



La Resolución de Problemas: Estrategia Didáctica Para Fortalecer la Competencia de Razonamiento Matemático en Estudiantes de Octavo Grado de la Institución Educativa Cristóbal Colón de Morroa (Sucre)

Tulio Armando Buelvas Colón

Nelly del Socorro Teherán Villa

Facultad de Ciencias Sociales y Educación, Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación, Universidad de Cartagena

Trabajo de Grado

Dorys Jeannette Morales Jaime

Septiembre, 2021

DEDICATORIA

Dedicado a:

Nuestros padres por sus ejemplos de vida, porque nos inculcaron el valor del servicio a la educación, la tenacidad y responsabilidad para culminar las metas y sueños emprendidos.

A nuestros hijos Diego Armando, Daniel Armando y Rosa María, motivaciones esenciales en nuestras vidas, por su comprensión y apoyo permanente en nuestras metas personales.

AGRADECIMIENTOS

A Dios en primera instancia, por el don de vida y la sabiduría para llevar a cabo este proceso a pesar de las dificultades.

A la Dra. Doris Jeannette Morales Jaime, directora del trabajo por su gestión académica, por sus orientaciones y apoyo incondicional.

A nuestros profesores de la maestría, quienes con sus dinámicas y experiencia aportaron a nuestro desarrollo profesional

A los estudiantes del grado octavo 2021 de la I.E Cristóbal Colon de Morroa (Sucre), por su colaboración y participación en la investigación.

A nuestros familiares, compañeros de trabajo y demás personas que de una u otra forma hicieron posible que este trabajo se materializará.

CONTENIDO

Introducción	10
Planteamiento y formulación del problema	13
Planteamiento	13
Formulación	17
Antecedentes	17
Justificación	23
Objetivo general	26
Objetivos específicos	26
Supuestos y constructo	27
Alcances y limitaciones	28
Marco de Referencia	29
Contextual	29
Normativo	31
Teórico	38
Conceptual	52
Metodología	62
Tipo de Investigación	62
Modelo de Investigación	63
Método de Aprendizaje	67

	5
Técnicas e instrumentos de recolección de la información	68
Población y Muestra	70
Técnicas de análisis de la información	71
Intervención Pedagógica o Innovación TIC	74
Análisis, Conclusiones y Recomendaciones	125
Referencias Bibliográficas	141
Anexos	147

Lista de tablas

Tabla 1. Categorías de estudio	13
Tabla 2. Invitación a la fiesta de María	77
Tabla 3. Afiche para el cumpleaños	79
Tabla 4. Decorando la entrada a la fiesta	81
Tabla 5. Envolviendo el regalo	83
Tabla 6. La piñata sorpresa	85
Tabla 7. Un recordatorio bien calculado	87

Lista de Imágenes

Imagen 1. Respuesta del estudiante a la pregunta 1	90
Imagen 2. Respuesta del estudiante a la pregunta 2	92
Imagen 3. Respuesta del estudiante a la pregunta 3	94
Imagen 4. Respuesta del estudiante a la pregunta 4	96
Imagen 5. Respuesta del estudiante a la pregunta 1 Prueba final	108
Imagen 6. Respuesta del estudiante a la pregunta 2 Prueba Final	109
Imagen 7. Respuesta del estudiante a la pregunta 3 Prueba Final	111
Imagen 8. Respuesta del estudiante a la pregunta 4 Prueba final	113
Imagen 9. Respuesta del estudiante a la pregunta 5 Prueba Final	115
Imagen 10. Respuesta del estudiante a la pregunta 6 Prueba Final	116

Imagen 11. Respuesta del estudiante a la pregunta 7 Prueba Final 118

Imagen 12. Respuesta del estudiante a la pregunta 8 Prueba Final 120

Lista de figuras

Figura 1. Marco conceptual 61

Figura 2. Fases de la investigación 67

Figura 3. Diagrama de barras pregunta 1 89

Figura 4. Diagrama de barras pregunta 2 91

Figura 5. Diagrama de barras pregunta 3 93

Figura 6. Diagrama de barras pregunta 4 95

Figura 7. Diagrama de barras pregunta 5 96

Figura 8. Diagrama de barras pregunta 1, prueba final 107

Figura 9. Diagrama de barras pregunta 2, prueba final 109

Figura 10. Diagrama de barras pregunta 3, prueba final 110

Figura 11. Diagrama de barras pregunta 4, prueba final 112

Figura 12. Diagrama de barras pregunta 5, prueba final 114

Figura 13. Diagrama de barras pregunta 6, prueba final 116

Figura 14. Diagrama de barras pregunta 7, prueba final 117

Figura 15. Diagrama de barras pregunta 8, prueba final 119

Figura 16. Categorías estudiadas en la investigación 124

Figura 17. Categorías estudiadas en la investigación 137

Resumen

La presente investigación pretende fortalecer la competencia de razonamiento matemático mediante la resolución de problemas geométricos y el uso del software Geogebra, en estudiantes de octavo grado de la institución educativa Cristóbal Colón de Morroa (sucre). Evidenciada en las aulas de clases y reflejada en los resultados de pruebas saber 5° y 9° de los últimos años. La investigación es de tipo cualitativo, bajo un modelo de investigación acción que se apoya instrumentos digitales para permitió recoger información valiosa para llevar a cabo y evaluar cada una de las fases de la investigación: diagnóstica, diseño e implementación y evaluación-reflexión. La intervención se concreta mediante una secuencia didáctica fundamentada en el método de aprendizaje basado en problemas, logrando crear un ambiente de aprendizaje propicio para la exploración de cuerpos geométricos mediante el uso de la herramienta que permitió activar la participación del estudiante, favoreciendo el desarrollo de habilidades de construcción, visualización, comunicación, lógicas y tecnológicas. La experiencia favoreció el reconocimiento de polígonos y cuerpos geométricos a partir de la identificación de sus características, la comprensión de la bidimensionalidad y tridimensionalidad, activando la habilidad de visualización y la capacidad de abstracción en los estudiantes generando avances en el proceso de razonamiento de los estudiantes.

Palabras Claves: Geogebra, resolución de problemas, razonamiento, cuerpos geométricos.

Abstract

This research aims to strengthen the competence of mathematical reasoning by solving geometric problems and the use of Geogebra software, in eighth grade students of the Cristóbal Colón de Morroa educational institution (sucra). Evidenced in the classrooms and reflected in the 5th and 9th grade test results of recent years. The research is qualitative, under an action research model that relies on digital instruments to allow the collection of valuable information to carry out and evaluate each of the research phases: diagnosis, design and implementation, and evaluation-reflection. The intervention is specified through a didactic sequence based on the problem-based learning method, managing to create a learning environment conducive to the exploration of geometric bodies through the use of the tool that enabled student participation to be activated, favoring the development of skills construction, visualization, communication, logic and technology. The experience favored the recognition of polygons and geometric bodies from the identification of their characteristics, the understanding of two-dimensionality and three-dimensionality, activating the ability of visualization and the ability of abstraction in the students, generating advances in the reasoning process of the students.

Keywords: Geogebra, problem solving, reasoning, geometric bodies.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación surge por la necesidad de abordar una problemática en el proceso de aprendizaje de las matemáticas y específicamente en el aprendizaje de la Geometría, dada las diferentes situaciones que se presentan en el aula de clase, que evidencian la necesidad de replantear las prácticas pedagógicas que promuevan un aprendizaje efectivo en los estudiantes.

La investigación se apoya en el informe por colegio del cuatrienio (2018), que dentro de su análisis histórico y comparativo muestra el bajo desempeño académico de los estudiantes de manera reiterada en el componente geométrico-métrico y las competencias evaluadas, siendo el razonamiento y argumentación la mayor debilidad de los estudiantes en grado 9° y estudiantes de grado 5°, que hoy cursan grado 8° en la institución educativa. Así mismo se tienen en cuenta situaciones vivenciales de los investigadores como docentes de la institución focalizada, que evidencian dificultades para resolver y justificar situaciones problemas de tipo geométrico y el desinterés del estudiantado a causa de la metodología tradicionalista que aún persisten en el desarrollo de las clases.

En la búsqueda de nuevas alternativas que respondan a estas necesidades educativas en la enseñanza y aprendizaje de la geometría y conocedores de las características del estudiante de hoy y su gran interés por el uso de las TIC, la investigación propone una estrategia didáctica fundamentada en la metodología basada en problemas, que motive al estudiante mediante la incorporación de la herramienta dinámica GeoGebra. Esta herramienta permite entre otras cosas hacer construcción de figuras, verificar propiedades y transformaciones, favoreciendo procesos de comprensión y argumentación en el desarrollo de problemas relacionados con los conceptos de área y volumen, fortaleciendo así el pensamiento espacial y geométrico de los estudiantes. En

este sentido, el objetivo que se pretende es fortalecer el razonamiento matemático mediante la solución de problemas de tipo geométrico, apoyados en el uso de la herramienta GeoGebra en estudiantes de octavo grado de la institución educativa Cristóbal Colón del municipio de Morroa (Sucre).

A nivel nacional e internacional, se encuentran valiosas investigaciones que abordado problemáticas relacionadas con el razonamiento de los estudiantes, la resolución de problemas y el uso del software GeoGebra, como los realizados por Corberán, Gutiérrez, Huerta, Bautista, Peñas & Ruiz (2014), Aravena, Gutiérrez y Jaime (2016) y Antezana, Cayllahua, Yalli y Rojas (2020), Defaz (2017) quienes se apoyan en el modelo de Van hiele y proporcionan parámetros para evaluar contenidos geométricos y logrando mejorar los niveles de razonamiento de los estudiantes de una manera significativa, Reyes, Vargas, Escalante y Soberanis (2015) y Defaz (2017).

Por su parte Cuentas, Miranda y Chilito (2017), Guevara (2018) y Sua y Camargo (2019) resaltan a través de sus investigaciones la importancia que tienen las TIC en el desarrollo de aprendizajes significativos en los estudiantes y además a desarrollar la motivación debido al proceso interactivo que se genera entre los actores del proceso enseñanza-aprendizaje y resaltan las bondades que ofrece GeoGebra en el proceso de construcción de cuerpos geométricos que favorece los niveles de razonamiento de los estudiantes.

Los logros y resultados ofrecidos por estas investigaciones permitieron guiar las acciones, dado que vislumbran algunos aspectos importantes del fenómeno estudiado, aportando bases sólidas para dar estabilidad a la investigación.

La investigación se desarrolla bajo un enfoque cualitativo enmarcada dentro del diseño metodológico de investigación acción, que permite a los investigadores interactuar con los

estudiantes, a fin de mejorar una situación determinada sobre la cual se ha reflexionado y se tiene una visión profunda para abordarla (Elliott, 1993). De allí que el proyecto se desarrolle en tres fases: diagnóstica, diseño y aplicación de la estrategia didáctica y evaluación-reflexión y se apoye en técnicas e instrumentos de recolección que caracterizan este tipo de investigaciones: observaciones y entrevistas y análisis de documentos apoyadas en registros fotográficas, videos, libreta de proyecto y el uso de herramientas digitales como cuestionarios Googles, Kahoot, Educaplay y plataforma zoom.

El diseño y aplicación de la estrategia didáctica se fundamenta en el método de aprendizaje basado en problemas ABP, los niveles de razonamiento de Van Hiele, habilidades de la geometría expuesta por Alsina, Burgués & Fortuny (1995), ideas sobre secuencias didácticas de Díaz (2013), resolución de problemas Polya (1989), y referentes de calidad educativa.

En este orden de ideas, se implementa una secuencia didáctica que aborda el estudio de los cuerpos geométricos apoyados en el uso de la herramienta GeoGebra que permitió la creación de un ambiente de aprendizaje que activó la participación del estudiante, para hacer construcciones de figuras, verificar propiedades y transformaciones, favoreciendo el reconocimiento de polígonos y cuerpos geométricos, a partir de la identificación de sus características, la comprensión de la bidimensionalidad y tridimensionalidad, activando la habilidad de visualización y la capacidad de abstracción en los estudiantes generando avances en su proceso de razonamiento.

CAPITULO 1

PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Planteamiento del Problema

A través de los tiempos la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas han sido motivo de discusión y preocupación en el ámbito escolar, debido a las dificultades que presentan los estudiantes en dichos procesos y la creciente apatía que demuestran por su aprendizaje y que sin duda alguna tienen mucho que ver con factores asociados al rol que como docentes hemos desempeñado y que ha contribuido a que esta situación este vigente.

Con relación a esta serie de factores que afectan la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Herrera, Montenegro & Poveda (2012) resaltan la gran influencia de estos en el aprendizaje de las matemáticas, los cuales tienen que ver con deficiencias en la práctica pedagógica o situaciones didácticas y aspectos motivacionales del docente y estudiante. Dentro de las concepciones pedagógicas estos autores resaltan la persistencia de prácticas tradicionales, desligadas de la realidad del estudiante, de su particular forma de razonar y de su nivel cognitivo, apartándolo de procesos de comprensión y construcción individual y colectiva del conocimiento.

Con el deseo de mejorar esta problemática y el desempeño de los estudiantes en pruebas estandarizadas internas y externas, el Ministerio de Educación Nacional viene realizando en los últimos años reformas y ajustes en el currículo de matemáticas, definiendo así para el año 2014 estándares de competencia que corresponden a cinco pensamientos: numérico y sistemas numéricos, espacial y sistemas geométricos, métrico y sistemas de medidas, aleatorio y sistemas de datos y pensamiento variacional, y sistemas algebraicos y analíticos. Sobre estos estándares se enmarcan las evaluaciones de pruebas saber 3º, 5º, 9º y 11, implementadas por el Instituto

Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES, diseñadas para evaluar las competencias básicas que los estudiantes deben alcanzar en cada área, de acuerdo con su nivel. Para el caso particular de las matemáticas las competencias evaluadas son reagrupadas por el ICFES en tres componentes que son: comunicación, representación y modelación, razonamiento y argumentación, planteamiento y resolución de problemas.

En relación a las pruebas saber de 3°, 5° y 9°, el informe del cuatrienio (2018) proporcionó un análisis histórico y comparativo de los resultados de la institución educativa en los últimos cuatro años de aplicación de dicha prueba, permitiendo visibilizar el estado de la competencias y aprendizajes en Matemáticas, evidenciando las dificultades que los estudiantes presentan de manera reiterativa en el componente geométrico-métrico y las competencias evaluadas, siendo el razonamiento y comunicación la mayor debilidad de los estudiantes, y de manera particular los estudiantes de grado 5° que hoy corresponden a los estudiantes de grado 8° de la institución, (anexo 1).

Por otro lado, está la experiencia como docentes de la institución educativa Cristóbal Colón, que ha permitido evidenciar dos situaciones relacionadas con esta problemática, la primera es la dificultad que presentan los estudiantes al abordar situaciones problemas de tipo geométrico, en especial si están relacionadas con la aplicación del concepto de área y volumen. Normalmente al enfrentarlos a este tipo de actividad, los estudiantes en su gran mayoría no las resuelven y además se quedan sin argumentos cuando se les pide explicar el procedimiento que han aplicado para resolverla. Al respecto Castiblanco & otros (2004) expresan que el desempeño académico de los estudiantes en geometría no es el mejor y puede estar asociado al desarrollo de habilidades de visualización y argumentación, las cuales son esenciales para lograr un aprendizaje significativo en el estudio de la geometría.

En segunda instancia, conversaciones llevadas a cabo con docentes del área de matemáticas en la institución educativa reflejan que, aunque en la institución se ha establecido una hora semanal para abordar el pensamiento espacial- geométrico en la básica secundaria, estas se desarrollan de forma tradicional, enfatizando aún en el uso de fórmulas para resolver una serie de ejercicios de manera mecánica, sin mayor trascendencia en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Dicha situación no evidencia los principios de la geometría activa propuesta por los lineamientos curriculares (MEN,1998), como una alternativa para generar un cambio significativo en la enseñanza de la geometría, que parte de la actividad del estudiante y su confrontación con el mundo, propiciando acciones como: manipular, modelar, explorar y representar dentro de situaciones contextualizadas, promoviendo la resolución de problemas en el aula de matemáticas que conllevan al estudiante a hacer, actuar y conceptualizar.

Toda esta situación que sin duda afecta a los estudiantes, hace que el aprendizaje de la geometría se convierta en un tema difícil y poco atractivo y los lleva a asumir una postura desinteresada y poco activa. Según Báez e Iglesias (2007), aunque los docentes expresemos la importancia del estudio de la geometría en la cotidianidad, la práctica educativa enmarcada en una dinámica tradicional alejada del contexto, no le permite al estudiante percibir con claridad la importancia de su aprendizaje, careciendo de sentido y afectando su interés y motivación por el aprendizaje de esta.

Bajo esta perspectiva institucional, se pone de manifiesto la poca articulación de los planes de estudio con los referentes de calidad educativa propuestos por el ministerio de educación nacional MEN, necesarios para guiar la actividad pedagógica y comenzar a generar acciones como la propuesta del presente proyecto de investigación, que apunten a mejorar algunas dificultades en el aprendizaje que presentan los estudiantes.

Ahora bien, ante toda esta situación de desmotivación por parte de los estudiantes, es preciso resaltar la influencia que hoy tiene el uso de tecnologías en el aspecto motivacional de los estudiantes y en consecuencia es conveniente pensar en el desarrollo de una estrategia que se apoye en el uso del tic, dado los múltiples beneficios que estás hoy día aportan en el ámbito educativo y en especial al proceso de enseñanza y aprendizaje. Complementando este pensamiento, Díaz (2017) señala que el desarrollo de estas tecnologías le permite al docente innovar y crear nuevos ambientes dinámicos e interactivos, que facilitan al estudiante la construcción de su propio conocimiento, mediante una adecuada integración curricular.

De allí la importancia del presente proyecto investigativo y la necesidad de incorporar el uso de las TIC en las prácticas educativas, en este caso particular mediante la aplicación de la herramienta GeoGebra que brinda un potencial extraordinario y posibilita transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría en favor de lograr resultados más efectivos. Entre las cualidades de la herramienta GeoGebra, se destacan:

Es un software libre, disponible en forma gratuita para fines educativos y no comerciales, reúne dinámicamente, aritmética, geometría, álgebra y cálculo en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Esta herramienta facilita el trabajo de la geometría a los estudiantes en cuanto se pueden hacer construcciones para verificar sus propiedades y transformaciones, ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas y planillas y hojas de datos dinámicamente vinculadas. (Hernandez, 2010, p. 1)

No obstante, ante la necesidad de elementos indispensables para la incorporación exitosa de las tic en los procesos educativos, como computadores, celulares, tabletas y conectividad a internet, más aún bajo la modalidad educativa trabajo en casa surgida a raíz de la pandemia Covid-19 mediante la cual se desarrolla la investigación, se dispone de una muestra 15 estudiantes del grado 8° de zona urbana que cuenta con los elementos antes mencionados.

En consideración con la panorámica expuesta, se expone el siguiente interrogante:

Formulación del Problema

¿Cómo fortalecer la competencia de razonamiento matemático que utilizan los estudiantes de octavo grado de la IE Cristóbal Colón, mediante la resolución de problemas relacionados con los conceptos de área y volumen, usando GeoGebra?

ANTECEDENTES

A nivel internacional han surgido muchas investigaciones relacionadas con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, entre ellas se encuentran la investigación realizada por los Autores Corberán, Gutiérrez, Huerta, Jaime, Bautista, Peñas & Ruiz (2014), titulada “Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de van hiele”, cuyo objetivo principal fue ofrecer una propuesta curricular concreta de enseñanza de la Geometría Plana.

Para la elaboración de dicha propuesta, los autores de la investigación desarrollaron tres momentos: 1° Planificar la secuencia de trabajo del equipo investigador y desarrollo del material que debía ser utilizado en la experimentación (unidades para la enseñanza de determinadas y test

utilizados para evaluar el nivel de Van Hiele de razonamiento de los estudiantes antes y después de haber estudiado el material de enseñanza experimental, 2° Experimentación de las unidades de enseñanza y evaluación del progreso de los estudiantes, y 3° análisis conjunto del desarrollo de las clases en los grupos experimentales, en completar la corrección de los test en la obtención de información (tanto de la experiencia docente como de los test administrados) y en la posterior obtención de conclusiones. Dentro de las conclusiones de la investigación se resalta:

Aunque la herramienta de evaluación que hemos utilizado es mejorable, ha demostrado tener un alto grado de fiabilidad, por lo que sus resultados son válidos y pueden ser utilizados como parámetro para medir los resultados obtenidos por las unidades de enseñanza. De igual forma, estos test se podrían utilizar para evaluar, en términos de niveles de razonamiento de Van Hiele, la calidad de cualquier otra propuesta de enseñanza de la Geometría cuyos contenidos coincidan con los de los test (triángulos, cuadriláteros y polígonos en general). (Corberán, Gutiérrez, Huerta, Jaime, Bautista, Peñas & Ruiz, 2014, p. 126)

En este sentido, la investigación “Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de van hiele” se constituye en un valioso insumo para la elaboración de la propuesta didáctica nuestra, dado que además de ofrecer orientaciones y secuencias didácticas, orienta el proceso evaluación de los niveles propuestos por Van Hiele, referente teórico de la presente investigación.

Dentro de este mismo contexto internacional, encontramos “El estudio de los niveles de razonamiento de Van Hiele en alumnos de centros de enseñanza vulnerables de educación media en Chile” realizada por Aravena, Gutiérrez & Jaime (2016). Dicha investigación apunta a

responder los siguientes interrogantes ¿cuál es el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes de 2.º año medio de centros públicos de enseñanza vulnerables? ¿Mejora su nivel de razonamiento cuando son formados mediante unidades de enseñanza basadas en la resolución de problemas?

Mediante el desarrollo de la investigación, Aravena, Gutiérrez & Jaime (2016), diseñaron un experimento de enseñanza, con grupos experimental y control, basado en una unidad de enseñanza, diseñada de acuerdo con los niveles y las fases de Van Hiele, y en un pretest y un posttest, para evaluar el cambio en el nivel de razonamiento de los estudiantes derivado de la intervención. Según los resultados obtenidos en la investigación existe una diferencia significativa, a favor del grupo experimental, en el desarrollo del nivel de razonamiento de los estudiantes.

Por otra parte, se presenta la investigación realizada en la universidad Nacional de Huancavelica Perú por Antezana, Cayllahua, Yalli y Rojas (2020) titulada Modelo Van Hiele y software GeoGebra en el aprendizaje de estudiantes en áreas y perímetros de regiones poligonales, el objetivo de esta investigación fue determinar la influencia de la aplicación del Modelo Van Hiele en el aprendizaje de estudiantes en áreas y perímetros de regiones poligonales regulares en la carrera profesional de Matemática – Computación e Informática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Huancavelica.

La investigación que realizan estos autores es de tipo aplicada-explicativa, apoyada en el método científico, que les permitió luego de muchas observaciones y mediante la aplicación de pruebas de desarrollo antes y después de aplicar el modelo Van Hiele concluir que:

Con la ayuda del GeoGebra y las fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele, los estudiantes lograron escalar ligeramente de un grado de adquisición bajo a un

razonamiento distribuido en los grados de adquisición principalmente intermedia, luego alta, y muy pocos en la completa. Por tanto, los estudiantes mejoraron en el nivel de razonamiento geométrico en área y perímetros de polígonos regulares. (Antezana, Cayllahua, Yalli y Rojas, 2020, p. 18)

Este referente es muy importante para el desarrollo de esta investigación porque sus resultados son favorables para el proceso de aprendizaje de los estudiantes, mejorando sus niveles de razonamiento, además fortalece la investigación en cuanto resalta lo significativo del uso de la herramienta GeoGebra en la investigación expresando:

El uso del software GeoGebra es una herramienta muy valiosa, que motivó y contribuyó en el desarrollo de las capacidades geométricas, de los estudiantes de la especialidad de Matemática, Computación e Informática de la Facultad de Educación, fundamentalmente en habilidades de resolución de ejercicios y problemas de áreas y perímetros de polígonos regulares. (Antezana, Cayllahua, Yalli y Rojas, 2020, p. 18)

Siguiendo en el contexto a nivel internacional se resalta el artículo de investigación formas de razonamiento que emergen al resolver problemas de máximos y mínimos con un SGD escrito por Reyes, Vargas, Escalante y Soberanis (2015), en este artículo se caracterizan las formas de razonamiento que desarrollan estudiantes de primer semestre de una licenciatura en matemáticas al resolver problemas de máximos y mínimos.

Según Reyes, Vargas, Escalante y Soberanis (2015), el dinamismo del aprendizaje con la herramienta GeoGebra, ofrece mayores posibilidades y formas de razonar en relación con el ambiente de lápiz y papel. Este cambio está asociado al hecho de que la tecnología digital ofrece

más recursos al estudiante para abordar los problemas, ya que no es necesario el uso de fórmulas y procedimientos algebraicos para aproximarse a la solución a la situación estudiada.

Ahora bien, con relación a la resolución de problemas encontramos la investigación realizada en Ecuador por Defaz (2017) titulada: El desarrollo de habilidades cognitivas mediante la resolución de problemas matemáticos. Esta investigación resalta la resolución de problemas como estrategia que pone en juego los saberes adquiridos por el estudiante y les permiten hacer conjeturas o hipótesis, argumentar, explicar y justificar los procedimientos utilizados, comunicar conclusiones, hallazgos o soluciones producidas y por supuesto, la utilización de las habilidades cognitivas.

Según Defaz (2017) la idea de la enseñanza de la matemática que surge de esta concepción es que los estudiantes desarrollen actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problemáticas, que requieren un correcto conocimiento de conceptos y un adecuado desarrollo de procesos y de esta manera el aprendizaje adquiera un sentido práctico y funcional para los estudiantes. Dichas apreciaciones soportan la estrategia que se desea implementar en la presente investigación mediante la resolución de problemas geométricos, apoyados en el uso de GeoGebra para fortalecer procesos de razonamiento matemático.

Ahora bien, resaltamos a nivel nacional la investigación realizada por Cano (2017) “El modelo de Van Hiele en la caracterización de poliedros”, que busca mejorar los niveles de comprensión de la geometría de los poliedros en estudiantes de octavo grado. La investigación ofrece una guía metodológica centrada en el estudio de los poliedros, fundamentada en el modelo geométrico de Van Hiele. Los resultados de la investigación les permitieron a los investigadores, resaltar avances significativos relacionados con el lenguaje, el compromiso en el aula, la pregunta como eje articulador del aula.

