialmente en su tanque de combustible, 8 galones



de gasolina. Se sabe, además, que la tasa de consumo de combustible es constante: Un (1) galón de gasolina, por cada 14 km. de distancia recorrida.

- a. Completa la tabla de datos siguiente, en la cual se muestre la cantidad de galones de gasolina que van quedando en el tanque de combustible del automóvil, en relación con la distancia recorrida.

<b>Distancia recorrida (kilómetros)</b>	<b>0</b>	<b>14</b>	<b>28</b>	<b>42</b>	<b>56</b>	<b>70</b>	<b>84</b>	<b>98</b>
<b>Cantidad de gasolina que queda en el tanque (galones)</b>								

- b. Determina la expresión general que permite establecer correctamente el volumen  $V$  (en galones) de gasolina que ha quedado en el tanque del automóvil, en función de la distancia recorrida  $d$  (en kilómetros).

**Actividad de socialización:** Escribe los aspectos más significativos hallados por tus compañeros en el desarrollo de esta actividad.

**Fuente:** Soto, S. (2016). *Diseño de una propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la función lineal, para fortalecer los procesos de aprendizaje en el pensamiento variacional en los estudiantes del grado undécimo (11), de la Institución Educativa de Jesús, del municipio de Concordia, departamento de Antioquia*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].

[https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/57152/15438851.2016.pdf?sequence=1&is](https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/57152/15438851.2016.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Allowed=y



## ANEXO H

Universidad de Cartagena

Institución Educativa de María

Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación

**Proyecto:** *“Implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes del grado noveno”.*

### Actividad de aprendizaje #2

#### Objetivos:

- Construir en GeoGebra, secuencias de rectángulos de base constante y altura variable.
- Establecer cómo varían los valores de las áreas y de los perímetros de los rectángulos construidos.
- Identificar variables dependientes e independientes.
- Identificar tasas de cambio de una variable, respecto a otra (pendiente de la recta)
- Encontrar patrones de variación (ecuación de la recta)
- Contrastar el lenguaje natural con el lenguaje simbólico
- Modelar la situación a través de la función lineal.

#### Actividades:

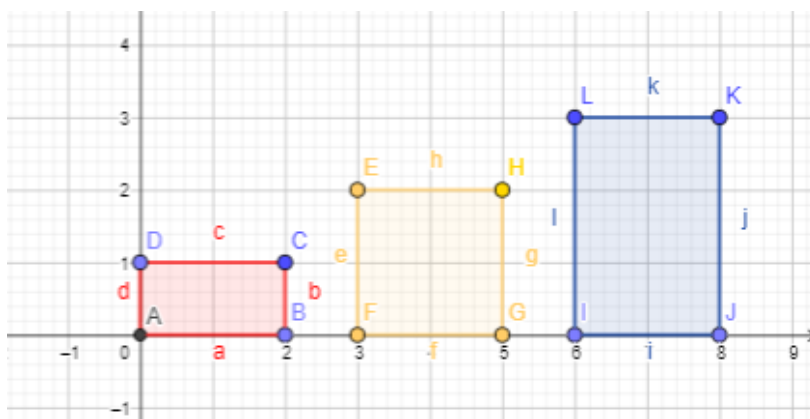
1. Realización de conversatorio desde los siguientes interrogantes:
  - a. ¿Qué es un rectángulo?
  - b. Dado un rectángulo cualquiera, ¿cuál es su ancho y cuál es su largo?
  - c. Dado un rectángulo cualquiera, ¿cuál es su base y cuál es su altura?
  - d. ¿Qué es el perímetro y como se calcula?

- e. ¿Qué es el área y cómo se calcula?
2. Calcula el perímetro y área de cada uno de los rectángulos construidos y regístralos en la tabla siguiente:

Rectángulo	Perímetro (u)	Área (u <sup>2</sup> )
color (rojo)		
color (amarillo)		
color (azul)		
color (café)		
color (verde)		

Esta actividad se realizará en equipos colaborativos, en los cuales cada miembro tiene una labor predefinida, pero no aislada de la de los demás.

Cada equipo tendrá a disposición un computador, en el cual deberán dibujar en el software GeoGebra rectángulos. El procedimiento para la ejecución de esta actividad es el siguiente: construye diferentes rectángulos de largo (base) constante y de anchos (alturas) variables, 1 unidad, 2 unidades, 3 unidades, 4 unidades y así sucesivamente.