Así mismo, Cuentas, Miranda y Chilito (2017), resaltan a través de su investigación “Secuencia didáctica “sólidos geométricos” mediada por el software GeoGebra para estimular el pensamiento geométrico en estudiantes de 9º”, la importancia que tienen las TIC en el desarrollo de aprendizajes significativos en los estudiantes y además a desarrollar la motivación debido al proceso interactivo que se genera entre los actores del proceso enseñanza-aprendizaje (Docente, estudiante y software).

Siguiendo el orden nacional, se resalta el artículo investigativo presentado por Sua y Camargo (2019), titulado Geometría dinámica y razonamiento científico: Dúo para resolver problemas, que analizan el proceso llevado a cabo por estudiantes, con miras a destacar la sinergia que se produce entre el uso de la herramienta GeoGebra y el razonamiento científico que ponen en juego los estudiantes al enfrentar el problema. Estos autores expresan:

La resolución del problema brindó a los estudiantes, gracias al uso del SGD, la oportunidad de experimentar e indagar, apoyándose en objetos y relaciones geométricas no todas conocidas anteriormente por ellos. El abanico de posibilidades que el software ofrece les permite experimentar y someter a prueba ideas, en función de los alcances y limitaciones de los comandos usados, lo cual da evidencia empírica para poder validar o rechazar las ideas y, en consecuencia, ampliar el conjunto de conocimientos que tienen. Uno de los aspectos característicos del razonamiento científico, es la conexión que se establece entre el conocimiento de los individuos y los resultados obtenidos en un proceso de experimentación (Klahr y Dunbar, 1988) y en esta vía, se reconoce al SGD como un promotor de acciones ligadas a este proceso cognitivo. (Sua y Camargo, 2019, p. 32)

Por último, se encuentra el proyecto titulado “GeoGebra herramienta didáctica para fortalecer el razonamiento matemático en la enseñanza de la geometría en el colegio integrado de cabrera” realizado por Guevara (2018) en la universidad distrital de Santander cuyo propósito fortalecer el razonamiento matemático en los estudiantes de noveno grado del Colegio Integrado de Cabrera mediante la resolución de problemas de tipo geométrico usando GeoGebra.

La investigación de Guevara (2018) es de suma importancia para esta investigación en cuanto que fue realizada con estudiantes de básica secundaria con un enfoque cualitativo y además relaciona las mismas variables estudiadas (Razonamiento, uso de GeoGebra y Resolución de problemas) en la presente investigación por cuanto orienta la metodología de la misma.

A partir de los logros y resultados ofrecidos por los antecedentes investigativos, se puede visionar lo valioso del desarrollo de la presente investigación, pues representa una intervención fundamentada en los referentes de calidad educativos y apunta a mejorar las dificultades que presentan los estudiantes en la competencia razonamiento, basados en la estrategia resolución de problemas con apoyo de la herramienta GeoGebra buscando generar un ambiente propicio para que los estudiantes fortalezcan los niveles de razonamiento.

JUSTIFICACIÓN

El presente proyecto pretende fortalecer la competencia de razonamiento matemático en los estudiantes de 8º1 de la institución educativa Cristóbal Colón de Morroa. Debido a las dificultades que presentan los estudiantes en dicha competencia y que han sido evidenciadas en el aula de clases y los resultados institucionales de prueba saber 2014, 2015, 2016 y 2017, se ve la necesidad de llevar a cabo una investigación que fortalezca la competencia de razonamiento

mediante la resolución de problemas relacionados con los conceptos de área y volumen, usando GeoGebra.

Para este estudio se tuvieron en cuenta algunas investigaciones, entre ellas las realizadas por Reyes, Vargas, Escalante y Soberanis (2015) sobre formas de razonamiento que emergen en la resolución de problemas, Sua y Camargo (2019) sobre geometría dinámica y razonamiento, al igual que la investigación de Guevara (2018) sobre el razonamiento matemático mediante la resolución de problemas, entre otras que proporcionan un material importante para el diseño e implementación de la estrategia didáctica, ya que en ellas se tuvieron en cuenta diferentes metodologías. Sumando a ello, la investigación se soporta en los referentes de calidad educativa expuestos por MEN: Lineamientos curriculares, estándares básicos de competencia y derechos básicos de Aprendizaje que orientan la actividad educativa en consideración a la calidad, pertinencia y eficiencia.

La intención de fortalecer los procesos de razonamiento de los estudiantes a través de la resolución de problemas usando el software GeoGebra, es de gran importancia en la actualidad, dado que:

Las funcionalidades dinámicas que ofrece GeoGebra propician una ampliación en las formas de razonamiento en relación con el ambiente de lápiz y papel. Los cambios radican esencialmente en que la tecnología digital ofrece mayores recursos a los estudiantes para abordar los problemas, ya que no es necesario el uso explícito de un modelo algebraico para aproximar la solución. (Reyes, Vargas, Escalante y Soberanis, 2015, p. 22)

El desarrollo de procesos de razonamientos mediante la resolución de problemas usando GeoGebra, en estudiantes de octavo grado es de suma importancia porque en esta etapa escolar,

el razonamiento se comienza a trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, pero pueden apoyarse en comprobaciones e interpretaciones de modelos, materiales, dibujos y otros artefactos.

Además, en la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel. (MEN, 1998, p. 52)

El desarrollo de este proyecto es viable dado que los estudiantes a esta edad escolar están prestos al desarrollo de actividades que involucran el uso de tecnologías. De allí que se ofrece una secuencia didáctica fundamentada en la resolución de problemas con uso de la herramienta GeoGebra, que fortalezca la competencia razonamiento en los estudiantes de la institución educativa Cristóbal Colón contribuyendo con esto a despertar el interés por las clases de geometría y aportar al mejoramiento de los resultados de las pruebas Saber específicamente en el área de matemáticas.

En este sentido, se resalta la importancia científica que representa el desarrollo de la investigación no solo a nivel local sino nacional, pues sus resultados ofrecerán información válida sobre el fortalecimiento de la competencia razonamiento y la creación de ambientes digitales, las cuales servirán de soporte a las entidades educativas municipales, departamentales y nacionales para tomar decisiones que propendan por el mejoramiento de la calidad educativa.

Objetivo General

Fortalecer la competencia de razonamiento matemático que utilizan los estudiantes de octavo grado de la I.E Cristóbal Colón, cuando se enfrentan a la resolución de problemas relacionados con los conceptos de área y volumen usando GeoGebra.

Objetivos Específicos

1. Indagar las dificultades que tienen los estudiantes, relacionados con la competencia de razonamiento en la resolución de problemas, donde se aplican conceptos de área y volumen.
2. Diseñar una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas usando GeoGebra, que fortalezca la competencia de razonamiento aplicando los conceptos de área y volumen, en estudiantes de octavo grado.
3. Implementar la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas usando GeoGebra, para fortalecer la competencia de razonamiento aplicando los conceptos de área y volumen, en estudiantes de octavo grado.
4. Evaluar los resultados de la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas, para el fortalecimiento de procesos de razonamiento en estudiantes de octavo grado.

Supuestos y Constructos

El supuesto que orienta este trabajo de investigación es el fortalecimiento de procesos de razonamiento mediante la resolución de problemas en los estudiantes de 8°1 de la I. E. Cristóbal Colón, usando GeoGebra dado que:

- El uso del software GeoGebra motivará al estudiante a interactuar en su interfaz, manipulando sus elementos para construir figuras planas de manera fácil y calcular su perímetro. Activando así su participación en las clases de geometría.
- Las dificultades en los procesos de razonamiento matemático pueden estar relacionada con la visualización de figuras, reconocen su forma como un todo, pero no diferencia sus partes y no es capaz de explicar las propiedades determinantes de dicha figura. Y el uso de GeoGebra ofrece la posibilidad de potenciar esta habilidad de visualización mediante una buena articulación de actividades.
- La resolución de problemas va aumentando en el estudiante la capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel, MEN (1998).

Alcances

Mejor desempeño de los estudiantes en el desarrollo de tareas y actividades de geometría relacionadas con la competencia razonamiento.

Aportan elementos teóricos que conlleven a un cambio metodológico de las distintas actividades que los docentes vienen realizando en la institución educativa Cristóbal Colón, a fin de dinamizar las clases y favorecer ambientes propicios para el aprendizaje de los estudiantes

Contagiar a los demás compañeros docentes a explorar nuevas formas de abordar y dinamizar la enseñanza de la geometría e incorporar el uso de herramientas tecnológicas.

Limitaciones

Las condiciones escolares generadas a partir de la pandemia covid-19, involucran otra serie de factores familiares y sociales, que afectan los tiempos y el desarrollo normal de algunas actividades, así mismo limitan las observaciones directas de una manera rigurosa, de los procesos que se evidencian en los estudiantes mediante la aplicación de la estrategia.

Se resaltan como una limitante, algunas dificultades que bien se presentan en la aplicación de este tipo de estrategias que incorporan las tic, pues están sujetas a factores técnicos relacionados con la funcionalidad de equipos tecnológicos, electricidad, conectividad a internet, afectando el normal desarrollo de las sesiones y la participación de los estudiantes en las diferentes actividades. Evidenciada en la reducción de la muestra final a 10 estudiantes, que contaron con los medios tecnológicos y condiciones para realizar cada una de las actividades.

CAPITULO 2

MARCO REFERENCIAL

Marco Contextual

Dentro de los 26 municipios que conforman el departamento de Sucre, se encuentra Morroa, según la cámara de comercio de Sincelejo (2019) este municipio está ubicado al noreste del este departamento, en la subregión Montes de María, al norte de Colombia, tiene una extensión de 168 km² ocupando un 1,5% del territorio departamental. Morroa está dividido administrativamente de la siguiente forma: Una cabecera municipal, 10 corregimientos, 16 veredas y 12 comunidades. (p.4)

En la cabecera municipal de Morroa, se encuentra la Institución Educativa Cristóbal Colón de carácter oficial que ofrece los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria, educación media y educación para adultos, en las jornadas matinal, vespertina y sabatina, distribuidos en las cuatro sedes educativas que la conforman. Trabajo educativo desarrollado bajo la modalidad presencial mediante propuesta pedagógica Socio-Humanista con tendencia constructivista.

Misión: La institución educativa Cristóbal Colón participa activamente con su labor pedagógica a generar procesos que contribuyen a la formación integral de sus educandos (niños, niñas, jóvenes, jóvenes en extra edad y adultos) mediante la implementación de acciones educativas con fundamento socio-humanista que permite el desarrollo de competencias básicas, específicas, ciudadanas y laborales orientadas al mejoramiento de la calidad de vida y el progreso social de la región.

Visión: La institución educativa Cristóbal Colón se proyecta al año 2020 como una organización reconocida a nivel regional y nacional por la calidad de sus prácticas pedagógicas y

por ser una institución inclusiva, en los niveles pre-escolar, básica primaria y secundaria, media y técnica superior; con cobertura plena además para adultos y jóvenes en extra edad e índices bajos en deserción y ausentismo escolar; orientada a la formación y fomento del talento.

En lo referente a aspectos socioeconómicos se resalta que la población estudiantil proviene de familias de escasos recursos y de bajo nivel académico, en su mayoría agricultores y amas de casa, existe un amplio sector dedicado a la actividad artesanal, aunque también realizan otras actividades como, la construcción, pequeños comercios, economía informal y oficios varios. Según el proyecto educativo institucional (2015, p.7), esta población estudiantil procede en un 75% de la zona urbana y el 25% restante de la zona rural y barrios aledaños del municipio de Corozal-Sucre.

En términos de infraestructura, vale la pena señalar que la institución ofrece en su sede principal el nivel de secundaria y media, la cual cuenta con una infraestructura física amplia que contempla zona administrativa, 2 salas de informática, sala de conferencia, biblioteca, y sala de profesores con sus respectivos baños, 2 laboratorios, batería sanitaria para estudiantes, aula múltiple, cocina y comedor para estudiantes, dos cancha deportiva y patio. Además, posee algunos recursos tecnológicos como video Beam, computadores en las dos salas y tabletas dispuestas para el trabajo de los estudiantes y cuenta con conectividad limitada a internet.

En relación con la planta de docentes dispuesta para la básica secundaria y media, en el área de matemáticas, la institución cuenta con 10 docente distribuidos 6 en la jornada matinal y 4 en la jornada vespertina, de los cuales un 80% están vinculados mediante decreto 2277 y a pesar de la infraestructura tecnológica con la que cuenta la institución, en sus prácticas no se evidencia el uso de dichos recursos.

Respecto a los estudiantes, población objeto de estudio de la investigación se caracterizan por ser jóvenes de octavo grado con edades escolares que oscilan entre 12 y 15 años y que en su gran mayoría están vinculados en la institución desde el nivel de básica primaria. Es importante aquí resaltar como mediante el desarrollo de esta investigación se puede despertar en el estudiante interés y motivación por el aprendizaje de temas como área y volumen, debido a que a ellos a esta edad, les apasiona el uso de las tic y en especial si son herramientas mediante las cuales pueden explorar y experimentar cosas nuevas. Según UNESCO (2003) las TIC contribuyen grandemente en el desarrollo de habilidades sociales, compromiso con el aprendizaje, motivación y colaboración, generando un impacto positivo en el rendimiento de estudiante con menores capacidades.

Marco Normativo

Dentro de las provisiones normativas que fundamentan este proyecto se encuentra a nivel internacional en primera instancia, la declaración mundial sobre educación para todos UNESCO (1990), cuya principal finalidad es satisfacer las necesidades básicas de aprendizaje de todos los niños, jóvenes y adultos, representa una guía útil no solo para los gobiernos, organizaciones internacionales sino para educadores cuando se trata de elaborar y de poner en práctica políticas y estrategias destinadas a mejorar los servicios de educación básica:

Artículo 1. Satisfacción de las necesidades básicas de aprendizaje: cada persona -niño, joven o adulto- deberá estar en condiciones de aprovechar las oportunidades educativas ofrecidas para satisfacer sus necesidades básicas de aprendizaje. Estas necesidades abarcan tanto las herramientas esenciales para el aprendizaje (como la lectura y la escritura, la expresión oral, el cálculo, la solución de problemas) como los contenidos básicos del aprendizaje (conocimientos teóricos y prácticos, valores y actitudes)

necesarios para que los seres humanos puedan sobrevivir, desarrollar plenamente sus capacidades, vivir y trabajar con dignidad, participar plenamente en el desarrollo, mejorar la calidad de su vida, tomar decisiones fundamentadas y continuar aprendiendo. La amplitud de las necesidades básicas de aprendizaje y la manera de satisfacerlas varían según cada país y cada cultura y cambian inevitablemente con el transcurso del tiempo. (Unesco, 1990, p, 8)

Con el compromiso de aportar al desarrollo de una educación de calidad, el presente proyecto toma como referente a la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), dando cumplimiento con lo establecido en los objetivos de desarrollo sostenible en la educación (ODS), acuerdo llevado a cabo por líderes internacionales en el seno de ONU con el fin de actuar frente a la pobreza, proteger el planeta y mejorar las vidas y las perspectivas de las personas en todo el mundo:

Objetivo N°4: expresa la necesidad de una educación de calidad, garantizando una educación inclusiva y equitativa promoviendo oportunidades de aprendizaje permanente, así mismo busca ampliar el acceso a la educación y la matriculación en las escuelas en todos los niveles de niños y niñas. (UNESCO, 2016, p.18)

Así mismo, el proyecto de investigación se fundamenta en las normas que rigen el estado colombiano, partiendo de la Constitución Política (1991), en conformidad con el Artículo 67 “La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, la ciencia, la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura”.

En efecto, la tarea es entonces propiciar ambientes de aprendizaje inclusivos, en los que los estudiantes puedan desarrollar sus capacidades, explorar, vivir experiencias que les permitan

acceder al conocimiento matemático y de manera particular al geométrico, por medio de estrategias y herramientas que apoyen el proceso de enseñanza y aprendizaje como la que propone la presente investigación, que incorpora el software de geometría dinámica GeoGebra en ambientes de resolución de problemas que abordan los conceptos de área y volumen, buscando fortalecer en el estudiante la competencia de razonamiento.

Por su parte, La ley 115 de 1994 por la cual se expide la ley general de la educación, también representa un referente para el presente proyecto, dado que establece en su artículo 1° la educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social fundamentado en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes. Y en concordancia con ello señala además las normas generales para regular el servicio público educativo que cumple una función social acorde a las necesidades e intereses de las personas, la familia y de la sociedad.

La ley general de educación estructura el servicio educativo, y para el caso de la educación formal, tiene por objeto desarrollar en el educando conocimientos, habilidades, aptitudes y valores mediante los cuales las personas puedan fundamentar su desarrollo en forma permanente y establece los niveles de preescolar, básica y media.

La educación básica comprende nueve grados y se estructura en torno a un currículo común, conformado por las áreas fundamentales del conocimiento y de la actividad humana, siendo Matemáticas una de estas áreas obligatorias y fundamentales que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios. Además, en su artículo 22° expresa entre otros objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria los siguientes:

*El desarrollo de la capacidad para comprender textos y expresar correctamente mensajes complejos, orales y escritos en lengua castellana, así como para entender, mediante un estudio sistemático, los diferentes elementos constitutivos de la lengua;

*El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana;

*La comprensión de la dimensión práctica de los conocimientos teóricos, así como la dimensión teórica del conocimiento práctico y la capacidad para utilizarla en la solución de problemas;

*La utilización con sentido crítico de los distintos contenidos y formas de información y la búsqueda de nuevos conocimientos con su propio esfuerzo.

Teniendo en cuenta lo anterior, se requiere que mediante el desarrollo del proyecto se contribuya a la formación integral del estudiante, desarrollando la estrategia resolución de problemas, para que el estudiante fortalezca la competencia de razonamiento matemático, permitiendo al estudiante interactuar con situaciones problémicas, que generen un ambiente de aprendizaje propicio para la exploración, la indagación, la aplicación de conceptos y logre establecer conexiones y reflexionar sobre su actuar para encontrar soluciones.

En este orden de ideas, se tiene como referente el Decreto 1860 (1994) por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales y presenta en su capítulo V orientaciones curriculares que soportan este proyecto investigativo:

En el desarrollo de una asignatura se deben aplicar estrategias y métodos pedagógicos activos y vivenciales que incluyan la exposición, la observación, la experimentación, la práctica, el laboratorio, el taller de trabajo, la informática educativa, el estudio personal y los demás elementos que contribuyan a un mejor desarrollo cognitivo y a una mayor formación de la capacidad crítica, reflexiva y analítica del educando. (Ley 115, 1994, p.14).

En términos de la evaluación de aprendizajes, que permite identificar las dificultades y encaminar acciones para ajustar el proceso de enseñanza aprendizaje, el proyecto toma como referente el Decreto 1290 (2009), por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media, estableciendo además de pruebas internacionales, pruebas nacionales e institucionales con el objetivo de valorar el nivel de desempeño de los estudiantes. Artículo 3°, Son propósitos de la evaluación de los estudiantes en el ámbito institucional:

1. Identificar las características personales, intereses, ritmos de desarrollo y estilos de aprendizaje del estudiante para valorar sus avances.
2. Proporcionar información básica para consolidar o reorientar los procesos educativos relacionados con el desarrollo integral del estudiante.
3. Suministrar información que permita implementar estrategias pedagógicas para apoyar a los estudiantes que presenten debilidades y desempeños superiores en su proceso formativo.
4. Determinar la promoción de estudiantes.
5. Aportar información para el ajuste e implementación del plan de mejoramiento institucional. (p.1)

De allí que para el logro de los objetivos del presente proyecto para fortalecimiento de la competencia razonamiento, mediante la estrategia de resolución de problemas se apliquen los fundamentos del proceso evaluativo expuesto en este último decreto. Y en concordancia con ello es conveniente y necesario revisar los referentes de calidad educativa emanados por el ministerio de educación nacional como son los Lineamientos Curriculares (1998) que pretenden atender esa necesidad de orientaciones y criterios nacionales sobre los currículos, sobre la función de las áreas y sobre nuevos enfoques para comprenderlas y enseñarlas.

Así también, dentro de estos referentes se encuentran Los Estándares Básicos de competencia y en adelante (EBC), que tienen como punto de partida los lineamientos curriculares en una tarea por establecer unos referentes comunes para los niveles de calidad a la cual todos los niños y jóvenes del país tienen derecho, así como potenciar el pensamiento matemático planteado como el reto de la escuela y más aún cuando se hace referencia a ser matemáticamente competente (MEN, 2006).

El proyecto de investigación valora el desarrollo de procesos generales presentes en toda la actividad matemática que explicitan lo que significa ser matemáticamente competente, en especial el proceso de formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas, de acuerdo con los EBC (2006). Dichas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen al estudiante entre otras cosas argumentar y justificar el análisis de procedimientos y la validez de las soluciones propuestas.

Entre otros referentes de apoyo curricular nacional tenemos los derechos básicos de aprendizaje MEN (2015), que plantean elementos para la construcción de rutas de aprendizaje año a año para que, como resultado de un proceso, los estudiantes alcancen los EBC propuestos

por cada grupo de grados. Así mismo, los DBA son un apoyo para el desarrollo de propuestas curriculares y deben “ser articuladas con los enfoques, metodologías, estrategias y contextos definidos en cada establecimiento educativo, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales materializados en los planes de área y de aula” (MEN, 2016, p.6).

Se suman a estas normativas educativas, la directiva 05 emitida por ministerio de educación nacional el 25 de marzo del 2020, mediante la cual dan orientaciones para la implementación de estrategias pedagógicas de trabajo académico en casa, surgida a raíz de la pandemia covid-19. Mediante la directiva, se proponen estrategias que se enmarcan en los procesos de flexibilización curricular del plan de estudios que será posible adelantar con la participación de todos los miembros de la comunidad educativa, caracterizadas por ser flexibles, estratégicas, integradoras y contextualizadas, que promuevan el aprendizaje autónomo, colaborativo e incentive el desarrollo de proyectos pedagógicos.

Por último y no menos importante, el proyecto de investigación toma referente el Proyecto Educativo Institucional lleva por lema: “Formamos una nueva persona para una buena sociedad”, entendiendo que la educación es la herramienta para lograr que el estudiante se desarrolle a plenitud, es decir que alcance potenciar al máximo el desarrollo de sus capacidades, se requiere que el proceso de la enseñanza y del aprendizaje cumpla con los requerimientos para ello. Además, que se busque impulsar procesos dinámicos en ambientes propicios con la incorporación de herramientas tic como GeoGebra, para alcanzar las metas ideales en materia de desarrollo integral, que contribuyan a que el educando logre su desarrollo de habilidades y competencias acorde a los referentes de calidad nacional

Marco Teórico

A continuación, se presentan los aspectos teóricos y los cimientos en los que se basa el proyecto de investigación.

La investigación se fundamenta principalmente en el modelo didáctico de razonamiento geométrico de Van Hiele (1957), que, aunque no es un modelo reciente, pero, con la interpretación de los niveles a la didáctica actual, no ha perdido ninguna vigencia. El modelo de Van Hiele plantea la existencia de diversos niveles de razonamiento geométrico, que abarcan desde las formas más básicas propias de los estudiantes de Preescolar y primeros cursos de Primaria hasta las más sofisticadas propias de los matemáticos profesionales, y junto a la descripción de diferentes niveles de razonamiento, ofrece orientaciones para los docentes sobre cómo lograr que sus alumnos mejoren la calidad de su razonamiento matemático. Se trata de las fases de aprendizaje, en las cuales se propone una organización de la enseñanza que ayudará a los estudiantes a construir las estructuras mentales que les permitan lograr un nivel superior de razonamiento.

A continuación, La descripción del modelo de Van Hiele tomado principalmente de diversos autores (Fouz y De Donosti, 2005; Jaime, 1993; Jaime y Gutiérrez, 1994; Beltranetti, Esquivel y Ferrari, 2005; citada por Vargas & Gamboa, 2013).

NIVELES DEL MODELO DE VAN HIELE

Nivel 1: Visualización o Reconocimiento

En este nivel los estudiantes perciben los objetos como un todo global sin diferenciar sus atributos y componentes, las descripciones de estos objetos son meramente visuales y los asemeja a elementos familiares del entorno, no tienen un lenguaje geométrico básico, es decir, no

llaman a las figuras por su nombre correcto y no son capaces de reconocer las propiedades de estos objetos motivos de trabajo.

Nivel 2: Análisis

En este nivel los estudiantes perciben las componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras, a través de la observación y de la experimentación, pueden describir de manera informal las figuras por sus propiedades, pero no relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras, puede experimentar con figuras para establecer nuevas propiedades, sin embargo, no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades. En este nivel se inicia el razonamiento matemático.

Nivel 3: Ordenación o Clasificación

Aquí los estudiantes describen las figuras de manera formal, son capaces de señalar las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir, lo cual conlleva a entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la geometría y los requisitos que se requieren, realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático está iniciado, reconocen como unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones. (Fouz y De Donosti, 2005, p. 69)

Nivel 4: Deducción Formal

En este nivel los estudiantes realizan deducciones, demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas, comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las matemáticas, también comprenden como se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se pueden realizar distintas forma de demostraciones para obtener un mismo resultado.

Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto nivel de razonamiento lógico, se tiene una visión global de las Matemáticas.

Nivel 5: Rigor

Aquí el estudiante conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar, permitiendo comparar otras Geometrías, pueden trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzando el más alto nivel de rigor matemático.

Ahora bien, en relación a cómo organizar las actividades para ayudar a que el estudiante ascienda de nivel, Fouz, & Donosti (2005) afirman que los trabajos de Van Hiele enfatizan en la idea que “el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez”, es decir, atribuye gran importancia a la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje, así como a las actividades diseñadas y los materiales utilizados. En ese sentido caracteriza las siguientes fases, propuestas por el modelo Van hiele:

1ª Fase: Información

Se trata de determinar, o acercarse lo más posible, a la situación real de los estudiantes, esta fase es oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los estudiantes y el camino a seguir de las actividades, se pueden realizar mediante un test o preguntas individuales utilizando actividades del nivel de partida. Vale la pena resaltar que muchas veces el nivel no lo marca tanto la pregunta como la respuesta, se diseña una pregunta pensando en un nivel concreto y la respuesta recibida, nos puede mostrar un nivel distinto del pensado inicialmente.

2ª Fase: Orientación Dirigida

Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del docente se va a necesitar mucho más. De su experiencia señalan que el rendimiento de los estudiantes no es bueno si no existen una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los estudiantes descubran, asimilen, apliquen las ideas en cuanto a sus conceptos, propiedades y relaciones, el cual será un motivo de aprendizaje en ese nivel.