Luego de la construcción y dibujo de los rectángulos de base constante y altura variable, registra los valores de sus respectivas áreas. Para ello usa la siguiente tabla:

Altura	Perímetro (u)
1	
2	
3	
4	
5	
6	

- De las cantidades, altura del rectángulo y perímetro del rectángulo, ¿cuál depende de cuál?
- ¿Cuál de las magnitudes anteriores, es la variable independiente y cuál la dependiente?
- Con base en los datos de la tabla, ¿existe alguna tasa de cambio constante del perímetro de los rectángulos, en relación con su altura?
- Encuentra una expresión matemática que corresponda al patrón de variación del perímetro del rectángulo en relación con su altura.
- Representa en el plano cartesiano los datos de la tabla, que relaciona el perímetro del rectángulo con su altura. Recuerda darles nombres a los ejes coordenados, de acuerdo con el tipo de variable: dependiente e independiente.
- Haz una breve descripción de cómo han quedado distribuidos los puntos de coordenadas en el plano cartesiano y qué tipo de gráfica obtuviste.
- Calcula el valor de la pendiente de la recta dibujada. Recuerda que la pendiente es el cociente entre la variación del perímetro del rectángulo y la variación de su altura entre dos puntos de la recta.

$$m = \frac{\Delta P}{\Delta h} = \frac{P_2 - P_1}{h_2 - h_1}$$

P es el perímetro del rectángulo y h el ancho o altura del mismo. Valor de la pendiente de la recta:

---

- h. Encuentra la ecuación de la recta dibujada, en la gráfica que relaciona el perímetro del rectángulo, con su ancho. Compárala con la expresión matemática correspondiente al patrón de variación del perímetro, en función de su altura. Haz una breve descripción de lo que observaste.
3. Luego de la construcción y dibujo de los rectángulos de base constante y altura variable, registra los valores de sus respectivas áreas. Para ello usa la tabla:

Altura	Área ( $u^2$ )
1	
2	
3	
4	
5	
6	

- ¿Que está variando en cada uno de los rectángulos construidos?
- De las magnitudes que varían en las construcciones, ¿cuál depende de cuál?
- ¿Cuál de las magnitudes anteriores, es la variable independiente y cuál la dependiente?
- Con base en los datos de la tabla, ¿existe alguna tasa de cambio constante del área de los rectángulos, en relación con sus alturas?
- Encuentra una expresión matemática que corresponda al patrón de variación del área del rectángulo en relación con su altura.

- f. ¿Qué otras magnitudes varían en los distintos rectángulos construidos?
- g. Representa en el plano cartesiano los datos de la tabla. Recuerda darles nombres a los ejes coordenados, de acuerdo con el tipo de variable: dependiente e independiente.
- h. Haz una breve descripción de cómo han quedado distribuidos los puntos de coordenadas en el plano cartesiano y qué tipo de gráfica obtuviste.
- i. Calcula el valor de la pendiente de la recta dibujada. Recuerda que la pendiente es el cociente entre la variación del área del rectángulo y la variación de su altura entre dos puntos de la recta:

$$m = \frac{\Delta A}{\Delta h} = \frac{A_2 - A_1}{h_2 - h_1}$$

A es el área del rectángulo y h, la altura del mismo. Valor de la pendiente de la recta: \_\_\_\_

- j. Calcula la ecuación de la recta dibujada y compárala con la expresión matemática correspondiente al patrón de variación del área del rectángulo, en función de su altura.
- Haz una breve descripción de lo que observaste.

**Actividad de socialización:** Escribe los aspectos más significativos hallados por tus compañeros en el desarrollo de esta actividad.

**Fuente:** Soto, S. (2016). *Diseño de una propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la función lineal, para fortalecer los procesos de aprendizaje en el pensamiento variacional en los estudiantes del grado undécimo (11), de la Institución Educativa de Jesús, del municipio de Concordia, departamento de Antioquia*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].