3ª Fase: Explicación

Es una fase de intercambio de ideas y experiencias entre los estudiantes, es una revisión del trabajo realizado antes de dar las conclusiones y en la que el rol del docente se reduce en cuanto a contenidos nuevos, pero su actuación va dirigida a corregir el lenguaje de los estudiantes conforme a lo requerido en ese nivel. La interacción entre estudiantes es importante ya que los obliga a ordenar sus ideas para luego ser expresadas de modo comprensible para los demás.

4ª Fase: Orientación Libre

En esta fase aparecen actividades más complejas referidas especialmente a aplicar lo aprendido anteriormente, tanto a lo que respecta a contenidos como al lenguaje necesario. Estas actividades deberán ser abiertas, lo ideal son problemas con preguntas abiertas para que puedan ser abordadas de diferentes maneras o con varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado, esta idea obliga al estudiante a una mayor necesidad de justificar sus respuestas usando un razonamiento y lenguaje cada vez más dinámico.

5ª Fase: Integración

En esta fase no se trabajan contenidos nuevos si no que sólo se sintetizan los ya trabajados, se trata de crear una malla interna de conocimientos aprendidos y mejorados que sustituyan a los que ya poseía.

El paso por cada una de estas fases y la observación de las mismas aumentan la posibilidad de que un estudiante avance del nivel en el que se encuentra y pueda así desarrollar sus habilidades y la capacidad de razonamiento geométrico.

Por toda esta panorámica que ofrece el modelo de Van Hiele para abordar y mejorar procesos de razonamiento en los estudiantes, la investigación asume los niveles propuestos por dicho modelo haciendo la siguiente consideración:

Dado que este proyecto está dirigido a estudiantes de básica secundaria, solamente se enfatiza en los primeros dos niveles de razonamiento, considerando investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría realizadas por Gutiérrez (2006) que reflejan que al terminar la secundaria los estudiantes logran solo iniciar la transición al tercer nivel, siendo así que durante el bachillerato los estudiantes de las especialidades científicas, completan el proceso de adquisición del tercer nivel de razonamiento e inician el cuarto nivel, los estudiantes que considera mejor dotados.

Otro referente teórico que ayuda a nuestro trabajo de investigación, y que proporciona aportes a los razonamientos implicados en la resolución de problemas, son los propuestos por George Polya (1989), en su libro “Cómo plantear y resolver problemas”, definiendo cuatro grandes pasos que son necesarios a la hora de resolver un problema:

Paso 1: Comprender el Problema

Para Polya el estudiante debe considerar toda la información disponible sobre el problema en cuestión, debe leer y volver a leer para identificar las partes del problema, lo debe ver desde diferentes formas, luego debe preguntarse, ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? el estudiante también debe preguntarse ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?, pero; un problema puede tener una o varias incógnitas, por eso es necesario que se identifiquen muy bien. El estudiante se debe preguntar si la información con la que cuenta es suficiente, insuficiente, no necesaria o contradictoria para poder continuar con los siguientes pasos. (Polya 1989, p. 28)

Paso 2: Concebir un Plan

En este paso el estudiante es posible que requiera mucho de la orientación del maestro, el cual debe conducirlo dándole algunas pistas o pautas para que sea el estudiante por su cuenta quien idee ese plan, esa ruta a seguir. El estudiante usa sus conocimientos y creatividad para elaborar una estrategia que le permita encontrar las operaciones necesarias para resolver el problema; es importante utilizar aquellos problemas que no tienen un único camino para encontrar la solución. (Polya 1989, p. 30).

Paso 3: Ejecución del Plan

Aquí si la elaboración del plan escogida por el estudiante ha sido la correcta, no tiene por qué presentarse problemas en esta etapa. El plan proporciona el camino a seguir, establece los pasos a ejecutar y en qué momento, el estudiante puede ver si el paso es correcto, también, se tiene en cuenta que se le debe conceder un tiempo razonable para ejecutar el plan; si no se alcanza el éxito, se debe dejar el problema a un lado y continuar con otro para retomarlo más adelante. (Polya 1989, p. 33).

Paso 4: Examinar la Solución Obtenida

En este paso el estudiante debe preguntarse si puede verificar el resultado, entra en juego el razonamiento, debe preguntarse si se podría llegar al mismo resultado de forma diferente, si el procedimiento seguido puede servir para solucionar o resolver algún otro tipo de problema o se puede adaptar para resolverlo. (Polya 1989, p. 35).

Polya, recomienda que el docente debe hacer énfasis en que ningún problema, una vez hallada su solución, queda completamente solucionado, siempre hay algo que se puede hacer, pueden existir errores en la solución, en el procedimiento, o puede existir otras formas de solucionarlo.

En este mismo orden de ideas, según Poggioli (2009), la resolución de problemas incluye los métodos heurísticos, los algoritmos y los procesos de pensamiento divergente.

- a. Los métodos heurísticos son estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizadas por los solucionadores de problemas, basadas en la experiencia previa con problemas similares. Estas estrategias indican las vías o posibles enfoques a seguir para Alcanzar una solución. (p.25)
- b. Los algoritmos: son procedimientos específicos que señalan paso a paso la solución de un problema y que garantizan el logro de una solución siempre y cuando sean relevantes al problema. (p.29)
- c. Los procesos de pensamiento divergente que permiten la generación de enfoques alternativos a la solución de un problema y están relacionados, principalmente, con la fase de inspiración y con la creatividad. (p.30)

La visión sobre la existencia de estas estrategias permite a la investigación identificar las maneras como los estudiantes pueden abordar la solución de una situación problema y tenerlas en cuenta para la generación de la estrategia que se desea implementar para fortalecer la competencia de razonamiento en los estudiantes.

Así mismo, el diseño e implementación de la estrategia de resolución de problemas propuesta por la presente investigación toma en cuenta implicaciones pedagógicas asociadas al proceso de resolución de problemas que propone Poggioli (2009), quien se apoya en las ideas de Krulik y Rudnick (1982) para hacer las siguientes sugerencias:

- Crear un ambiente apropiado para la resolución de problemas.
- Ofrecer un repertorio amplio y variado de problemas que generen una práctica intensiva y extensiva, además de que representen un reto para los estudiantes.
- Enseñar a los estudiantes a desarrollar estrategias que les permitan leer los problemas en forma analítica.
- Pedir a los estudiantes que inventen sus propios problemas.
- Permitir que los estudiantes trabajen en parejas o en pequeños grupos.
- Promover en los estudiantes el uso de estrategias alternativas: reconocer patrones de problemas, trabajar en sentido inverso, predecir y probar, simular, experimentar, reducir los datos, deducir, etc.
- Hacer preguntas mientras los estudiantes están en el proceso de discusión de los procedimientos para resolver problemas.
- Permitir que los estudiantes revisen sus respuestas.
- Utilizar estrategias que permitan el desarrollo de procesos del pensamiento.

- Hacer que los estudiantes representen, mediante un diagrama de flujo, sus propios procedimientos para resolver problemas. (p.28)

En términos propios de la geometría, la investigación se fundamenta en los planteamientos didácticos propuestos por Alsina, Burgués & Fortuny (1995), quienes resaltan que la Geometría ha de ser un núcleo central en el currículo escolar, pues representa una disciplina útil, deseable y bella que ofrece tanto resultados interesantes como razonamientos y metodologías de marcado carácter formativo.

Según Alsina, Burgués y Fortuny (1995), el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría exige entre otras cosas de una buena planificación, de un método adecuado, de un proceso comunicativo feliz, de selección de problemas adecuados y de una evaluación óptima.

De acuerdo con las partes de la planificación, habría que tener en cuenta las siguientes recomendaciones generales:

- a. El estudio de la Geometría debe estar relacionado con el mundo real. Los alumnos deben tener oportunidad de explorar distintas relaciones espaciales de su entorno, así como buscar, aplicar y transferir relaciones geométricas para analizar los fenómenos naturales, científicos, técnicos, sociales y artísticos.
- b. El currículo de Geometría tiene que estar desarrollado según los modelos de conocimiento y aprendizaje de los alumnos. En este sentido la instrucción en Geometría debe favorecer la interacción entre la actividad espacial y la representación mental del espacio.
- c. La presentación de la Geometría debe seguir el proceso del desarrollo intelectual, es decir, debe ser gradual y progresiva, empezando con una introducción informal mediante situaciones cotidianas que gradualmente se irán precisando y formalizando. Esta

iniciación informal debe permitir el descubrimiento activo, el razonamiento inductivo, la construcción de inferencias y conjeturas, el desarrollo de la percepción visual y la imaginación espacial, etc. (p. 99).

Los planteamientos de estos últimos autores son fundamentales para procesos de planificación y organización de las actividades acorde al establecimiento de los objetivos y niveles de razonamiento de los estudiantes.

Para terminar de referenciar el marco el marco teórico que sustenta la investigación, y pensando en hacer un buen uso de la herramienta GeoGebra para lograr los objetivos planteados para lograr el fortalecimiento de la competencia razonamiento mediante la implementación de la estrategia resolución de problemas, resaltamos las ideas de autores como García (2012), quien en el marco de la implementación de las TIC en el ámbito educativo identifica actitudes relacionadas con las matemáticas, al trabajar contenidos geométricos con un software de Geometría Dinámica llamado GeoGebra, a través del diseño de tareas en las que se ponían en manifiesto competencias matemáticas a través de la formulación de problemas para su resolución. Así mismo señala lo importante resulta el papel del docente, la naturaleza de las tareas, la cultura social del aula y el trabajo colaborativo para garantizar la integración exitosa de las TIC en el aula.

Con relación al papel del docente durante la incorporación tic en el proceso de enseñanza y aprendizaje, Ruiz (2018) señala que el software por sí solo no es el que permite desarrollar esos procesos de argumentación, sino que es el docente a través de sus preguntas es quien sirve como mediador entre el estudiante y la actividad que se genera a través del software.

En este mismo orden de ideas, García (2012) revela que “GeoGebra posibilitó que los estudiantes evaluaran diferentes ideas mediante la construcción de una manera rápida y sencilla

de múltiples ejemplos, cuya visualización y deformación les ayudó a obtener y comunicar razonadamente sus respuestas” (p. 54). Además, manifiesta una serie de ventajas y limitaciones asociadas al uso de esta herramienta:

Ventajas

1. Función formativa global: ayudan a transmitir valores educativos y actitudes: cooperación, implicación emocional, intensidad del esfuerzo exigido, etc.
2. Función motivadora: gusto por el trabajo con el software.
3. Permiten que prime la reflexión y el análisis de resultados porque se requiere menos tiempo para hacer representaciones y cálculos.
4. Potencian el trabajo autónomo del estudiante, adecuando su ritmo de trabajo a su situación personal, al tiempo que favorecen el trabajo en equipo.
5. Obligan a pensar y razonar los problemas en términos de propiedades matemáticas.
6. Motivan al alumnado en la búsqueda de demostraciones y facilita este proceso al posibilitar la generación de modo rápido y sencillo de gran cantidad de ejemplos sobre los que razonar y argumentar.
7. Ofrecen la posibilidad de testar ideas, recibir feedback o manipular objetos (representaciones manipulables o ejecutables mediante dragging), que se consideran principios necesarios como apoyo para la resolución de problemas.
8. Mejoran el aprendizaje de contenidos geométricos: mejoran la visualización (las representaciones mentales y la conexión entre distintas formas de representación) y la contextualización de las propiedades de los conceptos y procesos matemáticos.

Limitaciones

9. Dependencia tecnológica: caer en el error de atribuir a los medios tecnológicos más importancia de la que tienen, pues no dejan de ser recursos que deben estar al servicio del proceso educativo, pero no a la inversa. Para evitar esta dependencia, debemos fomentar su uso adecuado.

10. Confundir manipulación con conocimiento matemático, típico de cuando se adquiere un aprendizaje memorístico consistente en el almacenamiento de algoritmos, definiciones y teoremas, en vez de una construcción de las matemáticas para la resolución de problemas.

11. Dificultad en la gestión del tiempo en caso de producirse problemas técnicos. (p.392)

Otra de las bondades del uso de GeoGebra radica en la interfaz del programa, la cual cuenta con una vista algebraica, una vista gráfica y en las últimas versiones una vista en 3D, García (2012), revela que este programa permite que los estudiantes puedan crear asociaciones entre la representación algebraica y la correspondencia con su equivalente gráfico. Además, se pueden aplicar variaciones dinámicas con los elementos que constituyen las figuras geométricas para observar los cambios en la figura. Por ejemplo, se puede descomponer un prisma para observar las bases y las caras laterales. También en la construcción de un triángulo, se puede observar cómo cambia el perímetro y el área al aumentar o disminuir la altura relativa a un lado.

Ruiz (2012), describe las zonas de trabajo disponibles por GeoGebra:

- Barra de herramientas: para seleccionar el objeto con el que se quiere trabajar. Contiene las herramientas de construcción.
- Zona gráfica: para construir la figura con la ayuda del ratón, con actualización dinámica en la ventana de álgebra. La figura puede moverse arrastrando con el ratón sobre los elementos libres.

- Zona o ventana de álgebra: en ella se muestran las coordenadas o ecuaciones correspondientes. Es importante saber que un objeto creado en la zona gráfica tiene su representación correspondiente en la Ventana de álgebra
- Zona de entradas o Campo de texto: para introducir directamente coordenadas, ecuaciones, comandos y funciones. En este caso los objetos o gráficas correspondientes aparecen en la Zona gráfica al pulsar Intro. (p.56)

Bajo esta perspectiva sobre el uso de la herramienta GeoGebra, la investigación asume su empleo para apoyar la estrategia de resolución de problemas que se desea implementar, por todas las ventajas descritas anteriormente y el hecho de ser un software libre y disponible para integrarse en las prácticas pedagógicas, permitiendo explorar las potencialidades que nos brinda a favor del aprendizaje de los estudiantes.

En este sentido la investigación responde a los requerimientos del ministerio de educación nacional MEN, sobre la incorporación de las nuevas tecnologías para transformar la educación matemática, reconociendo también que, para garantizar su efectiva integración se hace necesario que como docentes se planifiquen y diseñen actividades que permitan aprovecharlas al máximo y favorezcan la consecución de los objetivos de aprendizaje propuestos.

La investigación se fundamenta en el aprendizaje basado en problemas (APB), Según Dolors y Cónsul (2007), el ABP es un método de enseñanza -aprendizaje centrado en el estudiante en el que adquiere conocimiento, habilidad y actitudes a través de situaciones de la vida real, cuya finalidad es formar estudiantes capaces de analizar y enfrentarse a los problemas de la misma manera en que lo hará durante su actividad profesional.

La estrategia del ABP tiene como punto de partida el uso de problemas para la adquisición de conocimientos nuevos y la concepción del estudiante como actor principal en el

direccionamiento de su aprendizaje, de esta manera se fomenta en el educando la actitud positiva hacia el aprendizaje, debido a que tienen la posibilidad de interactuar con la realidad y observar los resultados de dicha interacción. Para alcanzar el objetivo del APB, el rol del docente debe ser diferente, es más un facilitador o guía que aprende también de las experiencias, con lo cual, los estudiantes asumen el rol que en el modelo tradicional tenían los docentes, ello configura su aprendizaje.

Por otro lado, la investigación aborda las relaciones entre tridimensional y bidimensional, si bien es cierto el uso de representaciones bidimensionales en la enseñanza de la geometría, repercute en el desarrollo de la capacidad de visualización espacial de los estudiantes, habilidad necesaria en el estudio de la geometría. Para comenzar el estudio de la geometría espacial, los estudiantes deben primero reconocer las figuras geométricas básicas (cuadrado, rectángulo, triángulo, rombo, trapecio y círculo), que luego utilizarán en la representación de los cuerpos tridimensionales (cubo, prisma rectangular, pirámide, circunferencia, etc.), Gutiérrez (1998) sostiene que, el paso entre el plano y el espacio es bidireccional, es decir, se puede dar el paso de representaciones planas a sólidos y construcción de sólidos a partir de sus representaciones planas.

En los Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas MEN (1998) se indica que:

Para la enseñanza de algunos conceptos geométricos se debe comenzar desde el espacio tridimensional con el fin de proporcionarle al estudiante la identificación de cuerpos geométricos en la realidad, y para generar en los estudiantes un proceso de comprensión de las representaciones bidimensionales de su mundo. (p. 39)

Para la enseñanza de figuras tridimensionales, sus relaciones y diferencias con lo bidimensional, es importante el uso de materiales como el geoplano, el tangram y otros recursos

didácticos, que para nuestra investigación será el software GeoGebra, en tanto que ayudan a los estudiantes a realizar transformaciones y ganar habilidad para controlar sus resultados. De acuerdo con Alsina, Burgués & Fortuny (1987) “el uso de material manipulativo permitirá hacer palpable el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría”; consideramos que el uso del GeoGebra más que reemplazar los materiales mencionados anteriormente puede constituir un entorno interesante en el que es posible concretar conceptos y profundizar en propiedades que a veces una descripción verbal puede esconder.

Marco Conceptual

A continuación, presentamos definiciones y conceptos de los temas que estructuran el desarrollo de la investigación y que son fundamentales para interpretar los resultados obtenidos a partir de la aplicación del mismo. Entre ellas se resaltan principalmente las ofrecidas por los referentes de calidad educativa a nivel nacional y la de algunos autores que han abordado dichas temáticas mediante sus investigaciones.

Pensamiento Espacial y Sistema Geométrico

Según los Estándares Básicos de competencias del MEN (2006) “el pensamiento espacial es entendido como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (p.61).

En este sentido, el pensamiento espacial permite en la investigación referenciar la capacidad que tienen los estudiantes para hacer diferentes tipos de representaciones mentales de los objetos y ubicarlos dentro de un espacio determinado, así como permite que el estudiante comprenda las diferentes propiedades de estos objetos y pueda establecer a partir de estas propiedades relaciones de semejanzas y congruencia. Sin embargo, para lograr el desarrollo de

esta capacidad, se requiere del desarrollo del pensamiento Geométrico que está estrechamente ligado al pensamiento espacial. Según los Estándares Básicos de competencia (MEN 2006):

La apropiación por parte de los estudiantes del espacio físico y geométrico requiere del estudio de distintas relaciones espaciales de los cuerpos sólidos y huecos entre sí y con respecto a los mismos estudiantes; de cada cuerpo sólido o hueco con sus formas y con sus caras, bordes y vértices; de las superficies, regiones y figuras planas con sus fronteras, lados y vértices, en donde se destacan los procesos de localización en relación con sistemas de referencias, y del estudio de lo que cambia o se mantiene en las formas geométricas bajo distintas transformaciones. El trabajo con objetos bidimensionales y tridimensionales y sus movimientos y transformaciones permite integrar nociones sobre volumen, área y perímetro, lo cual a su vez posibilita conexiones con los sistemas métricos o de medida y con las nociones de simetría, semejanza y congruencia, entre otras. (p.62)

Por su parte, los lineamientos curriculares (1998), expresan que para la construcción de los sistemas geométricos, se debe hacer énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial y de la geometría activa, que parte de la actividad del alumno y su confrontación con el mundo, involucrando al estudiante en una serie de interacciones que le permitirán avanzar desde un espacio intuitivo o sensomotor a un espacio conceptual o abstracto que favorecen la reflexión y razonamiento sobre propiedades geométricas abstractas tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de manipulaciones mentales.

En el estudio de las matemáticas, específicamente, la geometría no basta con que el estudiante observe las figuras geométricas en el papel y pueda encontrar sus propiedades a partir de allí, es imprescindible que el estudiante encuentre relaciones de la geometría con su entorno y pueda descubrir que el mundo que lo rodea está lleno de figuras geométricas bidimensionales y

tridimensionales en las que puede diferenciar volúmenes, áreas y perímetros, así como los elementos característicos de cada forma geométrica, como sus lados, vértices, caras, bordes etc., Guevara (2018).

Razonamiento

Según los lineamientos curriculares MEN (1998) razonar está asociado a la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión y tiene que ver estrechamente con las matemáticas como comunicación, como modelación y como procedimientos, reflejado en acciones como:

- Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.
- Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
- Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.
- Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar. (p. 54)

Ampliando este concepto, los estándares básicos de competencia del MEN (2006, P. 54) expresan:

El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes;

proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas. En los grados superiores, el razonamiento se va independizando de estos modelos y materiales, y pueden trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, pero suele apoyarse también intermitentemente en comprobaciones e interpretaciones en esos modelos, materiales, dibujos y otros artefactos.

En estos términos, el razonamiento es una competencia o habilidad que debe desarrollar los estudiantes no solo para solucionar situaciones matemáticas, sino también para ser aplicadas en otros campos del conocimiento. Al desarrollar esta competencia el estudiante estará en capacidad de sustentar los procedimientos que lo conllevan a solucionar situaciones que se le presentan, a defender sus puntos de vista, justificando sus estrategias y maneras de ver y actuar en diferentes contextos.

Resolución y Planteamientos de Problemas

El concepto de la resolución de problemas se aborda desde dos perspectivas. Por un lado, la de solución de problemas como estrategia didáctica; una interacción con situaciones problemáticas con fines pedagógicos, y la otra es la capacidad de resolución de problemas como objetivo general del área de matemáticas.

Según los lineamientos curriculares del MEN (1998):

El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las

matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas. (p.24)

En este mismo orden de ideas, Miguel de Guzmán (1993) plantea que la enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Se trata de considerar como lo más importante, que el estudiante:

- Manipule los objetos matemáticos
- Active su propia capacidad mental
- Reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente
- De ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental
- Adquiera confianza en sí mismo
- Se divierta con su propia actividad mental
- Se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana
- Se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia. (p. 35)

Por su parte, Polya (1989) expresa que resolver un problema es encontrar un camino desconocido anteriormente para superar una dificultad, es eludir con habilidad un obstáculo para lograr finalmente lo deseado, utilizando los recursos adecuados.

Así mismo, retomamos los lineamientos del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES (2011), que asumen que el planteamiento y la resolución de problemas:

se relacionan, entre otros, con la capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrollar, aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida, verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema. (p. 13)

Por último, Dolors & Cónsul (2007) resaltan el uso de problemas como punto de partida para la adquisición de conocimientos nuevos y la concepción del estudiante como protagonista de la gestión de su aprendizaje, constituye un método de aprendizaje que permite al estudiante construir su conocimiento sobre la base de problemas del contexto y que, además, lo haga con el mismo proceso de razonamiento que utilizará cuando sea profesional.

Para efectos de la investigación asumimos la resolución de problemas como estrategia didáctica, que genera ambiente propicio para que el estudiante explore, se cuestione, realice construcciones, indague y provoque procesos de investigación que subyacen al razonamiento matemático como manipulación, formulación de conjeturas, y argumentación. Constituye en este sentido el método de aprendizaje que soporta la investigación.

Bidimensionalidad y Tridimensionalidad

Según los lineamientos curriculares de matemáticas MEN (1998), otro aspecto importante para el desarrollo del pensamiento espacial es la representación bidimensional del espacio tridimensional, citando a Lappan y Winter (s.f), quienes afirman:

“A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que proporcionamos a nuestros niños son bidimensionales. Nos valemos de

libros bidimensionales para presentar las matemáticas a los niños, libros que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales. A no dudar, tal uso de “dibujos” de objetos le supone al niño una dificultad adicional en el proceso de comprensión. Es empero, necesario que los niños aprendan a habérselas con las representaciones bidimensionales de su mundo. En nuestro mundo moderno, la información seguirá estando diseminada por libros y figuras, posiblemente en figuras en movimiento, como en la televisión, pero que seguirán siendo representaciones bidimensionales del mundo real”, (MEN, 1998, p. 39).

En este sentido, “Diferentes investigadores (Freudenthal, 1973; Guillén, 2010) subrayan la importancia de empezar la enseñanza de la geometría por el espacio, al considerar que es más intuitivo y concreto que el plano, siendo, además, la realidad en la cual los niños viven e interactúan”, Gonzalo, et al (2011, p. 8).

Concepto de Área

Son muchas las definiciones que se pueden usar para determinar el concepto de área; concepto que sin duda es de gran importancia para la enseñanza de las matemáticas dentro del salón de clase, una de estas interpretaciones de área es dada por Jovel & Rodríguez (2011):

El concepto de área es uno de los más básicos y profundos de las matemáticas y su aprendizaje es un proceso complejo que no puede ser adquirido inmediatamente. Exige un alto grado de conceptualización tanto de orden geométrico como aritmético; ahí está la fuente de la mayoría de los obstáculos y dificultades que a menudo presentan los estudiantes. Además, el concepto de área es de nivel cognoscitivo superior al de longitud y su apropiación conlleva grandes retos didácticos. (p.243)

Para los estudiantes, el concepto de área es concebido como la cantidad de superficie delimitada por un contorno, ésta puede ser medible en una superficie plana, cuyo resultado final es un número con una unidad cuadrada.

Concepto de Volumen

Para la definición de volumen tendremos en cuenta a Lages et al. (2000) que afirman que “el volumen de un sólido es la cantidad de espacio ocupado por él. Para expresar esa “cantidad de espacio” a través de un número, debemos compararlo con una unidad; y el resultado de esa comparación será llamado volumen” (p. 235). Los mismos autores señalan que:

La unidad de volumen es el cubo de arista 1. Para cada unidad de longitud, tenemos una unidad correspondiente de volumen. Si, por ejemplo, la unidad de longitud fuera el centímetro (cm), entonces la unidad de volumen correspondiente será llamada centímetro cúbico (cm^3). Así, el volumen de un sólido S debe ser el número que exprese cuantas veces el sólido S contiene el cubo unitario. (p. 236).

GeoGebra

Autores como Bello (2007) apuntan a que el software GeoGebra, permite que los estudiantes puedan manipular, conjeturar, esbozar y plantear posibles soluciones, mientras construyen el conocimiento sobre algún tema y transitar por los registros de representación verbal, algebraico y gráfico de manera natural y espontánea.

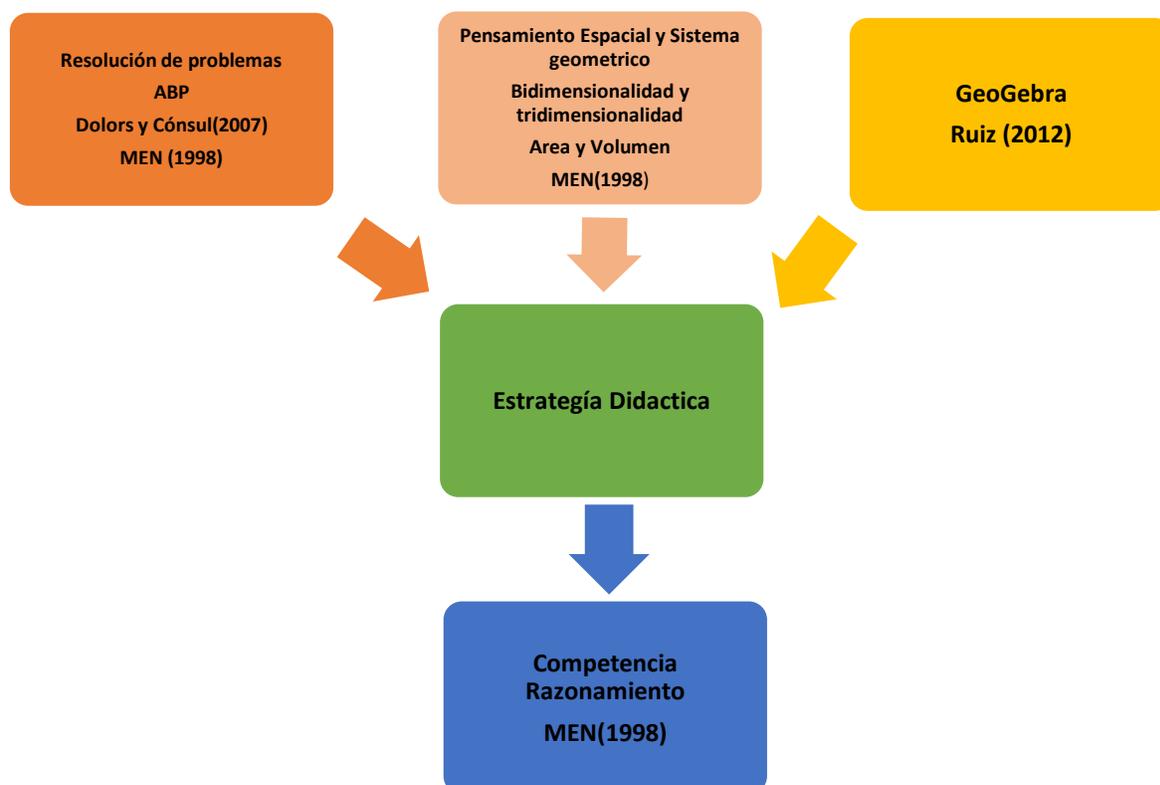
Así mismo, Carranza (2011, p 62) invita a involucrar el programa GeoGebra en las prácticas educativas, argumentando que este software les permite a los estudiantes movilizarse fácilmente entre diferentes sistemas de representación: simbólicos, numéricos, gráficos y analíticos, generando procesos de significación bien fundamentados.

Por su parte, Ruiz (2011) expresa:

GeoGebra puede considerarse un Software de Matemática Dinámica (SMD) porque, además de tener las posibilidades de un software dinámica de geometría SGD, incluye otras particularidades algebraicas y de cálculo que permiten relacionar varias áreas matemáticas. La idea básica de los creadores y desarrolladores de este software ha sido unir geometría, álgebra y cálculo (las distintas representaciones de un mismo objeto se conectan dinámicamente) en un único programa de uso intuitivo que permita la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles educativos. (p.55)

Ahora bien, Para la investigación GeoGebra representa la herramienta TIC mediante la cual el estudiante el estudiante podrá construir y visibilizar elementos del sistema geométrico como líneas, puntos, regiones planas y sólidos en el espacio bidimensional y tridimensional, que podrá combinar y transformar para establecer relaciones y nexos entre dichos elementos, favoreciendo así la apropiación de conceptos de perímetro área y volumen y procedimientos que lo centran en los procesos de razonamiento propios de la matemática necesarios para abordar las situaciones problemas que se le presentan.

En Consecuencia, como lo muestra (figura 1) la investigación estructura una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas ABP y apoyada en el uso de la herramienta Geogebra, priorizando el desarrollo el pensamiento espacial y geométrico que involucra el estudio de la bidimensionalidad y tridimensionalidad integrando las nociones de área y volumen, con el fin de fortalecer la competencia de razonamiento en los estudiantes.

Figura 1.*Marco Conceptual.**Fuente: Propia*

CAPITULO 3

METODOLOGÍA

A continuación, se presenta el enfoque investigativo abordado, tipo de estudio, fases de la investigación, instrumentos de recolección de información, categorías, población y muestra que caracteriza este trabajo investigativo.

Tipo de Investigación: Cualitativa

Con la clara intención de realizar una investigación, que permita un acercamiento a estudiantes de octavo grado, observar, vivenciar y obtener información sobre la manera cómo piensan, actúan, proceden y resuelven situaciones problemas que exigen el desarrollo de la competencia de razonamiento, y encaminar acciones que propendan por el fortalecimiento de dicha competencia, la presente investigación se despliega bajo un enfoque cualitativo, que permite recolectar información mediante la observación constante y el análisis de situaciones asociadas al comportamiento natural de las personas.

Acorde con esta intención investigativa, Taylor, S.J. y Bogdán R. (1987) consideran que los estudios cualitativos permiten comprender en un nivel personal los motivos y creencias que están detrás de las acciones: dificultades, pensamientos, perspectivas, conceptos, sentimientos, éxitos entre otras características propias del ser humano, que son significativas para la interpretación de la problemática que se aborda.

Por otra parte, estos mismos autores resaltan el carácter holístico de la metodología cualitativa, que conlleva al investigador a considerar su objeto de estudio como un todo, en el que se integran diversas variables en forma organizada. Así mismo, se espera que los investigadores cualitativos logren comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas, que le permita experimentar la realidad y comprender cómo otros ven las cosas.

En este sentido, la presente investigación atendiendo a estas particularidades responde a un estudio de corte cualitativo, pues considera y prioriza el estudio del ser humano, como son los estudiantes de octavo grado de I.E. Cristóbal Colón de Morroa (Sucre), sus necesidades y motivaciones particulares y en especial el análisis de sus habilidades, conocimientos, sus dificultades a la hora de activar su competencia de razonamiento en ambientes que le exigen resolver situaciones problemas que involucran conceptos de área y volumen.

Ahora bien, en contraste con los estudios cuantitativos, que enfatizan en la confiabilidad y reproductividad de la investigación, los estudios cualitativos dan énfasis a la validez de la investigación, así lo expresan Taylor, S.J. y Bogdán R. (1987) sustentando:

“Los métodos cualitativos están destinados a asegurar un estrecho ajuste entre los datos y lo que la gente realmente dice y hace. Observando a las personas en su vida cotidiana, escuchándole hablar sobre lo que tienen en mente, y viendo los documentos que producen, el investigador cualitativo obtiene un conocimiento directo de la vida social, no filtrado por conceptos, definiciones operacionales y escalas clasificatorias” (p.21)

Con relación a ello, el hecho de que los investigadores son docentes de aula de la institución educativa en el área de matemáticas favorece la metodología, en términos de recolección de información e intervención para abordar la problemática de forma holística y humanística.

Modelo de Investigación: Investigación Acción

La investigación acción se constituye hoy día en un modelo de investigación educativa pertinente para solucionar muchos de los problemas socio educativo y relacionado a la docencia, que ocurren o se dan en los diferentes escenarios académicos y educativos, dado que se

constituye en un conjunto de estrategias que conllevan a mejorar una situación determinada. En estos mismos términos se ha planteado la presente investigación, pretendiendo generar nuevas prácticas educativas mediante la implementación de una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas con apoyo de la herramienta GeoGebra a fin de fortalecer la competencia de razonamiento en estudiantes de octavo grado.

Según Bausela (1992), la investigación acción percibe la enseñanza como un proceso de investigación de continua búsqueda, que involucran la reflexión y el análisis de todas las experiencias que se realizan en el escenario educativo. De allí que el docente se constituye en un profesional reflexivo, autónomo, que toma decisiones e interpreta la realidad educativa con la intención de mejorarla y transformarla.

Bajo esta misma perspectiva, Elliott (1993) expresa “el objetivo fundamental de la investigación-acción consiste en mejorar la práctica en vez de generar conocimientos. La producción y utilización del conocimiento se subordina a este objetivo fundamental y está condicionado por él” (p. 78).

La investigación acción se orienta hacia el cambio educativo, desde y para la práctica buscando su transformación y comprensión, implica un análisis crítico de las situaciones, aprender a partir de las consecuencias de los cambios. En este sentido, el modelo investigación acción involucra las acciones: planificación, acción, observación y reflexión que permiten al docente justificar razonablemente su labor educativa ante otras personas, porque se puede mostrar cómo se han obtenido los resultados y la reflexión crítica que se ha llevado a cabo y han ayudado a crear una argumentación desarrollada, comprobada y examinada críticamente a favor de lo que hace, Bausela (1992).

En este sentido, el modelo de investigación acción ofrece para el presente trabajo la oportunidad para generar un cambio en las prácticas educativas desarrolladas en el área de matemáticas en la institución educativa Cristóbal Colón, que favorezcan el desarrollo de la competencia razonamiento en estudiantes de octavo grado, a fin de mejorar esta situación, sobre la cual se ha reflexionado inicialmente y se tiene una visión profunda para abordarla mediante el desarrollo de las siguientes fases:

1. Diagnóstico: Una vez identificado, formulado y fundamentado el problema motivo de estudio, se hace necesario recolectar información que permita indagar las dificultades que presentan las estudiantes de octavo grado asociadas a la competencia razonamiento. para ello se aplica una prueba diagnóstica cuyos ítems corresponden a preguntas tipo saber liberados por el Icfes que fueron aplicados en estudiantes de noveno grado en años anteriores y que fueron adaptados con preguntas abiertas que aporten información sobre la manera como los estudiantes piensan y hacen las cosas.
2. Diseño y aplicación de un plan de acción: En esta fase, a la luz de los resultados de la prueba diagnóstica y los teóricos que respaldan el proyecto de investigación, se lleva a cabo el diseño de una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas ABP y apoyada en el uso de la herramienta dinámica GeoGebra, como ambiente de aprendizaje en el que el estudiante se enfrenta a situaciones problemas que potencien su desarrollo integral (conocimientos, procedimientos, habilidades, actitudes y valores) que le permitan alcanzar objetivos de aprendizaje, desarrollar y mejorar las dificultades relacionadas con el razonamiento y que fueron identificadas en la fase anterior.

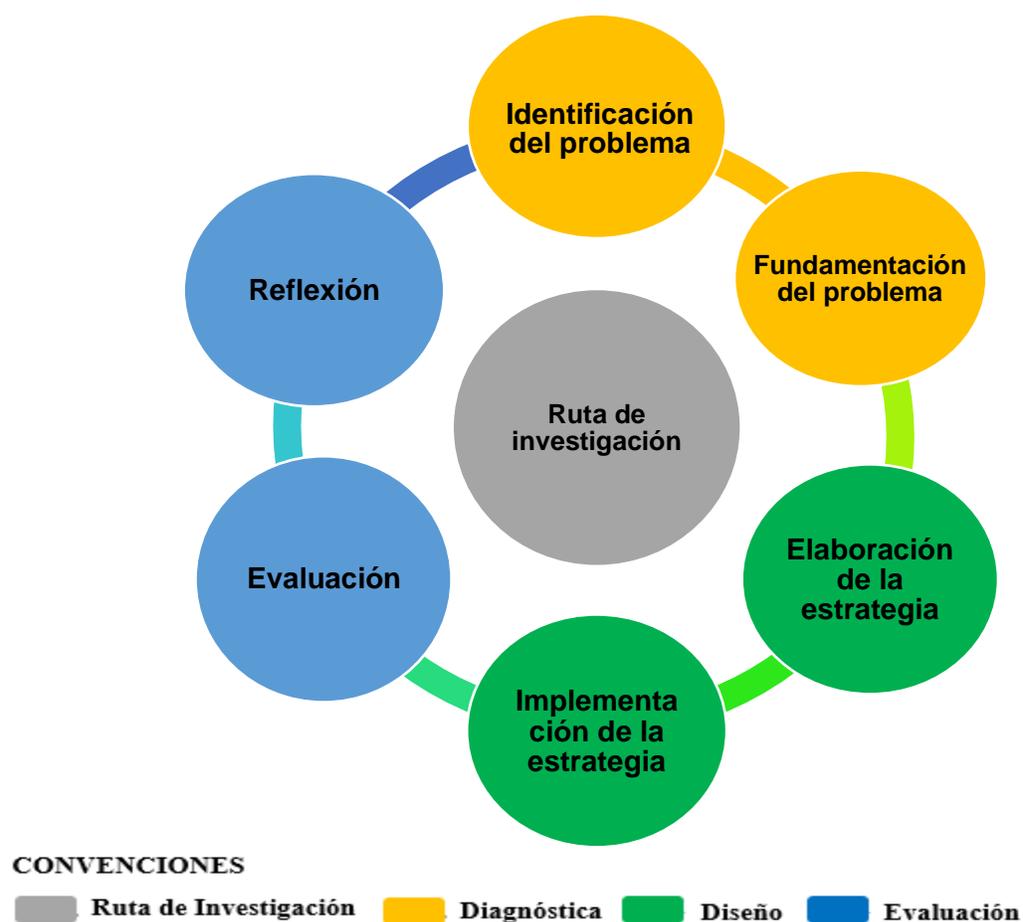
Se concreta entonces en esta fase la secuencia didáctica “EXPLORANDO POLIEDROS CON GEOGEBRA”, estructurada en seis sesiones de aprendizaje que abordan el estudio

de los cuerpos geométricos: poliedros y cuerpos redondos. Cada sesión que se desarrolla durante 2 horas comprende 3 tipos de actividades: inicio, desarrollo y cierre, se orientan y se aplican a través de la plataforma zoom, grupo de WhatsApp y otras herramientas tic como cuestionarios Google, Kahoot, Educaplay.

Por último, se aplicará una prueba final que permita determinar si las dificultades identificadas en la prueba diagnóstica persisten o fueron superadas, después de la fase de intervención en el aula.

3. Evaluación y reflexión: en esta fase se pretende evaluar los resultados de la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas, establecer de qué manera influyó en el fortalecimiento del razonamiento de los estudiantes.

En consideración al desarrollo de estas 3 fases se organizó la ruta de investigación del proyecto (Figura 2) que inicia con la identificación y fundamentación de una problemática, apoyados en una prueba diagnóstica y la revisión de autores que sobre ella hayan investigado. Seguidamente se elabora e implementa la estrategia didáctica, que a partir de la incorporación de herramientas tic y una prueba final ofrecerán la información necesaria para evaluar y reflexionar sobre y para la práctica educativa.

Figura 2.*Fases de la investigación**Fuente: Propia***Método de Aprendizaje:**

La investigación se fundamenta en el método de aprendizaje basado en problemas (ABP), con la finalidad de crear un ambiente de aprendizaje centrado en el estudiante y propicio para que éste adquiriera conocimientos, habilidades y actitudes a través de situaciones de la vida real.

Según Dolors & Cónsul (2007), el uso de problemas como punto de partida para la adquisición de conocimientos nuevos y la concepción del estudiante como protagonista de la gestión de su aprendizaje. En este sentido la estrategia comprende actividades dinámicas alrededor de una situación problema que motiva, que inquieta e invita al estudiante a resolverlo, a explorar conceptos, desarrollar habilidades y alcanzar los objetivos de aprendizaje, especialmente relacionados con el razonamiento.

Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información

La investigación aplica técnicas propias de la investigación cualitativa, específicamente de la investigación acción, que permitan conocer diversos aspectos del proceso de aprendizaje de los estudiantes de octavo grado y con ello información relacionada con sus necesidades e intereses, necesarias para comprender la problemática de estudio e ir reflexionando, evaluando y ajustando la intervención pedagógica, tales como:

Observación

Técnica que permite visualizar el fenómeno a estudiar, descubrir, evaluar y contrastar realidades en el campo de estudio. Este proceso se desarrolla de forma natural y espontánea que exige recoger la información de un modo sistemático y no intrusivo. Su aplicación se valora en todas las fases de la investigación, especialmente en la intervención pedagógica mediada por la estrategia didáctica de resolución de problemas y la aplicación del software GeoGebra. Para la investigación aplica un tipo de observación participante favoreciendo la veracidad y credibilidad de la información.

Análisis de documentos

Esta técnica, facilitará a la investigación obtener información importante sobre los progresos y dificultades de los estudiantes, sus ideas, habilidades, conocimientos y maneras de actuar frente a la estrategia que se ha diseñado para fortalecer la competencia de razonamiento.

Entrevista

Facilita la interacción de los investigadores con los sujetos investigados, mediante esta técnica se obtendrá información que permiten profundizar sobre la situación estudiada, permitirán diagnosticar como evaluar y reflexionar sobre los procesos que se van desarrollando. En términos de la investigación se aplican entrevistas semiestructuradas que permiten recoger la información, con la opción de abordar preguntas que estimulen la argumentación y el razonamiento.

Prueba Inicial

Permite indagar las dificultades iniciales que tienen los estudiantes, relacionados con la competencia de razonamiento en la resolución de problemas, donde se aplican conceptos de área y volumen (Anexo 2).

Prueba Final

Permita determinar si las dificultades identificadas en la prueba diagnóstica persisten o fueron superadas, después de la fase de intervención en el aula (Anexo 9).

Herramientas Digitales

Instrumentos tic que ofrecen información sobre la actuación de los estudiantes durante las diferentes actividades desarrolladas durante de la investigación, comprenden herramientas desde redes sociales como WhatsApp, plataforma zoom y otros como cuestionarios Google, Kahoot, Educaplay. Así mismo estas herramientas permiten organizar la información y hacer un

levantamiento en línea mediante gráfico o esquemas, que facilitan el análisis de la información y valorar los avances de los estudiantes durante el proceso.

Libreta de proyecto

En este instrumento los estudiantes registran sus procedimientos y argumentos de las actividades planteadas durante las sesiones, que luego son compartidas mediante registros fotográficos por WhatsApp.

Diario de campo

Instrumento que permite registrar situaciones susceptibles de ser interpretados, recoge las experiencias vividas durante las diferentes actividades favoreciendo la focalización del análisis y emitir interpretaciones coherentes y eficaces de los resultados de la investigación. (Anexo 10)

Rúbricas:

Instrumento que favorece el análisis de la información recolectada durante las sesiones de aprendizaje de la secuencia didáctica y la triangulación de estas.

Registros fotográficos y videos:

Permite captar aspectos visuales de una situación.

Población

La población vinculada mediante la investigación está conformada por estudiantes de octavo grado de la I. E. Cristóbal Colón de Morroa, caracterizados por presentar dificultades para resolver situaciones problemas que exigen el desarrollo de la competencia razonamiento, en el componente geométrico- métrico, específicamente en el aprendizaje del uso de conceptos de área y volumen de figuras geométricas. El promedio de estudiantes en el aula es de 35 estudiantes.

Muestra

Corresponde a una muestra no probabilística e intencionada, con características bietápicas, pues su selección está condicionada por ciertas características que son favorables a la investigación ante las situaciones escolares generadas por la pandemia Covid-19, que amerita condiciones necesarias para el desarrollo de trabajo en casa.

La muestra está conformada por 15 estudiantes de grado 8º1 de la institución educativa Cristóbal Colón de Morroa que cumplen los criterios: estudiante de zona urbana que cuenta con dispositivo tecnológico (computador o Tablet) y conectividad a internet. Hecho que no contradice lo expuesto por Hernández, Fernández y Baptista (2010):

“En los estudios cualitativos el tamaño de la muestra no es importante desde una perspectiva probabilística, pues el interés del investigador no es generalizar los resultados de su estudio a una población más amplia. Lo que se busca en la indagación cualitativa es profundidad. Nos conciernen casos (participantes, personas, organizaciones, eventos, animales, hechos, etc.) que nos ayuden a entender el fenómeno de estudio y a responder a las preguntas de investigación”. (p, 394).

Técnicas de Análisis de la Información

Ante las circunstancias escolares que enmarcan la investigación, se resalta en el uso de herramientas tic que favorecieron la recolección de la información y su levantamiento en línea, como: Kahoot y formularios Google, que permite realizar preguntas cerradas y abiertas, permitiendo generar graficas estadísticas en un nivel descriptivo de las preguntas cerradas y el consolidado de preguntas abiertas, facilitando el análisis de la información. Estos instrumentos se utilizaron en durante actividad

Para efectos del análisis de toda la información recolectada de las observaciones, entrevistas y de los documentos, la investigación se soporta en el análisis de contenido, que involucra la codificación y la clasificación de datos, este análisis también es conocido como categorización y su objetivo es darle sentido a los datos recolectados y resaltar los mensajes, características o descubrimientos que sean importantes (Cáceres,2013).

Para efectos de validez con relación a las informaciones recolectadas y analizadas, la investigación incorpora un proceso de triangulación. Según Okuda y Gómez (2005), la triangulación se refiere al uso de varios métodos, de fuentes de datos, de teorías, de investigadores o de ambientes en el estudio de un fenómeno, que en palabras de Patton (2002) resaltan la importancia de la triangulación como una alternativa para aumentar la fortaleza y calidad de un estudio cualitativo.

En este sentido, la investigación hace una triangulación entre los resultados arrojados por todos los diferentes instrumentos aplicados, con los objetivos trazados en cada momento de la investigación y los teóricos que la soportan.

Por otra parte, para efectos de validación de los instrumentos aplicados, se resaltan por un lado la estructuración de las pruebas inicial y final, que corresponde a la selección de ítems liberados por el Icfes y que cumplen con la característica de estar tipificadas como preguntas para evaluar dentro del pensamiento geométrico-métrico, la competencia razonamiento y finalmente fueron aprobadas por el director de trabajo de grado, en calidad de experta, como doctora en ciencias de la educación. Por otro lado, se consideró la revisión de expertos para la validación de la secuencia didáctica (Anexos 14 y 15).

A continuación, se comparte cuadro de categorías de estudio, que se abordan mediante la investigación.

Tabla 1.*Categorías de estudio*

AUTORES	CATEGORIAS	SUBCATEGORIAS	INDICADORES
Van Hiele	RAZONAMIENTO Vargas, G. y Gamboa, R. (2013)	Nivel 1 Reconocimiento o visualización	El estudiante reconoce figuras geométricas como un todo
		Nivel 2 Análisis	El estudiante reconoce y analiza partes y propiedades particulares de las figuras geométricas
Alsina, Burgués & Fortuny (1995).	HABILIDADES DE LA GEOMETRIA	Visual	Los conceptos geométricos son reconocidos y comprendidos a través de la visualización Imaginación espacial, movimiento del cuerpo forma, tamaño, posición Relaciones entre dos objetos
		Verbal	Comunicación Leer, interpretar y comunica información geométrica en forma oral, escrita o gráfica usando símbolos y vocabulario propio de la geometría.
		Lógica	Pensamiento Extraer propiedades de las figuras
		Dibujo	Representación con figuras Reproducir modelos Construcciones gráficas que los estudiantes hacen de los objetos geométricos
POLYA (1989)	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Comprensión del problema.	Comprender el contexto del problema, identificando sus Variables
		Concepción del Plan.	Diseñar estrategias creativas que permitan solucionar el Problema.
		Ejecución del plan.	Implementa etapas del plan para alcanzar el objetivo trazado
		Revisión del plan	Contrasta los resultados
Lineamientos Curriculares (1998)	FIGURAS BIDIMENSIONALES Y TRIDIMENSIONALES	Polígonos	Características elementales de polígonos y cálculos de áreas.
		Cuerpos Geométricos	Poliedros: características y clasificación Cuerpos redondos
García (2012)	GEOGEBRA	Pantalla principal	Construcción de formas
		Menús contextuales	Vistas en 2D y 3D; Relación entre las formas

Fuente: Propia

CAPÍTULO 4

INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA

A la luz de superar dificultades relacionadas con el razonamiento en la resolución de problemas geométricos, en estudiantes de octavo grado de la I.E Cristóbal Colón de Morroa evidenciadas en la fase diagnóstica de este proyecto, se diseña una estrategia didáctica fundamentada en el Aprendizaje Basada en Problemas (ABP) y apoyada en la aplicación del software GeoGebra con la finalidad de generar un ambiente de aprendizaje que active la participación del estudiante y favorezcan procesos de construcción y visualización de cuerpos geométricos, esenciales para activar procesos de razonamiento a la hora de solucionar situaciones problemas de tipo geométrico que involucran temas como área y volumen.

La estrategia didáctica se concreta mediante la implementación de la secuencia didáctica “Explorando poliedros con GeoGebra”, cuya planificación y diseño responde a las ideas expuesta por Díaz (2013), que resalta el rol del docente en la planificación organizada de actividades bajo una lógica secuenciada que prioriza el aprendizaje de los estudiantes.

La secuencia didáctica está conformada por seis sesiones de aprendizaje que aborda el estudio de los cuerpos geométricos, mediante el desarrollo de tres momentos esenciales: inicio, desarrollo y cierre. En el momento de inicio, se establecen objetivos de aprendizaje, se establece conexión con los saberes previos de los estudiantes, necesaria para indagar sobre cómo llegan los estudiantes a la sesión y qué conceptos hay que reforzar durante la sesión. Este momento sirve de detonante para activar la motivación del estudiante.

Durante el desarrollo, el estudiante interactúa con información nueva que proporciona el docente a través de medios digitales como diapositivas interactivas y videos, así mismo

construye y explora los cuerpos geométricos mediante el software GeoGebra, generando espacios de trabajos colectivos y discusiones alrededor de interrogantes surgidos alrededor las temáticas, generando así nuevos conceptos y estructuras. Por último, se aplican actividades de cierre, en las cuales el estudiante pone a prueba lo aprendido y resuelven situaciones problemas que involucran el tópico abordado en la sesión, permitiendo valorar el logro de los objetivos de aprendizaje de la sesión y reflexionar sobre el proceso.

Para el diseño de cada una de las actividades se tuvieron en cuenta el desarrollo de las habilidades de la geometría expuestos por Alsina, Burgués & Fortuny (1995) y las descripciones de los niveles 1 y 2 del modelo de razonamiento de van hiele citadas por Vargas & Gamboa (2013). Evidenciados en la rúbrica diseñada para la valoración de las sesiones de la secuencia.

La secuencia se implementa mediante la modalidad trabajo en casa, como alternativa educativa generada en condiciones como las derivadas de la pandemia covid-19, bajo el desarrollo de ambiente híbrido que favorece la interacción con los estudiantes mediante el uso apropiado de las tics.

SECUENCIA DIDÁCTICA

EXPLORANDO POLIEDROS CON GEOGEBRA

DOCENTES: Nelly Teherán villa y Tulio Buelvas Colón

ÁREA: MATEMÁTICAS

GRADO: 8°

TEMA GENERAL: LOS POLIEDROS

CONTENIDOS:

- Cuerpos geométricos y su clasificación.
- Concepto de poliedros y sus características.
- Clasificación de poliedros.
- Área y volumen de poliedros.