<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/57152/15438851.2016.pdf?sequence=1&is>

Allowed=y



## ANEXO I

Universidad de Cartagena

Institución Educativa de María

Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación

**Proyecto:** “Implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes del grado noveno”.

### Actividad de aprendizaje #3

**Objetivo:** Caracterizar la función cuadrática por medio de los recursos del software GeoGebra

1. Si se lanza verticalmente un objeto hacia arriba desde el nivel del suelo, con distancia y tiempo. El recorrido que hace el objeto está dado por la expresión:

$$y = -x^2 + 6x + 0$$

Determinar:

- a. El tiempo donde alcanza la altura máxima
  - b. El recorrido que hace el objeto con tiempo y altura
  - c. El tiempo y la altura máxima que alcanza el objeto
  - d. La gráfica del recorrido que hace el objeto.
  - e. La posición inicial desde donde se lanza el objeto y el momento en que cae y toca al suelo
2. El beisbolista Tommy Magee batea la pelota en un partido y hace un Hit. El recorrido que hace la pelota está dado por la expresión:

$$y = -x^2 - 4x + 5$$

Determinar:

- a. El tiempo donde la pelota alcanza la altura máxima.
  - b. El recorrido que hace la pelota con tiempo y altura.
  - c. El tiempo y la altura máxima que alcanza la pelota.
  - d. La gráfica del recorrido que hace la pelota.
  - e. La posición inicial del bateador y el momento en que la pelota cae y toca al suelo.
3. Keylor Navas portero de futbol lanza el balón desde una posición inicial haciendo un recorrido en forma de parábola hasta otro punto del terreno de juego donde se encuentra otro compañero. La trayectoria que recorre el balón está dada por la expresión:

$$y = -x^2 + 2x + 8$$

Determinar:

- a. El tiempo donde el balón alcanza la altura máxima.
- b. El recorrido que hace el balón con tiempo y altura.
- c. El tiempo y la altura máxima que alcanza el balón
- d. Realizar la gráfica del recorrido que hace el balón
- e. La posición inicial de Keylor Navas y el momento en que el balón cae y toca al suelo.

**Actividad de socialización:** Escribe los aspectos más significativos hallados por tus compañeros en el desarrollo de esta actividad.

**Fuente:** Elaboración propia.





## ANEXO J

Universidad de Cartagena

Institución Educativa de María



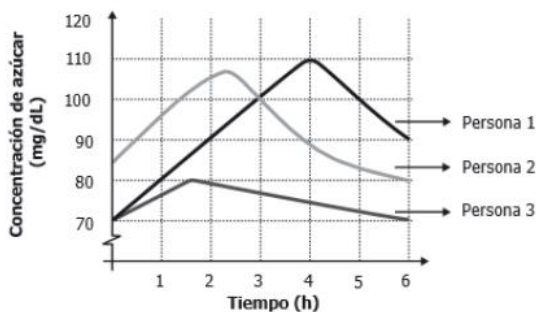
### Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación

**Proyecto:** “Implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes del grado noveno”.

#### Prueba Final

**Objetivo:** Evaluar el nivel de desarrollo del pensamiento variacional a través de implementación de talleres, como alternativa constructivista en el desarrollo de procesos de aprendizaje.

**Pregunta 1.** La gráfica representa el nivel de concentración de azúcar en la sangre, medida en miligramos por decilitro (mg/dL), durante 6 horas.



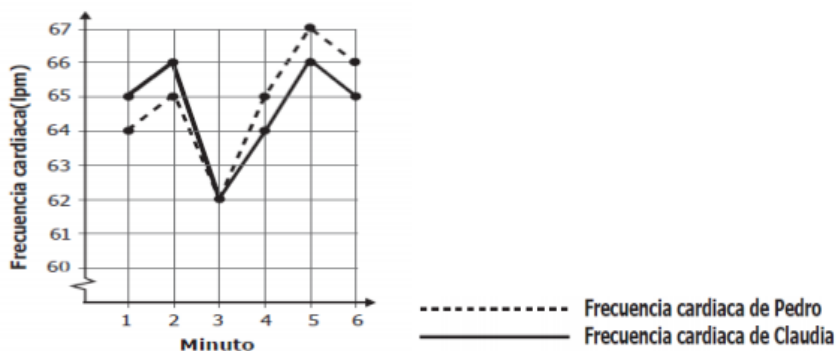
¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es o son verdaderas? Y ¿Por qué?

I. La concentración de azúcar en la sangre de las tres personas disminuyó durante las dos últimas horas.

II. La concentración de azúcar en la sangre de las tres personas aumentó durante las dos primeras horas.

III. La concentración de azúcar en la sangre de las personas 1 y 2 fue igual a las tres horas.

**Pregunta 2.** El gráfico muestra la frecuencia cardiaca, medida en latidos de corazón por minuto (lpm) de Pedro y Claudia, durante 6 minutos.