TIEMPO: 12 horas

COMPONENTE: Espacial y sistemas geométricos

ESTÁNDARES CURRICULARES ASOCIADOS:

- Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.
- Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos.

DBA ASOCIADO:

DBA 5. Utiliza y explica diferentes estrategias para encontrar el volumen de objetos regulares e irregulares en la solución de problemas en las matemáticas y en otras ciencias.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:

- ✓ Identificar características propias de un poliedro, diferenciándolo de otros cuerpos geométricos.
- ✓ Comprender características y propiedades de cuerpos geométricos a través de construcciones mediante la herramienta GeoGebra.
- ✓ Resolver situaciones problemas que comprenden el estudio de los cuerpos geométricos.

METODOLOGÍA DEL APRENDIZAJE:

Apoyados en el aprendizaje basado en problemas (ABP), el estudiante se enfrenta a una situación problema, para la cual se genera un ambiente de exploración mediante actividades dinámicas e interactivas para abordar la temática, sumada a la aplicación de la herramienta GeoGebra, que le permitirá realizar una serie de construcciones de los diferentes cuerpos

geométricos, identificando las características y propiedades de cada poliedro o cuerpo redondo.

Por último, se enfrenta el estudiante a diferentes compromisos que le permitirán aplicar e

identificar lo aprendido, y dar solución a la situación problema presentada al inicio de la sesión.

SESIONES DE APRENDIZAJE

SESIÓN N°1: LA INVITACIÓN A LA FIESTA DE MARIA

Objetivos:

- ✓ Familiarizar a los estudiantes con el programa GeoGebra
- ✓ Construir polígonos en GeoGebra.
- ✓ Identificar características de los polígonos.

Tabla 2.

Invitación a la fiesta de María

SITUACIÓN PROBLEMA	Temas	tiempo
<p>La fiesta temática para los 10 años de María es titulada “DIVERSIÓN ENTRE POLIEDROS”, para eso se ha pensado en diseñar una invitación que contenga variedad de polígonos entre algunos que ella misma ha propuesto.</p> <p>El diseño debe contener 3 polígonos regulares y 4 irregulares. Realiza tu diseño.</p>	<p>Polígonos y su clasificación</p> <p>Construcción de polígonos</p>	2 horas

ACTIVIDADES	ESTUDIANTE	DOCENTE	RECURSOS

<p>INICIO</p>	<p>El estudiante escucha atentamente al docente sobre las instrucciones y recomendaciones dadas.</p> <p>Realiza la actividad de inicio: clasificar polígonos</p> <p>https://bit.ly/2UnLkRr</p> <p>https://youtu.be/E3i2ptq-G5w</p>	<p>Ambienta y motiva para el desarrollo de la actividad.</p> <p>Indaga conceptos básicos referentes a polígonos.</p> <p>¿Qué es un polígono? ¿Qué elementos tiene un polígono?</p> <p>Presentación de contenidos a desarrollar en la sesión y objetivos de aprendizaje.</p>	
<p>DESARROLLO</p>	<p>Los estudiantes escuchan atentos las explicaciones del docente.</p> <p>Desarrolla la guía N°1.</p> <p>http://bit.ly/s1desarrollo</p>	<p>Explicación acerca de la herramienta GeoGebra.</p> <p>Orienta la ruta de construcciones para el reconocimiento de la herramienta y construcción de polígonos.</p> <p>Indaga entre los estudiantes sobre las particularidades de los polígonos construidos.</p> <p>¿Qué polígono se formó? ¿Cuántos lados tiene? ¿Cuántos vértices? ¿Cuánto miden sus lados? ¿Tienen la misma medida? ¿Cómo son sus ángulos?</p>	<p>Computador</p> <p>Herramienta Zoom</p> <p>Diapositivas</p> <p>Guía N°1.</p> <p>GeoGebra.</p> <p>Dispositivos móviles</p> <p>WhatsApp</p>

CIERRE	Desarrolla y socializa con sus compañeros compromisos de la Guía N°1 https://bit.ly/3BeAKgrKahoot	Responde preguntas referentes a la actividad.	
--------	---	---	--

SESIÓN N°2: UN AFICHE PARA EL CUMPLEAÑOS

Objetivos:

- ✓ Diferencia entre cuerpos bidimensionales y tridimensionales
- ✓ Identifica características de cuerpos geométricos

Tabla 3.

Afiche para el cumpleaños

SITUACIÓN PROBLEMA	Temas	tiempo
María desea un afiche para decorar su cumpleaños, y para ello ha pensado en una gran edificación que represente un cuerpo redondo que contenga una sola superficie curva, Juliana su hermana le ha seleccionado algunas imágenes, para que ella escoja de acuerdo con sus exigencias. Identifica y sugiere a Juliana la imagen que cumple las expectativas de María. Explica tu elección	Cuerpos geométricos	2 horas

ACTIVIDADES	ESTUDIANTE	DOCENTE	RECURSOS

INICIO	<p>Escucha atentamente al docente.</p> <p>Responde a la actividad inicial estableciendo diferencias cuerpos geométricos</p> <p>https://forms.gle/V8MD23qvysbB78as9</p> <p>https://youtu.be/E6yPIWGWQI4</p>	<p>Motiva y orienta el desarrollo de la actividad inicial</p>	
DESARROLLO	<p>Escucha atentamente al profesor.</p> <p>https://drive.google.com/file/d/1E63lpRP9wT88HA5oV66mCFTEmBv36zLK/view?usp=sharing</p>	<p>A partir de las conclusiones extraídas de la actividad inicial y apoyada en una presentación interactiva el docente presenta el tema y mediante actividad N°2 (Galería de imágenes) activa la participación del estudiante mediante preguntas abiertas, que fomenten la discusión y el análisis de las características de dichos cuerpos.</p>	<p>Zoom</p> <p>Computadores</p> <p>WhatsApp</p> <p>Dispositivos móviles</p>

CIERRE	<p>Escucha atentamente al docente sobre las orientaciones para el desarrollo y socialización de compromisos en actividad de cierre.</p> <p>Resuelve actividad de cierre y socializa, exponiendo sus ideas.</p> <p>https://forms.gle/BWjTRC5pLVTmCasFA</p>	Direcciona la socialización de actividad de cierre y extrae conclusiones	
--------	---	--	--

SESIÓN N°3: DECORANDO LA ENTRADA A LA FIESTA DE MARIA

Objetivos

- ✓ Identificar elementos y clasificación de los poliedros mediante construcciones con el software GeoGebra
- ✓ Diferenciar entre cuerpos bidimensionales y tridimensionales mediante la construcción de poliedros regulares.

Tabla 4.

Decorando la entrada a la fiesta.

SITUACIÓN PROBLEMA	Temas	tiempo
Decora la entrada a la fiesta de María con dos poliedros con el mismo número de caras, pero con distinto número de aristas y distinto número de vértices	Características de los poliedros Poliedros Regulares	2 horas

ACTIVIDADES	ESTUDIANTE	DOCENTE	RECURSOS
INICIO	<p>Responde a la dinámica de revisión de conceptos previos.</p> <p>http://bit.ly/s3inicio</p> <p>Atento al video explicativo sobre las características de los poliedros</p> <p>https://youtu.be/-65RnPKnDPA</p>	<p>Chequea conocimientos previos mediante una dinámica.</p> <p>Ambienta y presenta el video</p>	
DESARROLLO	<p>Los estudiantes escuchan al docente.</p> <p>Desarrolla:</p> <p>https://drive.google.com/file/d/12Yn4NNZ2nrUxZ_Jm5y-lz8QNIUZbmXUx/view?usp=sharing</p>	<p>Presenta el contenido Poliedros regulares y objetivos propuestos en la Guía N°3</p> <p>Orienta el proceso de construcción del cubo, propiciando la identificación de elementos de los poliedros mediante preguntas como:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cómo son las caras del poliedro construido? ¿Cuántas caras tiene el poliedro? ¿Qué clase de polígonos conforman las caras de este poliedro? ¿Cuántos vértices tiene el poliedro? ¿Cuántas aristas tiene? ¿Qué tipo de poliedro es? 	<p>YouTube</p> <p>Zoom</p> <p>Guía N°3</p> <p>GeoGebra</p> <p>Computadores</p> <p>WhatsApp</p> <p>Dispositivos móviles</p> <p>Diapositivas</p>

CIERRE	Realizar socializar y compromiso. https://drive.google.com/file/d/1VplRCqK2ECgXekjAmLfQUCI6pAsiCbRN/view?usp=sharing	Despejar dudas, retroalimentar extraer conclusiones de la actividad	
--------	--	---	--

SESIÓN N°4: ENVOLVIENDO EL REGALO PARA MARÍA

Objetivos

- ✓ Clasificar los poliedros en regulares e irregulares
- ✓ Identificar características del prisma, mediante la construcción en GeoGebra.
- ✓ Calcular la superficie de un prisma

Tabla 5. *Envolviendo el regalo*

SITUACIÓN PROBLEMA		Temas	tiempo
El papá de María le compró un regalo para su hija de cumpleaños, el cual está dentro de una caja cuyas medidas son 10cmx10cmx50cm. Si se desea envolver el regalo con un hermoso papel, ¿qué cantidad mínima de papel se necesita para envolverlo?		Clasificación de poliedros. Construcción de prismas	2 horas
ACTIVIDADES	ESTUDIANTE	DOCENTE	RECURSOS

INICIO	<p>Los estudiantes escuchan al docente.</p> <p>Resuelven actividad inicial.</p> <p>https://forms.gle/wjFRHRq5djXE4qvE7</p> <p>Observen el video complementario.</p> <p>https://youtu.be/4G4aOfXFwoc</p>	<p>Orienta y motiva para realizar actividad inicial.</p> <p>Genera preguntas para indagar sobre los preconceptos que tienen los estudiantes.</p> <p>Presenta el contenido y objetivos propuestos en la sesión.</p>	Zoom Guía N°4 GeoGebra
DESARROLLO	<p>Los estudiantes escuchan al docente.</p> <p>https://drive.google.com/file/d/11V43kgptwS7Q6MpFiIrfHJzbxYJlvLHK/view?usp=sharing</p>	<p>Explica los objetivos de aprendizaje de la sesión. Prisma y sus propiedades</p> <p>Orienta el proceso de construcción de prisma, identificando sus características y el cálculo de su área y volumen</p>	Computadores WhatsApp Dispositivos móviles
CIERRE	<p>Realiza compromisos https://drive.google.com/file/d/1W1aQEccfSsVosrZBW8oZKsEXedwf94pa/view?usp=sharing</p>	<p>Despejar dudas, retroalimentar extraer conclusiones de la actividad</p>	

SESIÓN N°5: LA PIÑATA SORPRESA

Objetivos

- ✓ Identificar características de la pirámide mediante la construcción en GeoGebra
- ✓ Calcular el volumen y la superficie de una pirámide

Tabla 6.*La piñata sorpresa*

SITUACIÓN PROBLEMA	Temas	tiempo
La mamá de María desea comprar una piñata en forma de pirámide cuadrada para el cumpleaños de su hija, requiere además que está tenga una capacidad de 48.000 unidades cúbicas, verifica cuál de las siguientes pirámides es la apropiada para el cumpleaños de María	Poliedros Irregulares La pirámide	2 horas

ACTIVIDADES	ESTUDIANTE	DOCENTE	RECURSOS
INICIO	<p>Los estudiantes escuchan al docente.</p> <p>Resuelven actividad inicial.</p> <p>http://bit.ly/2mapainter</p> <p>Observa el video complementario.</p> <p>https://youtu.be/VpOKrHNLcEM</p>	<p>Orienta y motiva para realizar actividad inicial.</p> <p>Genera preguntas para indagar sobre los preconceptos que tienen los estudiantes.</p> <p>Presenta el contenido y objetivos propuestos en la sesión.</p>	<p>Zoom</p> <p>Diapositivas</p> <p>Guía N°5</p> <p>GeoGebra</p> <p>Computadores</p> <p>WhatsApp</p> <p>Dispositivos móviles</p>

DESARROLLO	Desarrolla: https://drive.google.com/file/d/1H7ETvlo0Dj_cuVyPjVLk9e3rc6M5i7kf/view?usp=sharing	Orienta el proceso de construcción de la pirámide rectangular.
CIERRE	Escoge del siguiente link la pirámide apropiada para el cumpleaños de María. Justifica tu decisión en tu libreta de proyecto. https://drive.google.com/file/d/1cSKqpIvJZq4iCZ4LWE64WZQ-bMJo1ZjX/view?usp=sharing Realiza el test: https://forms.gle/SK9CQdvyvZ1SFxqS8	Despejar dudas, retroalimentar extraer conclusiones de la actividad

SESIÓN N°6: UN RECORDATORIO BIEN CALCULADO.

Objetivos

- ✓ Identificar características de cuerpos redondos mediante la construcción en GeoGebra.
- ✓ Calcular área y volumen del cilindro.

Tabla 7.*Un recordatorio bien calculado*

SITUACIÓN PROBLEMA	Temas	tiempo
<p>Por motivo de pandemia, se regalan frasquitos de antibacterial en el cumpleaños de María, Para esto se requiere envasar el antibacterial en frasquitos cilíndricos de 8 cm de altura y 4 cm de diámetro.</p> <p>a. Calcula la capacidad de cada frasquito de antibacterial.</p> <p>b. Si han comprado 2500cm^3 de antibacterial, serán suficientes para llenar los 20 frasquitos necesarios para darle a cada niño invitado?</p>	<p>Cuerpos redondos</p> <p>El cilindro</p>	2 horas

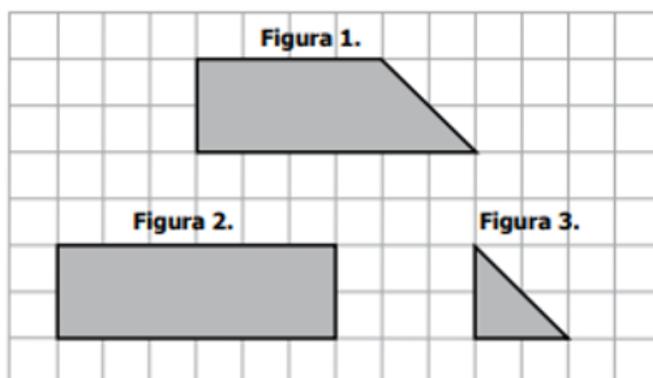
ACTIVIDADES	ESTUDIANTE	DOCENTE	RECURSOS
INICIO	<p>Responde a la dinámica de revisión de conceptos previos.</p> <p>https://drive.google.com/file/d/1Z9ubC4x139yuuvAkMiEVkGIEhtoL4rYW/view?usp=sharing</p> <p>Atento al video explicativo sobre las características de cuerpos redondos</p> <p>https://youtu.be/L-LhTeggeI8</p>	Chequea conocimientos previos mediante actividad inicial	<p>Zoom</p> <p>Guía N°6</p> <p>GeoGebra</p> <p>Computadores</p> <p>WhatsApp</p> <p>Dispositivos móviles</p> <p>Diapositivas</p>

DESARROLLO	Los estudiantes escuchan al docente. Desarrolla https://drive.google.com/file/d/1ULcNDZpx6KWSZSaOz6_W01KKIY_Grils/view?usp=sharing	Presenta el contenido cuerpos redondos y objetivos propuestos en la Guía N°6 Orienta el proceso de construcción del cilindro, propiciando la identificación de elementos del cilindro.
CIERRE	Revisa lo aprendido http://bit.ly/3cuerpor ed	Despejar dudas, retroalimentar extraer conclusiones de la actividad

ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

Se aplicó una prueba inicial (Anexo 2) con el fin de indagar las dificultades que tienen los estudiantes, relacionados con la competencia de razonamiento en la resolución de problemas, donde se aplican conceptos de área y volumen. La prueba consta de 5 preguntas de selección múltiple con opción de justificación o argumentación de procedimientos para obtener más información que permita valorar la manera como los estudiantes abordan cada situación (ver anexo 2). Los resultados se muestran a continuación

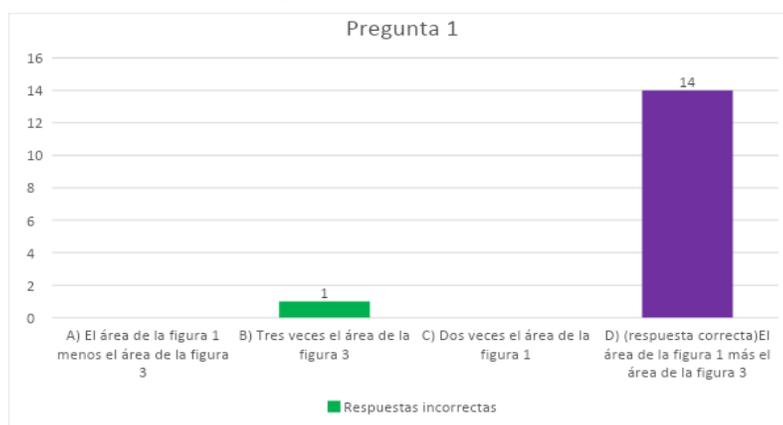
1.- Observa las figuras dibujadas sobre la cuadrícula.



El área de la figura 2 es igual a:

Figura 3.

Diagrama de barras pregunta 1, prueba diagnóstica.

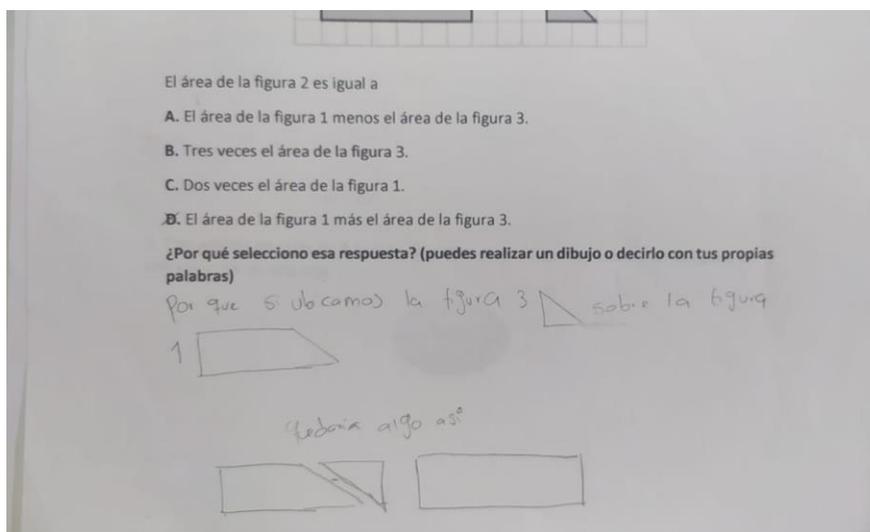


De los 15 estudiantes que presentaron la prueba, se evidencia que 14 corresponden al 93,3% de los participantes escogieron la opción correcta, en su justificación se observan dibujos y expresiones que demuestran que identificaron que las figuras pueden descomponerse en otras. Sin embargo, no hay un lenguaje geométrico básico para referirse a las figuras por su nombre, sus descripciones son principalmente visuales, sin considerar incluso las cuadrículas que ofrece la información de la situación para el reconocimiento de dimensiones (Imagen 1). Por otra parte,

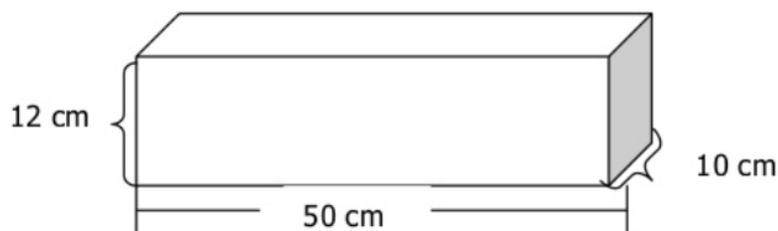
un estudiante que corresponde al 6.7% contestó incorrectamente y su justificación evidencia que no hay una percepción clara del concepto de área.

Imagen 1.

Respuesta del estudiante a la pregunta 1



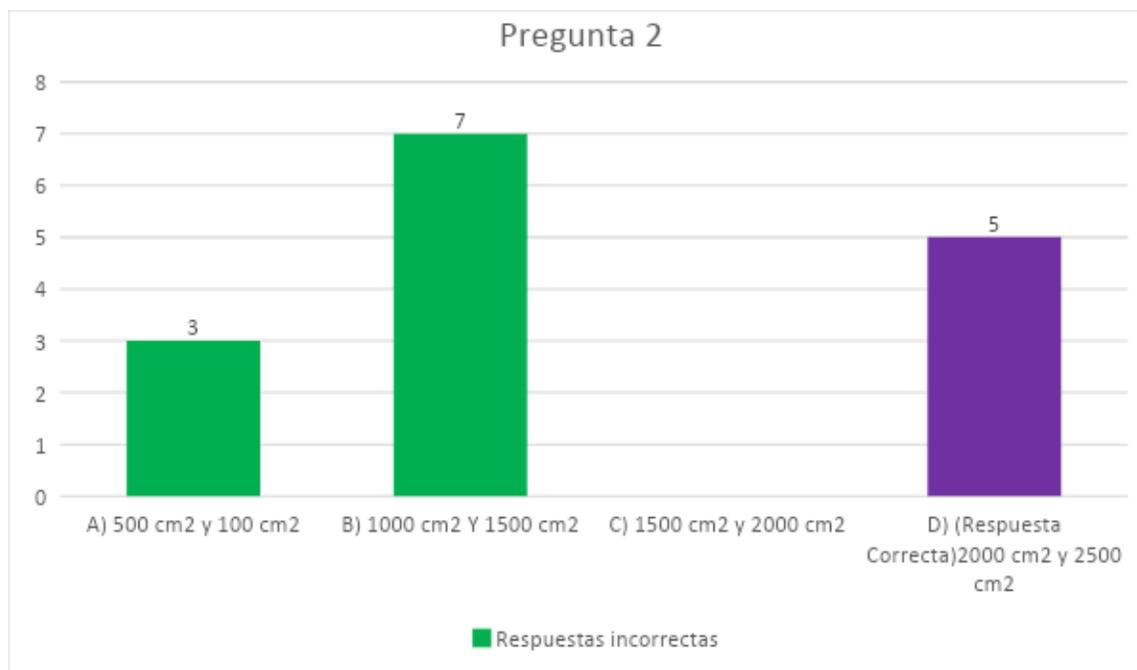
2.- Natalia compró en San Gil un regalo para su papá, el cual está dentro de una caja que Natalia quiere envolver en un hermoso papel. Las dimensiones de la caja se muestran en la siguiente figura.



La cantidad mínima de papel regalo que Natalia necesita para envolver la caja está entre:

Figura 4.

Diagrama de barras pregunta 2, prueba diagnóstica.



De los 15 estudiantes que presentaron la prueba, se evidencia a 3 que corresponden al 20%, escogieron la opción A, reflejando en sus justificaciones dificultades asociadas a la comprensión de la situación problema, multiplicando 2 de las 3 dimensiones observadas a simple vista en la ilustración del problema. Por otra parte, 7 estudiantes que corresponden al 46.7% escogieron la opción B, evidenciando en sus justificaciones dificultades asociadas a los procedimientos algebraicos para calcular el área total de la superficie del papel, multiplicado las 3 dimensiones que ofrece la ilustración del problema y luego sumando sus resultados (Imagen 2). Y por último solo 5 estudiantes que corresponden al 33.3% escogió la opción correcta, de los cuales en 3 se refleja la organización de un plan para solucionarlo, en los otros 2, las ideas sueltas o procedimientos incompletos.

Imagen 2.

Respuesta del estudiante a la pregunta 2

¿Por qué selecciono esa respuesta? (puedes realizar un dibujo o decirlo con tus propias palabras)

Por que: $A = \frac{(12 \text{ cm}) \cdot (50 \text{ cm}) \cdot (10 \text{ cm})}{2}$

$$A = \frac{6,000 \text{ cm}^2}{2}$$

$$A = 3,000 \text{ cm}^2$$

Los resultados evidencian dificultades en la comprensión del problema, dificultades para abordar situaciones que involucran la tridimensionalidad, en este caso particular los estudiantes tienen problemas para visualizar las características del cuerpo y lograr asociar el cuerpo con sus dimensiones

3.- Tres esferas de plata de 3 mm de diámetro, como la que se muestra en la figura, se van a guardar en una caja.



¿En cuál(es) de las siguientes cajas, se pueden guardar las esferas?

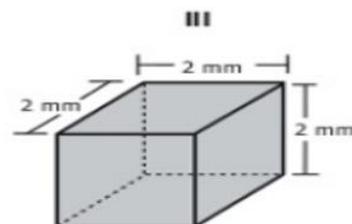
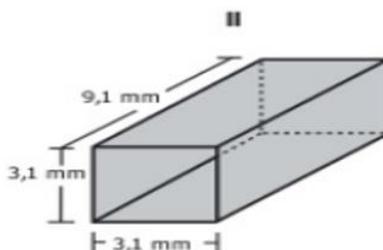
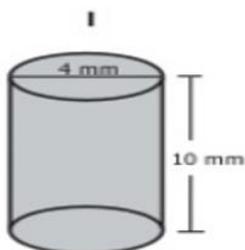
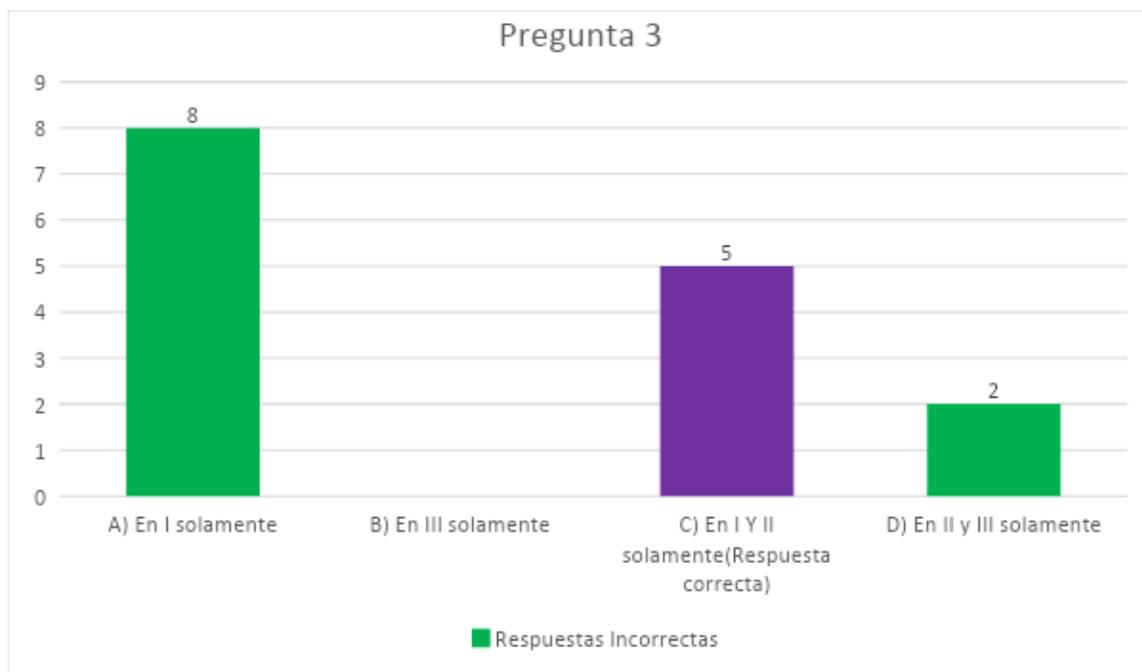


Figura 5.

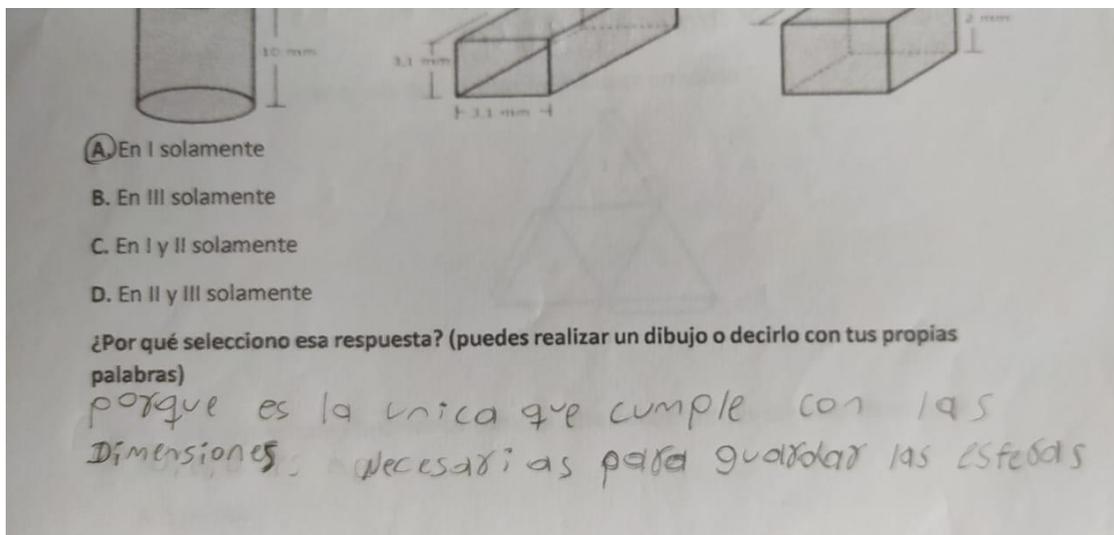
Diagrama de barras pregunta 3, prueba diagnóstica.



De los 15 estudiantes que presentaron la prueba, se evidencia que 8 estudiantes que corresponden al 53,3% de los participantes escogen la opción A, reflejando dificultades en la comprensión de la situación presentada, tal vez no hicieron buena lectura del enunciado del problema o quizás se les facilitó más establecer relaciones entre cuerpos geométricos (caja cilíndrica y esfera), que bien tienen algunas características similares y la posición del cuerpo. Así mismo 2 estudiantes que corresponden al 13.4% escogen erradamente la opción D, reflejando dificultades para establecer relaciones entre las dimensiones de las figuras que conforman los cuerpos geométricos (Imagen 3), confunden radio y diámetro. Lo cual evidencia que, aunque pueda estar la comprensión de la capacidad del objeto, no está la percepción de la tridimensionalidad.

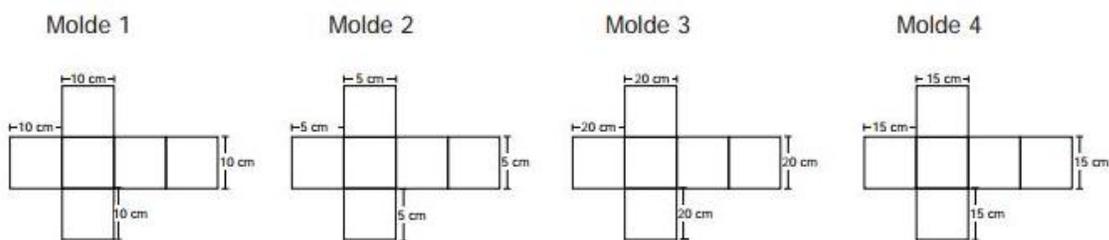
Imagen 3.

Respuesta del estudiante a la pregunta 3



Por último, solo 5 estudiantes que corresponden al 33.3% demuestran poder establecer las relaciones entre las figuras y cuerpos geométricos involucrados en la situación problema.

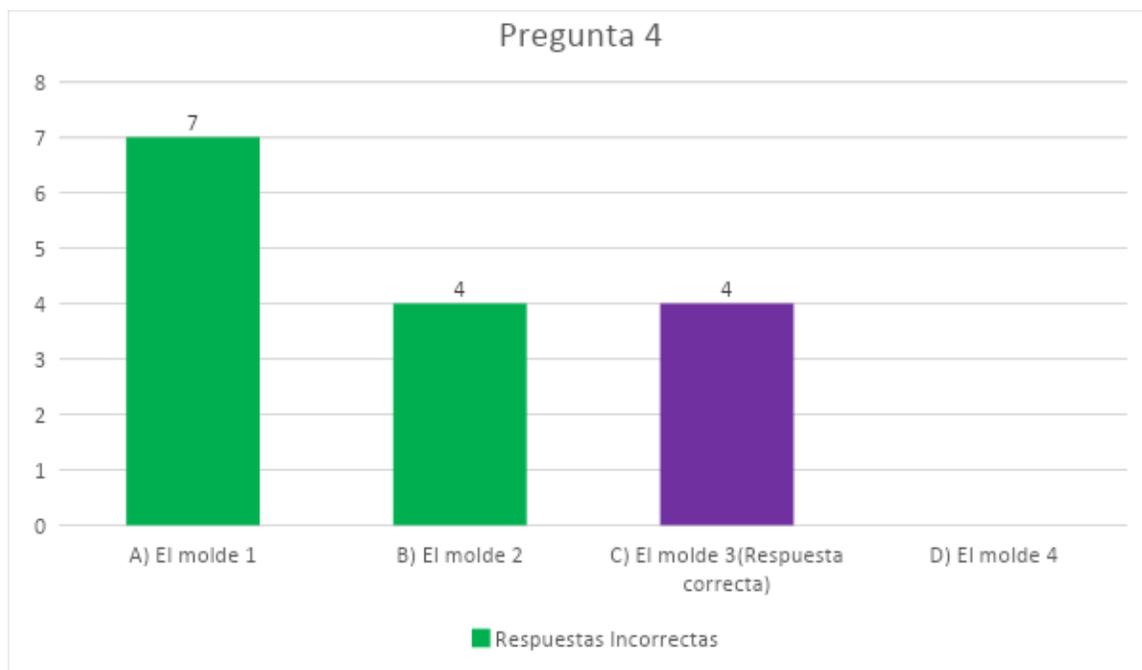
4.- En un almacén deportivo quieren empaquetar balones de 10 centímetros de radio en cajas cúbicas. Disponen de los siguientes moldes para armar las cajas.



¿Cuál es el molde más adecuado para construir estas cajas?

Figura 6.

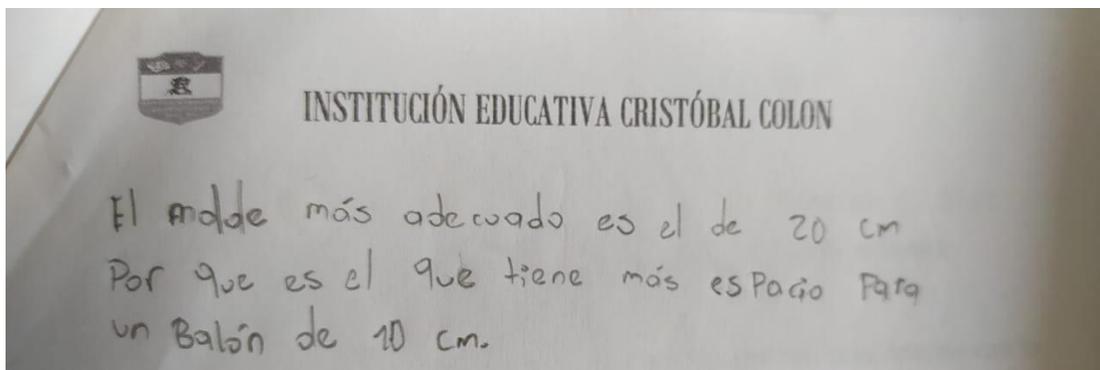
Diagrama de barras pregunta 4, prueba diagnóstica.



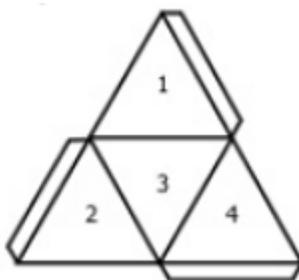
De los 15 estudiantes que presentaron la prueba, se observa que 11 estudiantes que corresponden al 73.3% contestan de forma incorrecta, reflejando en sus argumentos (en su mayoría escritos) uso de la intuición y dificultades asociadas a la identificación de la tridimensionalidad, no hay percepción clara de los conceptos radio y diámetro (Imagen 4), además no son capaces de abstraer para lograr armar la caja a partir de su desarrollo plano. Por otra parte, se observa que solo 4 estudiantes respondieron acertadamente a la situación planteada.

Imagen 4.

Respuesta del estudiante a la pregunta 4.



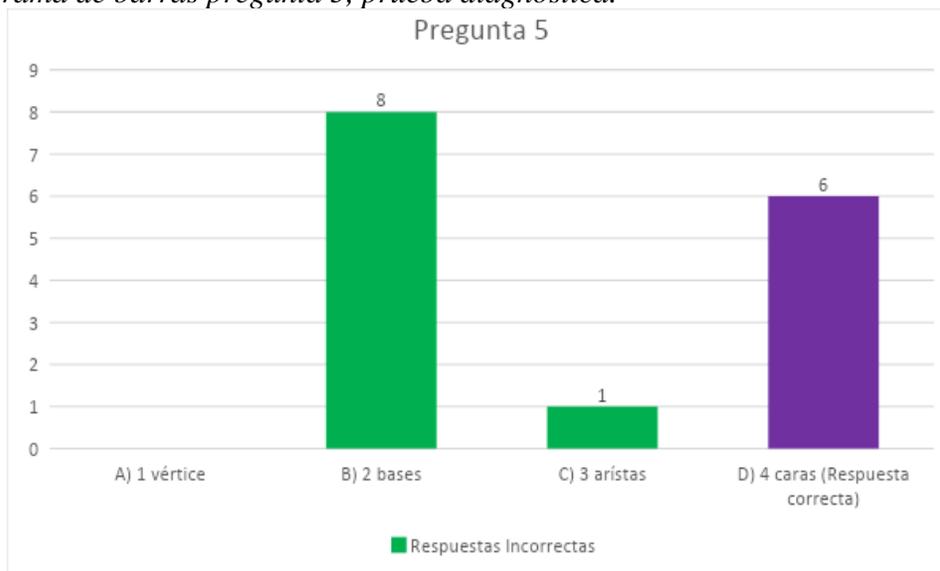
5.- A continuación, se presenta el desarrollo plano de un sólido



Del solido que se puede construir con este desarrollo plano, es correcto afirmar que tiene en total.

Figura 7.

Diagrama de barras pregunta 5, prueba diagnóstica.



De los 15 estudiantes que presentaron la prueba, se evidencia que 9 estudiantes que corresponden al 60% presentan dificultades para abstraer y visualizar el poliedro que se forma a partir del desarrollo plano, así mismo se evidencian dificultades para identificar elementos constitutivos de un poliedro. Solo 6 estudiantes que corresponden al 40% contestaron correctamente, evidenciando el reconocimiento de elementos de los poliedros mediante la percepción de la bidimensionalidad.

RESULTADOS SECUENCIA DIDÁCTICA

SESIÓN 1. LA INVITACIÓN A LA FIESTA DE MARIA
ACTIVIDAD INICIAL
<p>Con el desarrollo de esta actividad logra evidenciarse que todos los estudiantes organizan grupos de poliedros mediante los criterios número de lados regulares e irregulares.</p> <p>Para el caso de 7 estudiantes que mencionaron en su clasificación el criterio de regulares e irregulares, se observa que sus agrupaciones en la mayoría de los casos están incompletas, es decir no seleccionan de los polígonos dados, la totalidad de los que cumplen con estos criterios. Además, se observa que un 53% de los estudiantes correspondientes a 8 estudiantes se limitaron a clasificar triángulos y cuadriláteros.</p> <p>Los resultados que reflejan esta actividad inicial revelan la necesidad de repasar con los estudiantes las características y clasificaciones de los polígonos, esenciales para el abordaje y comprensión de los cuerpos geométricos.</p>
DESARROLLO
<p>Mediante el desarrollo de la actividad se generó un trabajo colectivo donde los pares generan argumentos al docente, frente a las posibles construcciones ejecutadas, en este caso particular los estudiantes expresaron sus argumentos en relación con las características de los polígonos, donde se evidenció que no hay un lenguaje matemático frente a la geometría, sin embargo, desde su experiencia logran hacer una aproximación. Los estudiantes lograron construir polígonos regulares e irregulares en GeoGebra, excepto 3 estudiantes que por problemas de conectividad no pudieron utilizar la herramienta, sin embargo, hicieron dibujos a mano. Se evidencia en sus argumentaciones que un 60% de los estudiantes, además de identificarlos y nombrarlos expresan las diferencias entre dichos polígonos relacionados con la medida de sus lados y ángulos.</p> <p>Además, se evidenció la creatividad de los estudiantes en la elaboración de la invitación para el cumpleaños de María cumpliendo los criterios establecidos para los polígonos utilizados en su diseño</p>
CIERRE:

Pregunta n°1:

Los estudiantes en su mayoría (11), comprenden las definiciones de los elementos de un polígono, solo 4 estudiantes contestan incorrectamente la pregunta, en los cuatro casos hay confusión de las definiciones lados y vértices de un polígono.

Pregunta n°2

Se evidencia que el 87% de los estudiantes responde correctamente, identificando que la definición enunciada en la pregunta corresponde a los vértices de los polígonos, en este caso es posible pensar en aquellos estudiantes que confundieron la definición de lado y vértice en la pregunta 1, al recibir la notificación de la herramienta de su respuesta incorrecta, hayan podido tener claridad para responder la pregunta 2, dado que no se equivocaron en esta pregunta. En este sentido sólo el 13% que corresponden a 2 estudiantes contestaron de forma incorrecta.

Pregunta n°3

Se observa que solo 4 estudiantes de los 15 en estudio, contestó incorrectamente y en este sentido se tiene que el 73% de los estudiantes logra reconocer poliedros regulares a partir de la identificación de sus características.

Pregunta n°4

11 estudiantes que corresponden al 73% contestaron correctamente, identificando a partir de sus características un hexágono, mientras que el 27% restantes que respondieron incorrectamente, seleccionando opciones como pentágono o cuadrilátero, evidenciando aún algunas dificultades para clasificar polígonos según la medida de sus lados.

Pregunta n°5

Pregunta en la que se reflejan mayores inconvenientes, el 60% que corresponden a 9 estudiantes presentaron dificultades para identificar un cuadrilátero regular dentro de 4 las opciones ofrecidas (3 cuadriláteros y un Pentágono). Los estudiantes escogieron las opciones de los cuadriláteros, pero solo 6 escogen la opción correcta, que evidencia que los estudiantes no logran percibir el cuadrilátero regular por la posición en que se encuentra.

Pregunta n°6

Se observa que un 47% que corresponden a 7 estudiantes presentan inconvenientes para nombrar polígonos de acuerdo con sus lados, pues debían reconocer un hexágono y la información les ofrecía un heptágono, refleja además las dificultades en el uso del lenguaje propio de la matemática. El 53% restante contestó correctamente.

Conclusión:

Con el desarrollo de la sesión se logra que, en promedio un 70% de los estudiantes reconozca la clasificación de polígonos a partir de sus características, se evidencia que los estudiantes logran utilizar adecuadamente las herramientas que proporciona GeoGebra para la construcción de polígonos regulares e irregulares, logrando así la visualización e identificación de elementos como vértices, ángulos y lados, estableciendo semejanzas y diferencias entre ellos dichos polígonos.

Por otra parte, se evidencia en los argumentos de los estudiantes un lenguaje geométrico muy básico, ellos intentan hacer aproximaciones para explicar sus ideas y que sean comprensibles, pero les hace falta apropiarse de lenguaje geométrico apropiado,

ejemplo de ello es la dificultad de algunos para nombrar polígonos cuyo número de lados sea mayor de 6 lados.

Por último, se evidencia la creatividad de los estudiantes para cumplir con la situación planteada al inicio de la sesión.

SESIÓN 2. UN AFICHE PARA EL CUMPLEAÑOS
ACTIVIDAD INICIAL
<p>Mediante la actividad se evidencia que el 28% que corresponden a 4 estudiantes establecen diferencias señalando que algunas son bidimensionales o tridimensionales, sin embargo, sus respuestas son cerradas, sin ampliación de las características asociadas a estas dimensiones, mientras los otros 10 estudiantes establecen diferencias asociadas al número de caras, forma de sus caras (redonda o planas), entre otros que utilizan términos de regulares e irregulares.</p> <p>Los resultados de la actividad nos permiten percibir que el estudiante tiene algunas ideas sueltas que debe empezar a relacionar, para comprender la bidimensionalidad y tridimensionalidad y los elementos correlacionados.</p>
DESARROLLO
<p>Después de la socialización de ideas, se logró que los estudiantes expresaran ejemplos concretos de su alrededor sobre bidimensionalidad y tridimensionalidad, generando un trabajo colectivo que permita a los estudiantes argumentar sus posiciones y aclarar dudas al respecto. Además, se resalta la claridad con la que expresan semejanzas diferencias entre cuerpos geométricos (redondos y poliedros) frente a una galería de imágenes ofrecida para ofrecer la solución al problema de la sesión.</p>
CIERRE
<p>Pregunta n°1 Mediante el abordaje de la pregunta que es un polígono, logra evidenciarse que 11 estudiantes que corresponden al 78% de los 14 que resolvieron el cuestionario, al hablar de polígonos involucra y relaciona sus elementos, lo identifican como una figura bidimensionalidad, por el contrario, el 22% restante relacionan los polígonos con corresponden a figuras curvas o tridimensionales.</p> <p>Pregunta n°2 Se evidencia que 13 estudiantes equivalentes a un 93% identifican figuras tridimensionales y solo 1 estudiante confunde concepto de bidimensionalidad y tridimensionalidad.</p> <p>Pregunta n°3 Mediante los resultados, se tiene que 12 estudiantes que corresponden a un 86% identifican correctamente cuerpos redondos y en sus argumentos dejan evidenciar la</p>

comprensión del criterio básico de contener al menos una curva para serlo. En el caso de los dos estudiantes restantes se evidencia que el concepto de cuerpo redondo no está claro, pues además de seleccionar los cuerpos redondos que proporciona el gráfico, anexan otros que son poliedros.

Pregunta nº4

Mediante esta pregunta se pretende que el estudiante identifique y seleccione poliedros en un grupo de cuerpos geométricos, se evidencia que, aunque de los 14 estudiantes que presentaron el cuestionario, 13 seleccionaron efectivamente poliedros, pero no seleccionaron todos los poliedros ofrecidos para tal fin y sus argumentaciones reflejan la falta de claridad en algunas características propias de los poliedros.

Conclusión

El desarrollo de la sesión permite concluir que un alto porcentaje de los estudiantes lograron comprender el concepto de bidimensionalidad y tridimensionalidad, mediante la exploración de objetos de su alrededor, así como la identificación de ciertas características de cuerpos tridimensionales que permiten clasificarlos en poliedros y cuerpos redondos, permitiéndoles diferenciarlos. Se evidencia en los estudiantes intención de dar forma en sus argumentos, involucrando algunos conceptos como altura, fondo, ancho, largo, área, entre otros en sus explicaciones y participando un poco más abiertos ante la socialización de ejemplos cotidianos.

Por otro lado, se evidencian dificultades en la caracterización de poliedros que impide discriminarlos o agruparlos a partir de la comprensión de sus elementos.

SESIÓN 3: DECORANDO LA ENTRADA A LA FIESTA DE MARIA

ACTIVIDAD INICIAL

Mediante la actividad se generó un trabajo colectivo, que activó la participación de 7 estudiantes que corresponden al 70% de los participantes de la sesión, a través de sus participaciones se logra percibir que, aunque el vocabulario geométrico no es el adecuado para referirse a los elementos en un desarrollo plano y un poliedro, los estudiantes hicieron un intento por expresar sus ideas de manera tal, que sus compañeros puedan comprender sus argumentos para escoger el desarrollo plano que no corresponde al cubo.

DESARROLLO

Mediante el desarrollo de esta actividad se evidenció que los estudiantes se motivaron a la exploración de GeoGebra construyendo el cubo y observando de manera dinámica su desarrollo plano, se generó un ambiente propicio para indagar entre los

<p>estudiantes acerca de las características de los poliedros construidos como número de caras, vértices aristas, se percibió que algunos estudiantes tienden a confundir caras y aristas, evidenciadas a la hora de dar solución a la situación problema de la sesión, aunque el 100% de los estudiantes propusieron poliedros para decorar la entrada a la fiesta de maría, las especificaciones del problema no se cumplieron en su totalidad.</p>
<p>ACTIVIDAD DE CIERRE</p>
<p>Mediante esta actividad se percibió un gran interés de los estudiantes, tenían la oportunidad seleccionar y construir 2 poliedros regulares en cartulina, siendo el tetraedro y el cubo los construidos en un 100% por los estudiantes, tal vez por ser los más fáciles de construir. A partir de las construcciones de poliedros en cartulina, se logra evidenciar que los estudiantes logran identificar la clase de polígonos que los conforman, número de caras, aristas y vértices, reconociendo las características propias de poliedros regulares. Sin embargo, en 3 estudiantes se percibe en sus respuestas dificultades para relacionar algunos elementos de la bidimensionalidad (desarrollos planos) con elementos de los poliedros.</p>
<p>Conclusión:</p> <p>Mediante el desarrollo de la sesión evidencia la motivación que se activa en el estudiante mediante el uso del software GeoGebra para la construcción de figuras y cuerpos geométricos, que les permite visualizar de forma más clara y dinámica las características propias de cada cuerpo, sumando a ello, la comprensión que se generó evidenciada en las explicaciones que aportan los estudiantes ante sus construcciones, que les permiten describirlos más ampliamente, nutriendo su vocabulario.</p> <p>En este mismo sentido, se resalta la actividad de trabajar con material manipulable como la construcción de poliedros a través de sus desarrollos planos en cartulina, que favorecen la comprensión de la bidimensionalidad y tridimensionalidad, mediante la relación de sus elementos en su proceso de construcción.</p> <p>La actividad permitió que un 70% de los estudiantes establecieran relaciones y diferencias entre bidimensionalidad y tridimensionalidad y reconocieran poliedros regulares a partir de sus características.</p>

<p>SESIÓN 4: ENVOLVIENDO EL REGALO PARA MARÍA</p>
<p>ACTIVIDAD INICIAL</p>
<p>Pregunta nº1 Las respuestas obtenidas en esta pregunta son satisfactorias, ya que 7 estudiantes de los 10 que resolvieron el cuestionario, identifican dentro un grupo de cuerpos geométricos poliedros regulares.</p> <p>Pregunta nº2 El ejercicio evidencia que el 50% de los estudiantes reconocen más fácilmente una pirámide que un prisma</p> <p>Pregunta nº4 y nº5 Realizando un análisis conjunto de estas dos preguntas, por el tipo de información que solicitan (partes de los poliedros), se logra percibir que para el caso de</p>

<p>la pirámide los estudiantes en un 70% identifican y enumeran la cantidad de caras, vértices y bases que contiene. Mientras tanto, se les dificulta a un 80% identificar estos elementos y contabilizarlos para el caso del prisma.</p>
<p>DESARROLLO</p>
<p>La actividad permitió percibir entre las estudiantes sus expectativas por explorar la herramienta para la construcción de los poliedros, los estudiantes expresan mediante diálogos colectivos sus adelantos a la exploración de las guías de construcción proporcionadas para tal fin. Es así como durante la actividad un 70% de los estudiantes construyeron correctamente prismas de diferentes bases en GeoGebra y otros 3 en su libreta de proyecto, identificando los elementos propios de un poliedro (caras, vértices, aristas) y argumentando características propias de este poliedro irregular.</p>
<p>CIERRE</p>
<p>Los resultados reflejan que un 70% de los estudiantes logran establecer diferencias y semejanzas entre 3 prismas ilustrados gráficamente, los nombran correctamente, identifican los elementos que la conforman y algunas características de los polígonos que los conforman.</p> <p>Por otra parte, ante el ejercicio de completar información acerca de la clasificación de poliedros y contabilizar sus elementos, se evidencia que los estudiantes en un 80% logran discriminar correctamente en poliedros en regulares e irregulares, aunque al momento de contar sus caras, vértices y aristas tienden a equivocarse, sus valores son aproximados. Dicha situación permite percibir que los dibujos fijos que comúnmente ofrecemos a los estudiantes limitan su observación y comprensión de elementos geométricos.</p> <p>En relación con la solución de la situación problema propuesto en la sesión, se evidencia que los estudiantes se apoyan en la visualización gráfica del poliedro para dar solución al problema, unos en tres dimensiones y otros en dos dimensiones mediante su desarrollo plano.</p>
<p>Conclusión</p> <p>La sesión conlleva a que los estudiantes explorarán de manera más amplia la caracterización de los poliedros irregulares mediante el estudio de los prismas, se evidencia cómo el estudiante se motiva a participar, cuando el mismo puede explorar mediante las diferentes herramientas y vistas complementarias del software, se percibe en los estudiantes satisfacción al lograr observar claramente y dominar lo que está estudiando, tener la oportunidad de equivocarse y corregir para aprender, comprobando, consolidando sus ideas y expresándose con más seguridad a la hora de justificarlas.</p> <p>El estudio de las relaciones entre bidimensionalidad y tridimensionalidad favorecen la comprensión de situaciones problemas geométricos.</p>