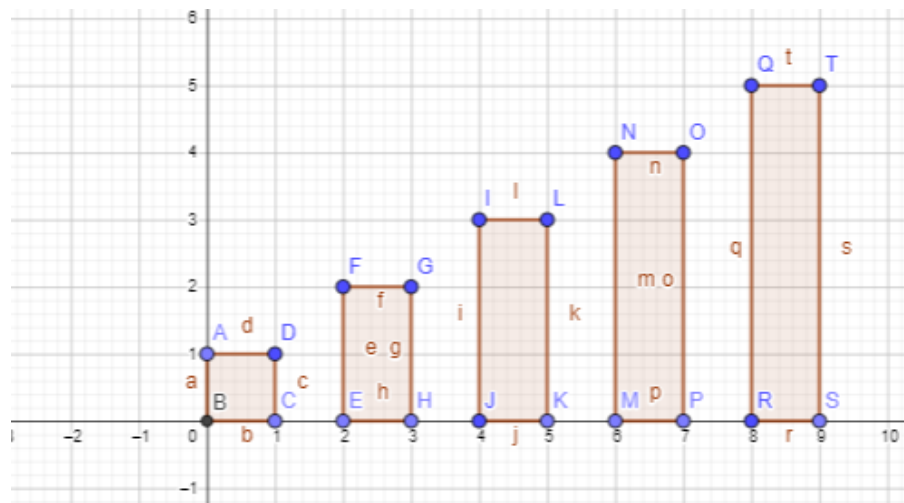
¿Cuál es el valor mínimo y el máximo que alcanza la frecuencia cardiaca de Claudia respectivamente?

**Fuente:** Murillo, G. y Ortiz, J. (2017). *Secuencia didáctica basada en el estudio de las gráficas cartesianas que favorece el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado octavo*. [Tesis de Maestría, Universidad Icesi].

<http://funes.uniandes.edu.co/10621/>

**Responde las preguntas 3, 4 y 5, de acuerdo con la siguiente información.**

Se ha construido en GeoGebra, la siguiente sucesión de rectángulos de base constante y altura variable, tal como se observa en la ilustración.



**Pregunta 3.** Construye la tabla que relaciona correctamente el perímetro de los rectángulos, en función de sus respectivas alturas.

Rectángulo	Altura	Perímetro
R1		
R2		
R3		
R4		
R5		

**Pregunta 4.** De las cantidades presentes en la tabla, ¿Cuál depende de cuál? ¿Existe una tasa de cambio constante del perímetro de los rectángulos en relación con su altura?

**Pregunta 5.** Encuentra la expresión matemática que relaciona el perímetro de los rectángulos en función de su altura, siendo P el perímetro y h la altura del rectángulo.

**Fuente:** Soto, S. (2016). *Diseño de una propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la función lineal, para fortalecer los procesos de aprendizaje en el pensamiento variacional en los estudiantes del grado undécimo (11), de la Institución Educativa de Jesús, del municipio de Concordia, departamento de Antioquia.* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].

[https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/57152/15438851.2016.pdf?sequence=1&is](https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/57152/15438851.2016.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Allowed=y



## ANEXO K

Universidad de Cartagena

Institución Educativa de María

Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación

**Proyecto:** *“Implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica constructivista para el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes del grado noveno”.*

### Cuestionario de Percepción

**Objetivo:** Reconocer los elementos fundamentales que constituyen una propuesta pedagógica como mecanismo de intervención y planificación institucional dirigido a la implementación de planes y proyectos en relación a contextos educativos.

1. ¿Consideraste importante la usabilidad de una herramienta digital para la realización de ejercicios en el área de matemáticas?

---

---

---

---

2. ¿Consideras que el software GeoGebra te ha permitido potencializar habilidades que, derivadas del pensamiento matemático, contribuirán a tu entorno cotidiano? Argumenta

---

---

---

---

3. Menciona 2 aprendizajes obtenidos dentro de las prácticas generadas con el software GeoGebra

---

---

---

---

4. ¿Qué importancia encontraste en la realización de ejercicios matemáticos con la usabilidad del software GeoGebra?

---

---

---

---

5. ¿Qué aportes para tu vida cotidiana ha dejado el trabajo mediante esta experiencia?

---

---

---

---

**Fuente:** Elaboración propia