SESIÓN 5: LA PIÑATA SORPRESA

ACTIVIDAD INICIAL

<p>A través de un juego de identificación de cuerpos geométricos se percibe que los estudiantes en un 90% no identifican algunos nombres, tal vez por razones de tiempo, dado que el juego debía completarse en un minuto y medio, limitando el tiempo de la observación de ciertas características necesarias para identificarlos.</p>
<p>DESARROLLO</p>
<p>Durante la dinámica de construir pirámides en la herramienta GeoGebra, se evidencia que los estudiantes, se favorece la atención del estudiante frente a la visualización de las características de las pirámides que se van construyendo, en dos y tres dimensiones de manera dinámica, teniendo la oportunidad de explorar el cálculo de áreas y volúmenes de dichos cuerpos mediante la herramienta y contrastarlos con los cálculos a partir de fórmulas establecidas para estos fines. Al final se tiene como resultado, que el 90% de los estudiantes resuelven la situación problema propuesta para la sesión, evidenciando la identificación correcta de las dimensiones de las pirámides y en sus argumentos procedimientos válidos para el cálculo del volumen de la pirámide y una explicación para justificar la decisión tomada para dar finalmente solución a la situación abordada.</p>
<p>ACTIVIDAD DE CIERRE</p>
<p>Pregunta n°1 Los resultados reflejan que un 70% de los estudiantes identifican algunas características básicas de los prismas, como la existencia de dos bases y caras laterales cuadriláteros, mientras el 30% presenta dificultades para identificar dichas características.</p> <p>Pregunta n°2 Mediante esta pregunta se percibe que los estudiantes logran visualizar el cuerpo geométrico que se forma a partir de su desarrollo plano, en este caso particular los estudiantes en un 70% identificaron correctamente la pirámide que debía formarse (pentagonal). En relación con el 30% restante, dos estudiantes no revisaron el tipo de base de la pirámide y seleccionaron una pirámide cuadrangular y solo 1 estudiante escogió un cuerpo muy alejado del desarrollo plano propuesto.</p> <p>Pregunta n°3 Los resultados de esta pregunta fortalecen los resultados de la pregunta n°2, pues los estudiantes argumentaron el tipo de polígono que corresponde a la base del poliedro formado con el desarrollo plano ofrecido para la pregunta, expresando un 80% de los estudiantes que se trata de un polígono pentagonal.</p> <p>Pregunta n°4 En esta pregunta se evidencian mayores dificultades de los estudiantes, ya que un 40% de los estudiantes responde de manera errada el tipo de polígono que conforman las caras laterales de la pirámide que se forma con el desarrollo plano que ofrece el cuestionario para abordar esta pregunta, se percibe que quizás no hubo comprensión de la pregunta o no se tuvo en cuenta la información ofrecida para responder.</p>

<p>Pregunta n°5</p> <p>Los resultados permiten evidenciar que los estudiantes logran establecer comparaciones entre prismas y pirámides, relacionando en sus argumentos criterios como número de bases, forma de sus bases o caras y el hecho de ser figuras tridimensionales.</p>
<p>Conclusión</p> <p>Los estudiantes logran establecer criterios diferenciadores entre poliedros irregulares, a partir del estudio de la pirámide y establecer comparaciones con el prisma. Se evidencia que el apoyo en visualizaciones de los cuerpos es fundamental para llegar a procesos de generalización o conclusión en el estudiante, es necesario que el estudiante manipule y construya para comprender y apropiarse de las características de los cuerpos y sus familias para llegar a ellos.</p> <p>En este sentido, mediante el uso de deslizadores en GeoGebra el estudiante tuvo la oportunidad de modificar elementos como bases y altura, que favorecieron procesos reflexivos que conllevan a inferir características propias en estos poliedros.</p> <p>Por otra parte, se observó mayor comprensión de los conceptos de área y volumen de cuerpos, dado la manipulación de vistas dinámicas que proporciona el software y que permiten al estudiante observar de manera más clara sus dimensiones, por ejemplo, la altura de una pirámide, además de contrastar los valores del área y volumen de dichos cuerpos con los obtenidos por medio de fórmulas algebraicas.</p>

<p>SESIÓN 6: UN RECORDATORIO BIEN CALCULADO.</p>
<p>ACTIVIDAD INICIAL</p> <p>Mediante un juego de relacionar y clasificar poliedros y cuerpos redondos en conjunto, se activó la participación de los estudiantes que permitió percibir entre los estudiantes, que la gran mayoría 8 estudiantes identifican los cuerpos redondos más comunes o estudiados: cono, esfera y cilindro, solo dos estudiantes inicialmente clasificaron el cilindro como poliedro, pero mediante un trabajo colectivo se aclararon las dudas. Por otra parte, se observó cómo los estudiantes logran establecer argumentos válidos para comparar estos cuerpos redondos como la identificación de algunos elementos característicos de los cuerpos geométricos, pero omitiendo algunos propios de los redondos como el radio y diámetro.</p>
<p>DESARROLLO</p> <p>Mediante el desarrollo de la actividad los estudiantes logran construir cilindros y calcular sus áreas y volúmenes mediante la herramienta GeoGebra y luego todos hacen la representación gráfica de un cilindro en la libreta de proyecto identificando correctamente sus elementos como radio, bases y altura.</p> <p>En relación con el abordaje de la situación problema, se evidencia que un 70% de los estudiantes se apoya para solucionarlo en representaciones gráficas, en su mayoría</p>

mediante GeoGebra y otros a mano en su libreta de proyecto. Además, se logró percibir dificultades a la hora de aplicar fórmulas algebraicas, aplicar propiedades de operaciones algebraicas y confusión de términos radio y diámetro, situación que conlleva a respuestas erróneas, luego de la mediación del docente se logra que los estudiantes identifiquen la relación que existe entre los elementos y se puede dar solución al problema planteado en esta sesión.

ACTIVIDAD DE CIERRE

Pregunta n°1

8 de 10 estudiantes contestaron acertadamente a la pregunta, identificando el cuerpo redondo que cumple con unas características dadas en la información. Solo dos estudiantes presentaron dificultad para identificarlo.

Pregunta n°2

Los resultados evidencian que un 70 % de los estudiantes, comprenden características comunes entre los cuerpos redondos, 3 estudiantes escogieron una característica que no puede ser generalizarse a todos los cuerpos redondos.

Pregunta n°3

Mediante esta pregunta se evidencia que el 100% de los estudiantes, nombran los cuerpos redondos que se les presentan gráficamente cono, cilindro y esfera, además se logra percibir en un 60% de ellos, que en sus descripciones argumentan algunas características que difieren entre estos.

Pregunta n°4

En esta pregunta, los resultados permiten percibir que los estudiantes presentan dificultades con relación a los elementos constitutivos de la esfera, pues un 50% de los estudiantes expresa para la esfera la existencia de una base circular y el otro 50% aciertan en identificar al centro de la circunferencia como uno de sus elementos constitutivos.

Pregunta n°5 y n°6

Los resultados muestran que un 80% los estudiantes logran identificar mediante un desarrollo plano, el tipo de cuerpo redondo que puede construirse, evidenciando que hay comprensión de las características y elementos constitutivos y que lo pueden diferenciar de otros cuerpos.

Pregunta n°6

Se observa mediante los resultados que un 70% de los estudiantes contesta acertadamente a la pregunta, permitiendo inferir que los estudiantes logran establecer relaciones entre las dimensiones del espacio y el plano, en este caso particular identifican la altura de un cilindro dado su desarrollo plano y sus medidas correspondientes. Para el caso del 30% restante, tal vez presenten dificultades en el concepto de altura.

Pregunta n°7

Ante el ejercicio de calcular el área y el volumen total de un cilindro se logra percibir que a pesar de que el todos de los estudiantes intenta abordarlo, solo 5

estudiantes logran dar solución correcta para las dos informaciones que solicita el problema. Se percibe aún inconvenientes para resolver operaciones algebraicas y de lograr relacionar los elementos del cuerpo geométrico sin una posible visualización gráficamente del mismo que aporte mayor comprensión para abordarlo.

Conclusión

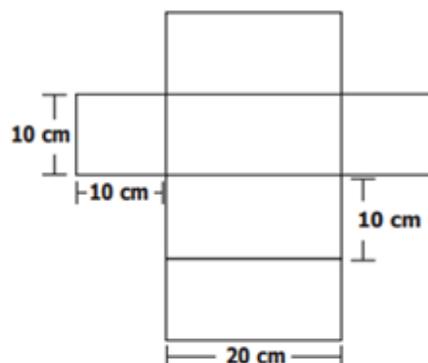
Mediante el desarrollo de la sesión se evidenció que los estudiantes en su gran mayoría identifican cuerpos redondos y los diferencian de los poliedros, además que se apoyan en representaciones gráficas para visualizar sus elementos y dimensiones. En este momento se evidencia que en un gran porcentaje 80%, los estudiantes argumentan sus actuaciones apoyadas en términos apropiados y adecuados para la temática de cuerpos redondos.

Se evidencia que el estímulo que representa para el estudiante ante el uso de herramientas tic, de jugar, construir mientras aprende, discutiendo con sus compañeros y alegrándose de sus logros.

ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA PRUEBA FINAL

Se aplicó una prueba final (Anexo 9), con el fin de evaluar los resultados de la secuencia didáctica basada en la resolución de problemas, para el fortalecimiento de los procesos de razonamiento en los estudiantes de octavo grado, donde se aplican conceptos de área y volumen. La prueba consta de 8 preguntas de selección múltiple con opción de justificación o argumentación de procedimientos para obtener más información que permita valorar la manera como los estudiantes abordan cada situación. Los resultados se muestran a continuación.

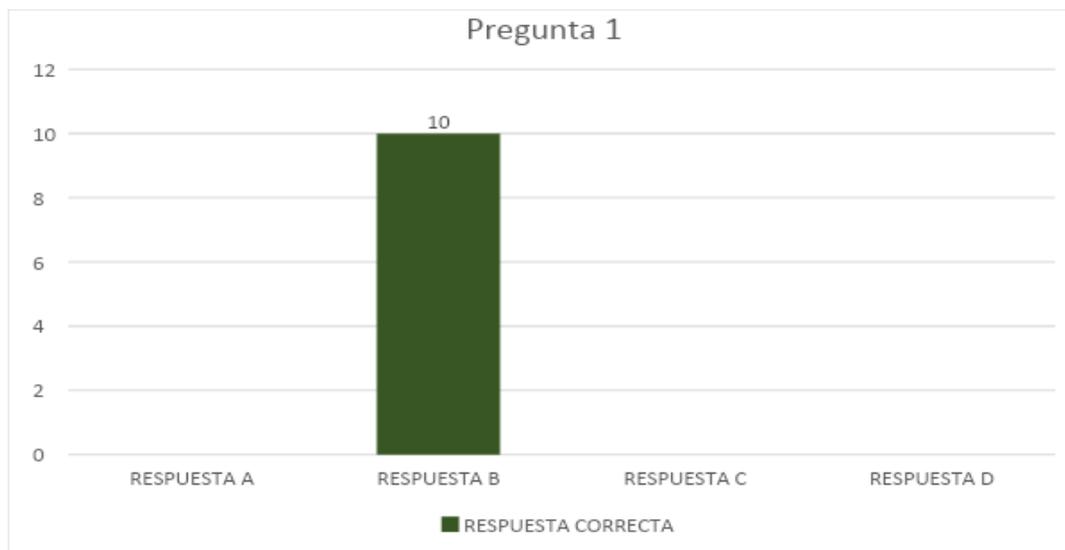
1. Una máquina corta moldes de cartón que se doblan y se pegan para construir cajas, con las medidas que se muestran en el siguiente dibujo.



¿Cuál de las siguientes cajas se arma con el molde del dibujo?

Figura 8.

Diagrama de barras pregunta 1, prueba final.

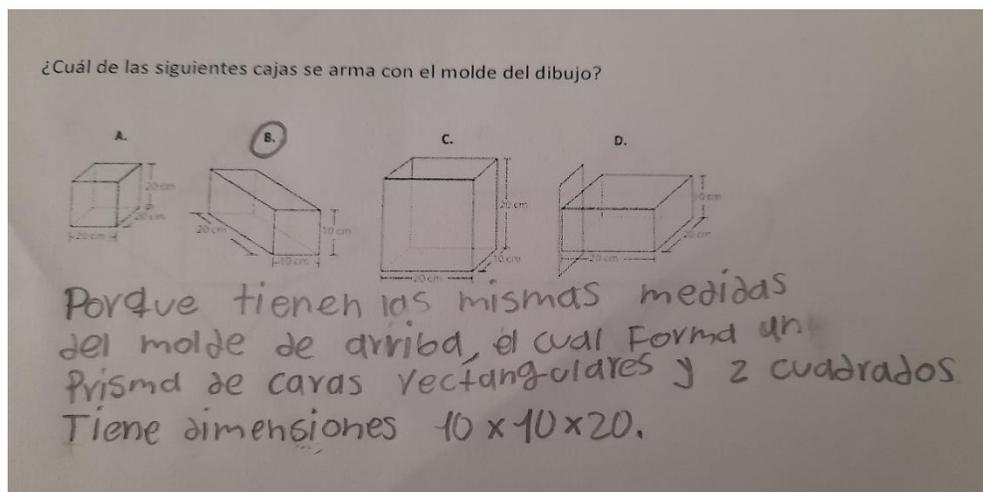


Se evidencia que el 100 % de los participantes escogieron la opción correcta, en sus argumentos se evidencia que los estudiantes tienen en cuenta las dimensiones del desarrollo plano y las comparan con las características de los sólidos que les ofrecen en las diferentes opciones de respuesta, como caras rectangulares, bases cuadradas, poliedro de bases cuadradas

(Imagen 5). Los estudiantes comprenden elementos de la tridimensionalidad a partir de elementos de la bidimensionalidad.

Imagen 5

Respuesta del estudiante a la pregunta 1 Prueba Final



2. ¿Cuáles de las siguientes figuras son pirámides?

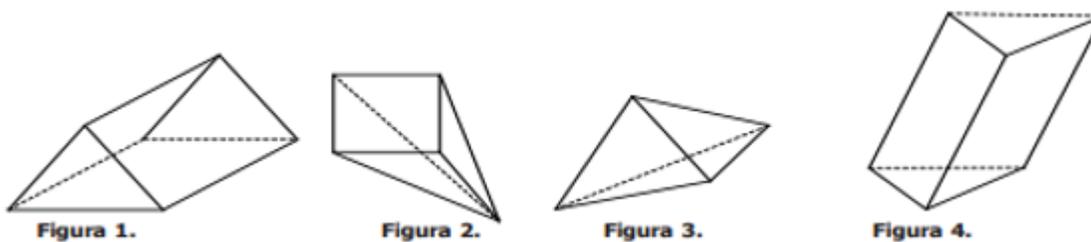
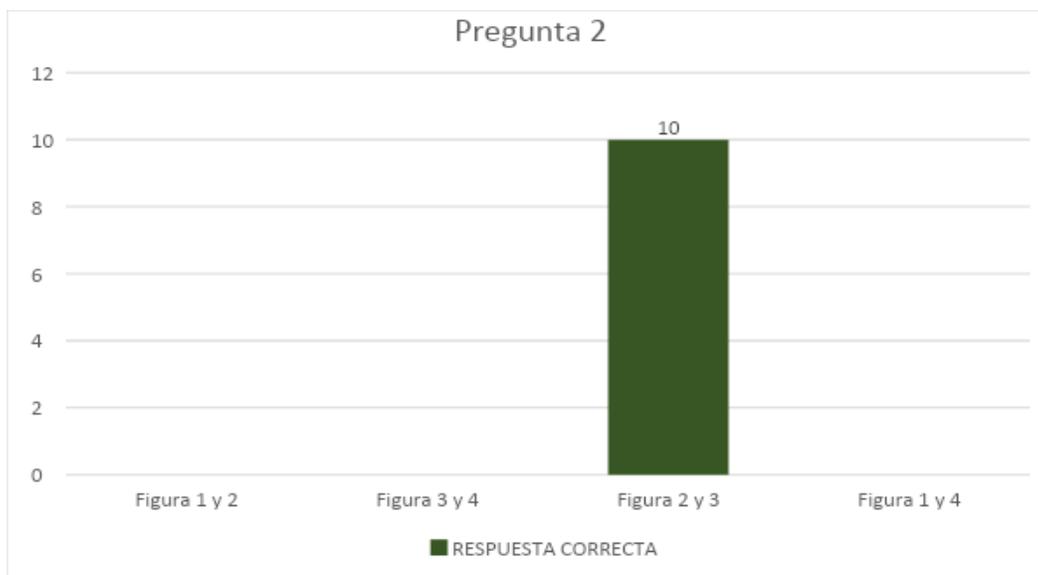


Figura 9.

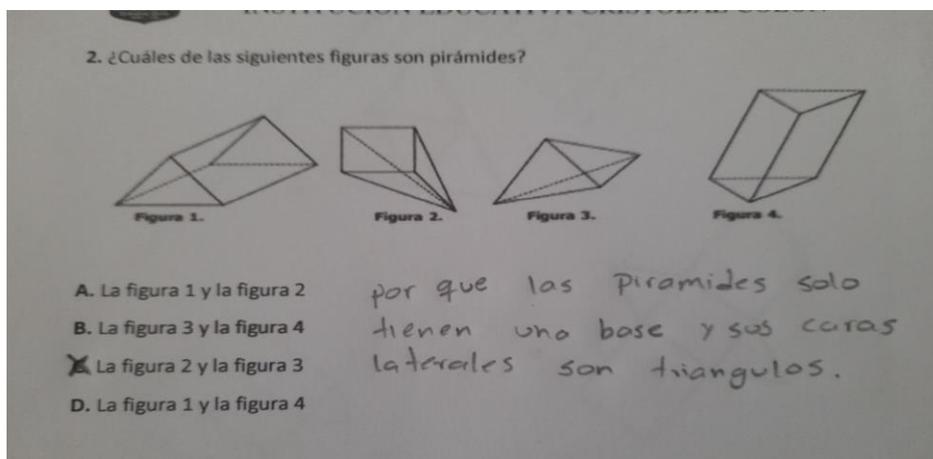
Diagrama de barras pregunta 2, prueba final.



El 100 % de los participantes escogieron la opción correcta, en la mayoría de sus argumentos se percibe que reconocen las pirámides a partir de la identificación de sus características principales (Imagen 6). Lo que permite evidenciar mejoras en su capacidad de observación y visualización de los cuerpos geométricos.

Imagen 6.

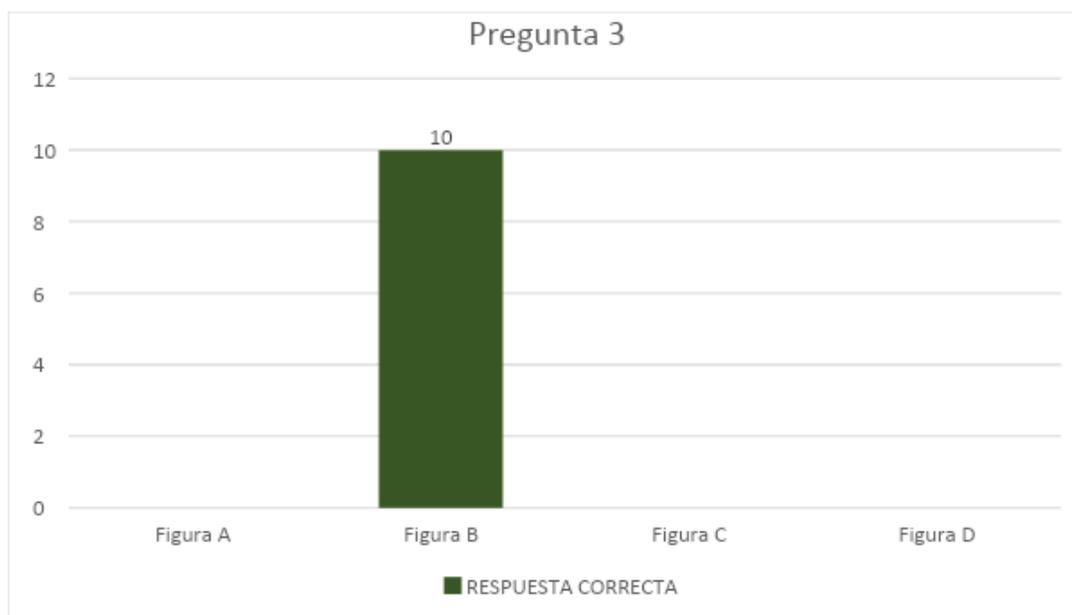
Respuesta del estudiante pregunta 2 Prueba Final



3. ¿Cuál de los siguientes desarrollos planos corresponde a una pirámide de base triangular?

Figura 10.

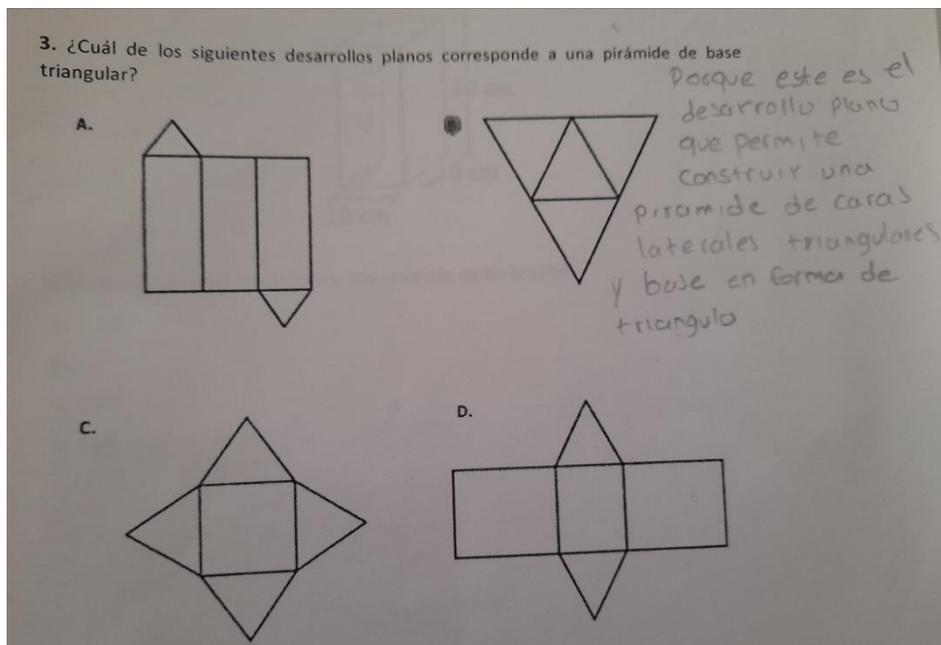
Diagrama de barras pregunta 3, prueba final.



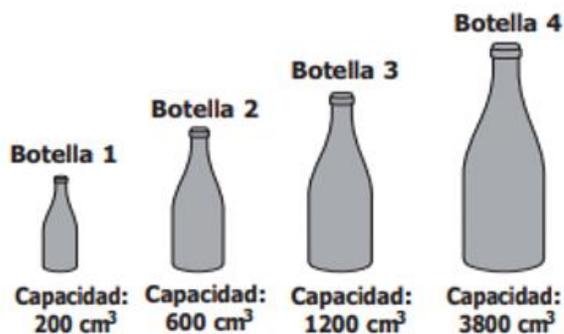
El 100 % de los estudiantes escogieron la opción correcta, presentando argumentos más completos a la hora de sustentar sus decisiones, que demuestran su capacidad de abstracción logrando a partir de la representación plana de las figuras, relacionar las partes que estructuran el cuerpo formado e identificarlo (Imagen 7).

Imagen 7.

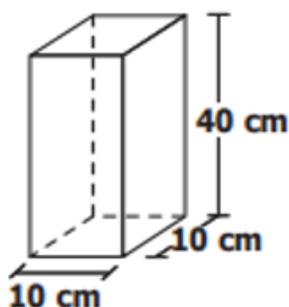
Respuesta del estudiante a la pregunta 3 Prueba Final



4. Para realizar un experimento, se llenan con un líquido botellas de diferentes capacidades, como las que se muestran a continuación.



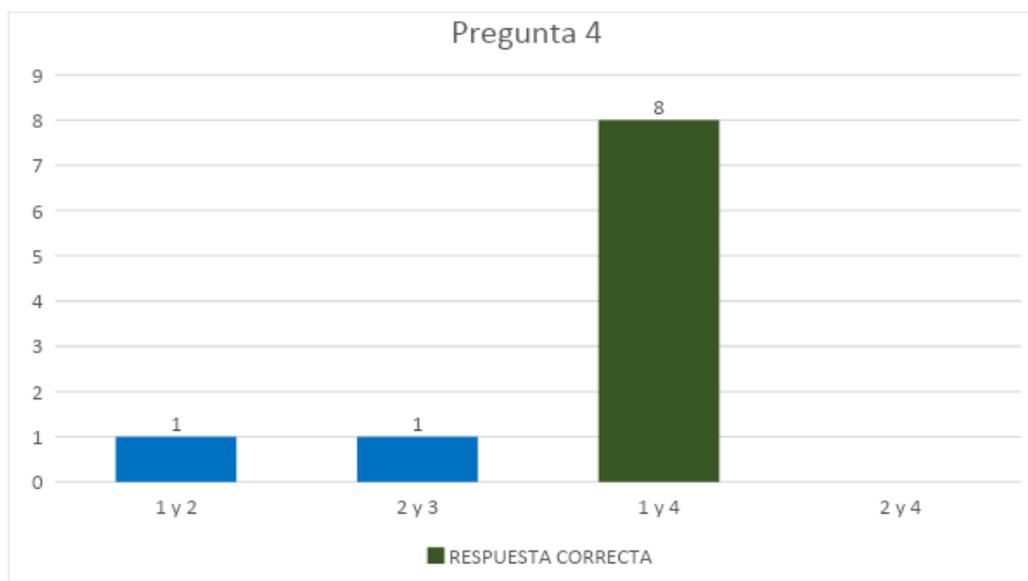
Posteriormente, para elaborar una mezcla, se debe pasar el líquido de algunas botellas al recipiente que aparece a continuación



El recipiente se llena exactamente con el líquido de las botellas.

Figura 11.

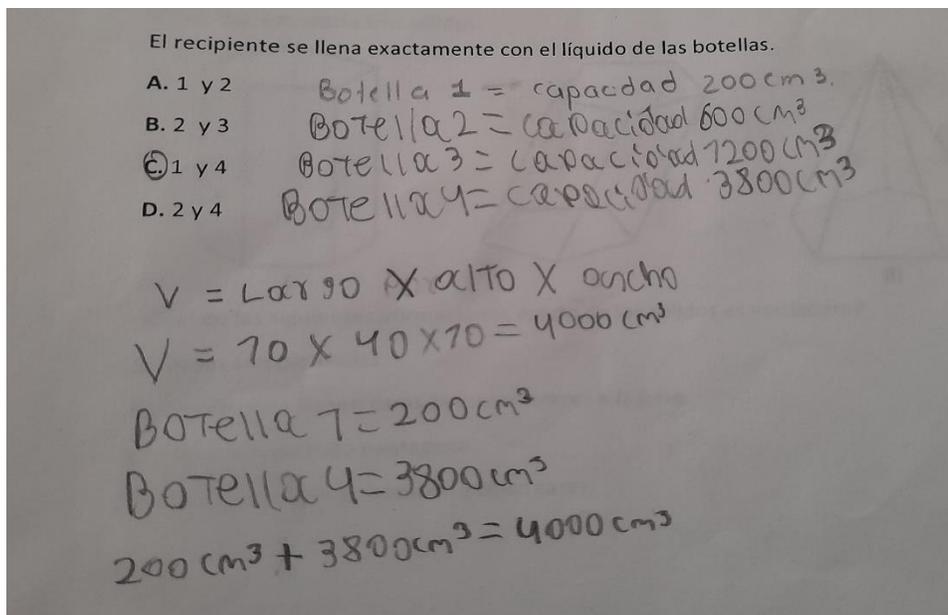
Diagrama de barras pregunta 4, prueba final.



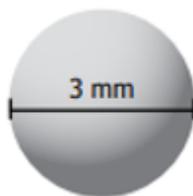
De los 10 estudiantes que presentaron la prueba, se tiene que el 80% de estos, además de escoger la opción correcta, muestran sus procedimientos y la manera cómo abordan la situación problema, evidenciando una buena comprensión del problema, así como un plan lógico para resolverlo (Imagen 8). Los estudiantes aplican algoritmos válidos para el cálculo de la capacidad del prisma, confirmando la identificación de los elementos y dimensiones que lo conforman.

Imagen 8.

Respuesta del estudiante a la pregunta 4 Prueba Final



5. Tres esferas de plata de 3 mm de diámetro, como la que se muestra en la figura, se van a guardar en una caja.



¿En cuál(es) de las siguientes cajas, se pueden guardar las esferas?

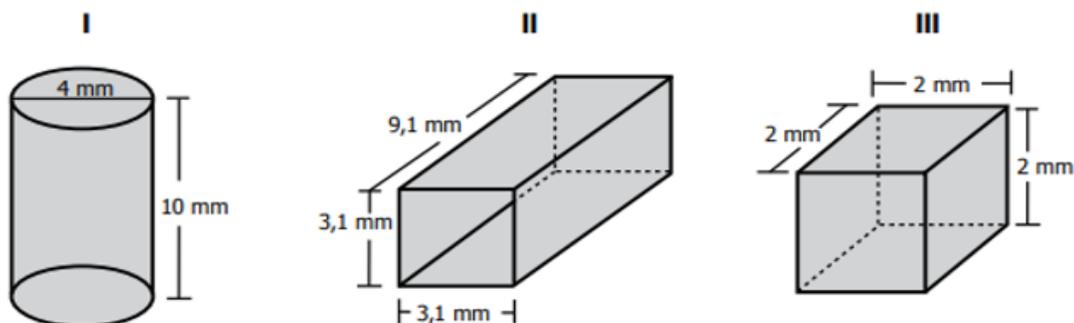
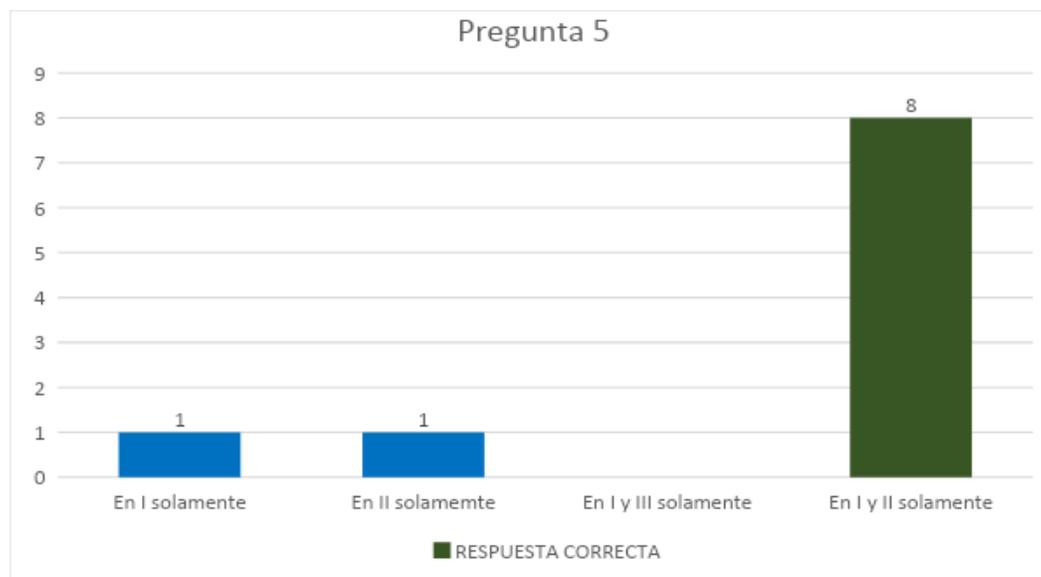


Figura 12.

Diagrama de barras pregunta 5, prueba final.



Los resultados muestran que el 80 % de los participantes escogieron la opción correcta, logrando identificar las características propias de cuerpos redondos y poliedros, y establecer correlaciones entre la bidimensionalidad y tridimensionalidad (Imagen 9). Por otra parte, se tienen 2 estudiantes que seleccionaron opciones incorrectas, pero seleccionan una opción de respuesta que involucran uno de los cuerpos que cumple con la condición del problema, lo que evidencia que los estudiantes al parecer no evaluaron o revisaron todas las opciones de respuestas. Situación que favorece los resultados en comparación a la prueba inicial.

Imagen 9.

Respuesta del estudiante a la pregunta 5 Prueba Final

¿En cuál(es) de las siguientes cajas, se pueden guardar las esferas?

I: 4 mm, 10 mm

II: 9.1 mm, 3.1 mm, 3.1 mm

III: 2 mm, 2 mm, 2 mm

A. En I solamente

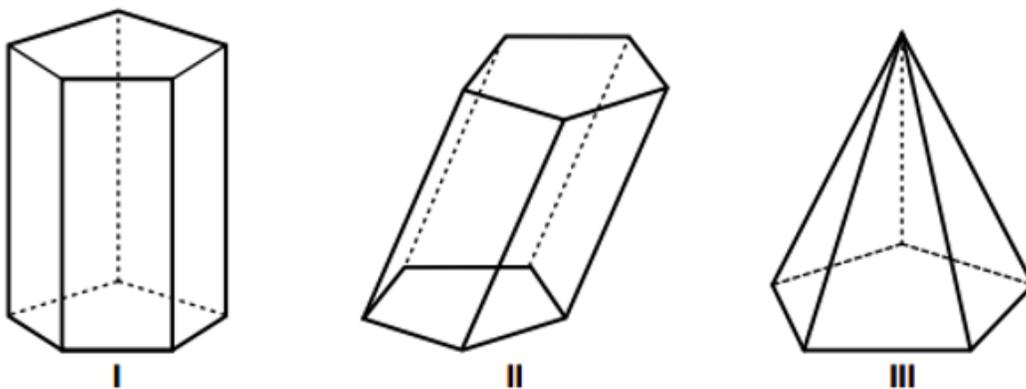
B. En II solamente

C. En I y III solamente

D. En I y II solamente

Porque las medidas de las caras de las cajas dadas tienen las medidas más grandes que las medidas de las esferas.

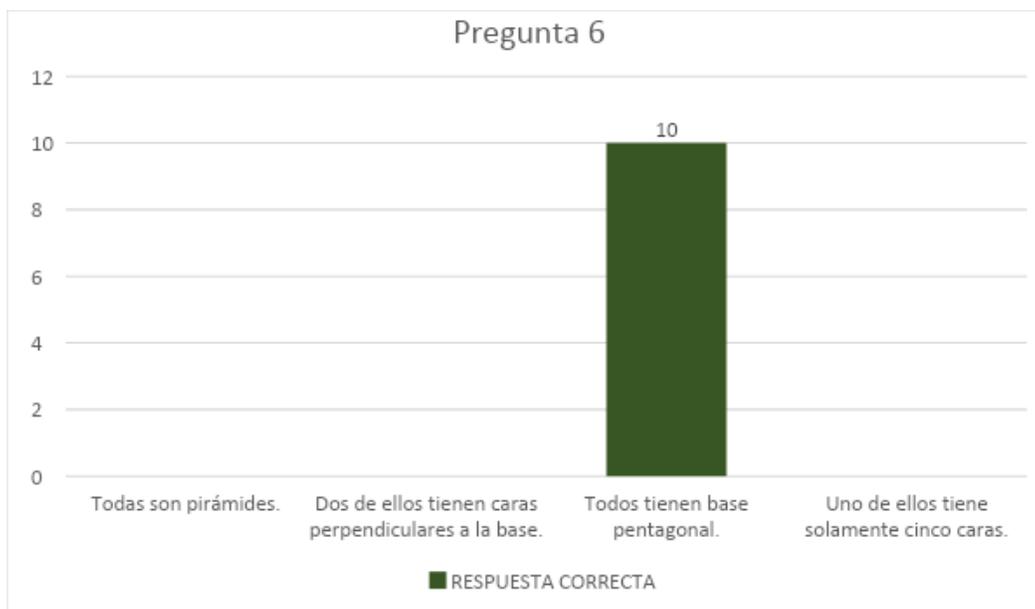
6.- La figura muestra tres sólidos



¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca de los sólidos es verdadera?

Figura 13.

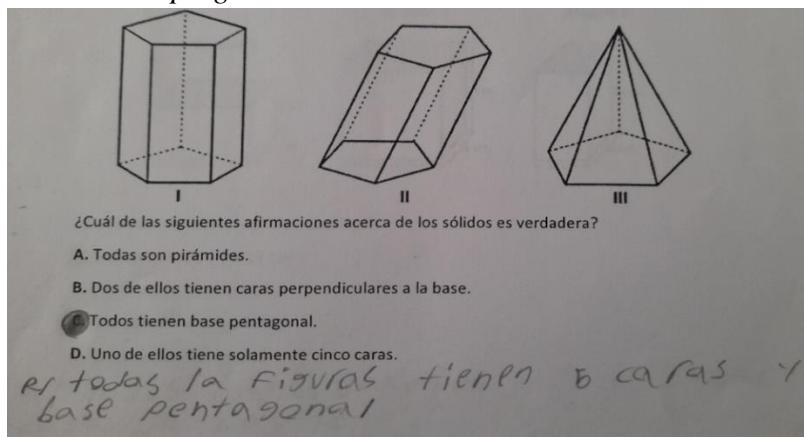
Diagrama de barras pregunta 6, prueba final.



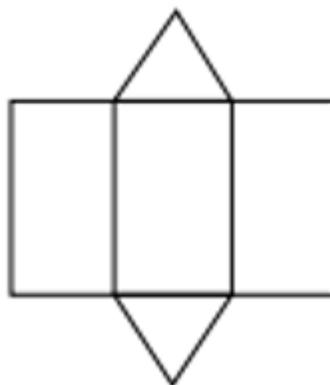
De los 10 estudiantes que presentaron la prueba, se evidencia que el 100 % de los participantes escogieron la opción correcta, en su justificación se observan que hay un reconocimiento de las características de los poliedros, así como de los elementos que lo conforman (Imagen 10), logrando establecer criterios comparativos entre dichos cuerpos.

Imagen 10.

Respuesta del estudiante a la pregunta 6 Prueba Final



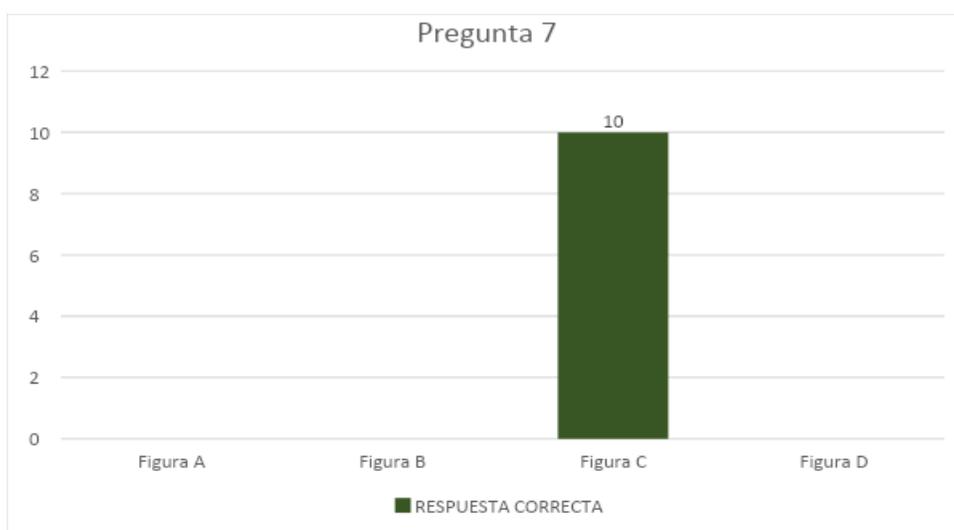
7.- María quiere armar un sólido con el molde de la figura.



¿Cuál de los siguientes sólidos se puede armar con el molde?

Figura 14.

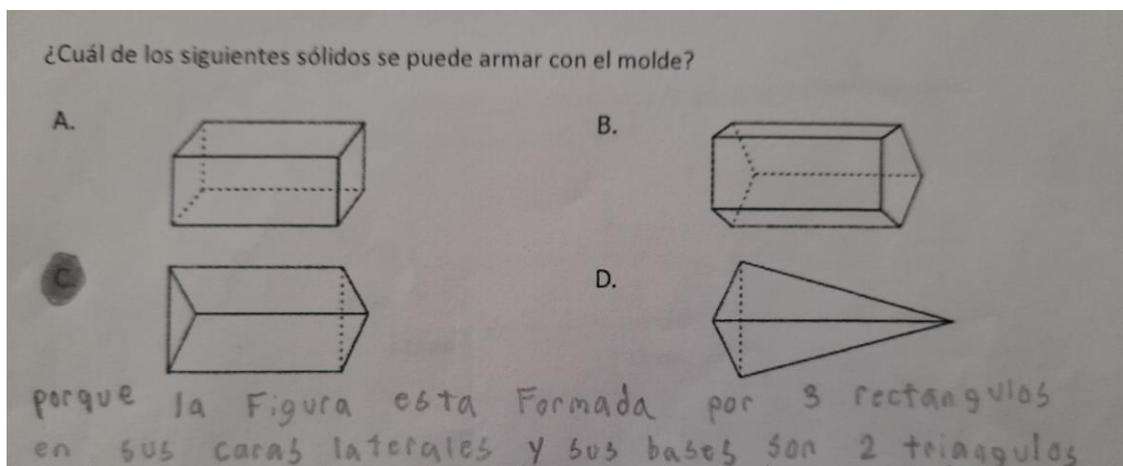
Diagrama de barras pregunta 7, prueba final.



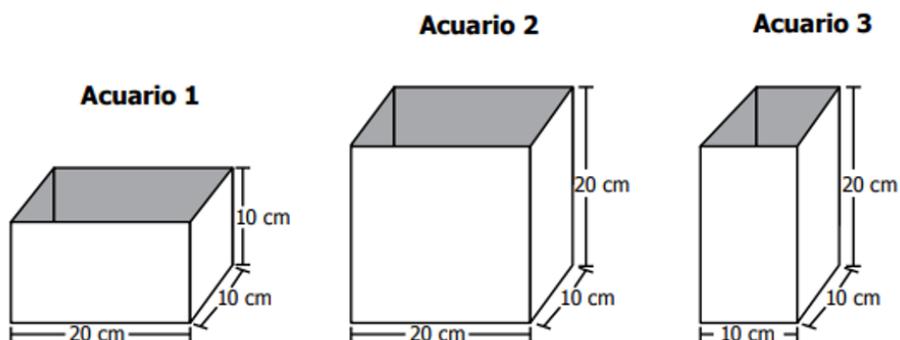
Los resultados muestran que el 100 % de los participantes escogieron la opción correcta, evidenciando el desarrollo de la capacidad de abstracción necesaria para construir mentalmente un cuerpo geométrico a partir del desarrollo plano, logrando establecer relaciones entre las figuras que componen la bidimensionalidad y los elementos constitutivos de los cuerpos geométricos (Imagen 11).

Imagen 11.

Respuesta del estudiante a la pregunta 7 Prueba Final



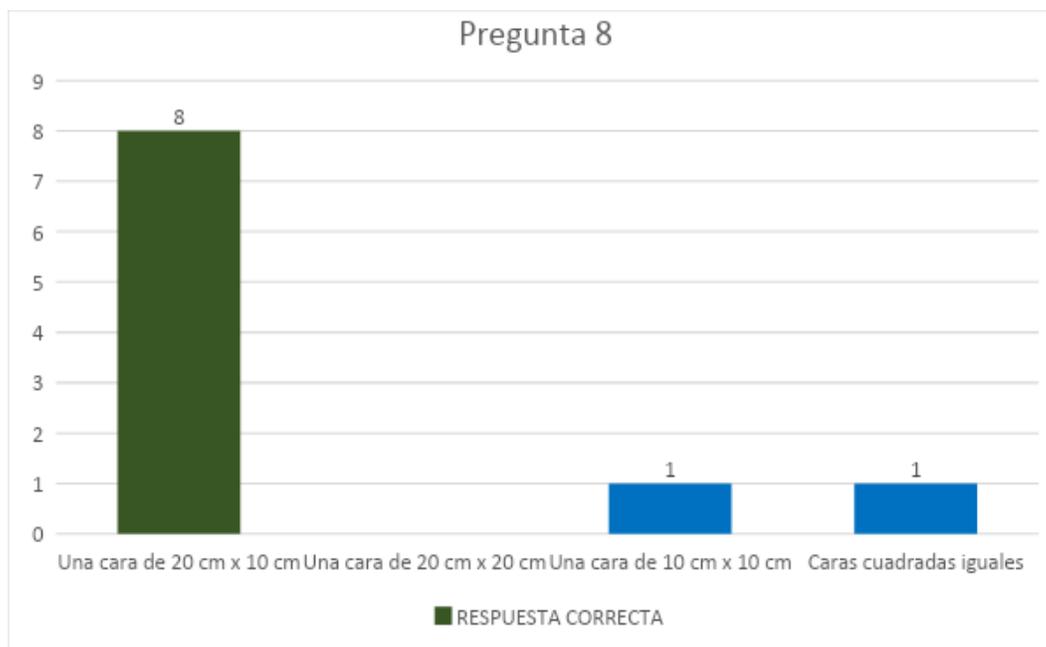
8.- En una tienda se venden acuarios con forma y tamaño como los que muestra la figura.



¿Qué tienen en común los tres acuarios?

Figura 15.

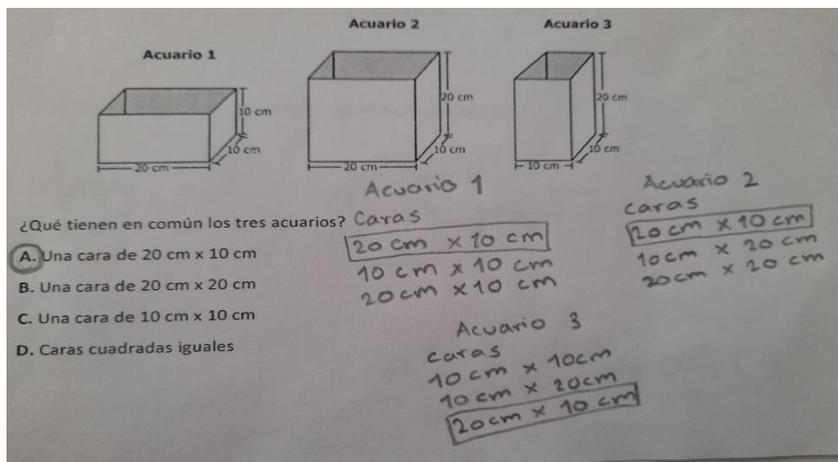
Diagrama de barras pregunta 8, prueba final.



De los 10 estudiantes que presentaron la prueba, se evidencia que el 80 % de los participantes escogieron la opción correcta, evidenciando en sus argumentos el logro del establecimiento de relaciones entre las dimensiones de cada acuario, con las dimensiones de los polígonos que lo conforman cada una de sus caras (Imagen 12). En este sentido el estudiante logra comprender elementos de la bidimensionalidad a partir de la comprensión de la tridimensionalidad.

Imagen 12.

Respuesta del estudiante a la pregunta 8 Prueba Final



Valoración de la Intervención Pedagógica

Para reconocer los cambios generados en los estudiantes con la implementación de la intervención pedagógica, se tiene la información obtenida a través de la prueba diagnóstica y prueba final, las cuales ofrecen información necesaria para valorar los avances de los estudiantes con relación a la competencia de razonamiento en la resolución de problemas geométricos.

En este sentido, la comparación de las pruebas diagnóstica y prueba final nos permiten concluir que en promedio 45% de los estudiantes respondieron correctamente las preguntas de la prueba diagnóstica y en promedio el 92% de los estudiantes respondieron correctamente las preguntas de la prueba final.

Por otra parte, se describen aspectos relevantes durante el desarrollo de las sesiones de aprendizaje:

Mediante el desarrollo de la sesión 1, el estudiante se enfrenta a tareas de reconocimiento de polígonos, inicialmente con un grado de confusión para establecer criterios claros de clasificación, asociada también, a un vocabulario poco preciso, poco fluido y poco espontáneo,

Corberán aduce que este tipo de respuestas están basadas en referencias visuales que poseen los estudiantes de los años escolares y que quizás está influenciado por el poco conocimiento de la terminología propia de la geometría y de los conceptos geométricos más básicos.

Ahora bien, mediante las actividades de desarrollo y cierre que involucran la construcción y exploración de los polígonos, mediante la herramienta GeoGebra y la discusión de ideas que se generaron a partir de las preguntas hechas por el docente, permitieron visionar al estudiante la existencia de criterios que permiten discriminar una forma de otras y establecer agrupaciones o clasificaciones de polígonos relacionadas con la identificación de sus elementos vértices, ángulos, diagonales y lados.

La experiencia de reconocimiento de polígonos a partir de sus características y ampliación de lenguaje geométrico básico permitió abordar el estudio de los cuerpos geométricos de manera más amplia. Por su parte, Gutiérrez (1998) sostiene que, el paso entre el plano y el espacio es bidireccional, es decir, se puede dar el paso de representaciones planas a sólidos y construcción de sólidos a partir de sus representaciones planas.

Durante el desarrollo de la sesión 2, el estudiante se involucra en actividades que le permitieran explorar características de los cuerpos geométricos y establecer diferencias entre las formas bidimensionales. Se evidencia inicialmente la dificultad de los estudiantes para abordar la tridimensionalidad, pese a que su mundo le proporciona innumerables formas tridimensionales.

En este sentido, cobró importancia la generación de experiencias que involucran su entorno para la comprensión de estos conceptos, ejemplificando mediante objetos y figuras presentes a su alrededor, favoreciendo la comunicación de sus ideas, tal como lo sustenta el MEN (1998), indicando que para la enseñanza de algunos conceptos geométricos se debe comenzar desde el espacio tridimensional con el fin de: Proporcionarle al estudiante la

identificación de cuerpos geométricos en la realidad, y para generar en los estudiantes un proceso de comprensión de las representaciones bidimensionales de su mundo (p. 39).

En relación con el desarrollo la sesión 3, para lograr identificar elementos y clasificación de los poliedros mediante construcciones con el software GeoGebra de polígonos regulares, se resalta la experiencia que ofrece GeoGebra a través de las vistas simultaneas 2D y 3D al construir cuerpos geométricos, que motiva al estudiante a explorar y descubrir formas, permitiéndole por un lado establecer diferencias entre las formas que cada vista proporciona, así como la relación existente entre los elementos constitutivos de cada figura, permitiendo evaluar diferentes ideas mediante la construcción de una manera rápida y sencilla de múltiples ejemplos, cuya visualización y deformación le ayuda a obtener y comunicar razonadamente sus respuestas ideas como lo revela García (2012, p 54).

Continuando con la exploración de los poliedros y favorecer habilidades de razonamiento, las sesiones 4 y 5 se encaminan al reconocimiento de prismas y pirámides a través de la identificación de sus características particulares dentro de los poliedros irregulares. Mediante el desarrollo de actividades de estas sesiones, el estudiante se enfrenta a experiencias que le permitan manipular representaciones, hacer deformaciones, conjeturas y deducciones de características que favorecen cadena de razonamientos esenciales a la hora de resolver problemas, mientras construyen el conocimiento sobre algún tema y transitar por los registros de representación verbal, algebraico y gráfico de manera natural y espontánea, Bello (2007).

Por último, mediante el desarrollo de la sesión 6, para la identificación de características de cuerpos redondos mediante la construcción en GeoGebra y calculo área y volumen del cilindro, se resalta como el reconocimiento de características de cuerpos redondos permitió a los estudiantes expresar claramente y argumentar las diferencias con estos cuerpos con los poliedros.

Por otra parte, se evidencian dificultades asociadas a la solución de situaciones problemas que involucran conceptos de área y volumen de cuerpos redondos, por un lado, porque persisten inconvenientes para diferenciar los conceptos de radio y diámetro y otros, asociados a la persistencia de la aplicación de algoritmos para abordar estos conceptos, evidenciando la necesidad del aprendizaje de nuevas formas de razonar, que en palabras de Freudenthal (1983), lo desliguen del propio concepto matemático.

Bajo esta panorámica, el desarrollo de las sesiones favoreció dos aspectos, uno relacionado con el aprendizaje de conocimientos geométricos; reconocimiento de cuerpos geométricos mediante la identificación de sus partes y características principales, describe de manera informal los cuerpos geométricos, apoyado en un lenguaje apropiado para la enunciación de sus partes y establece comparaciones entre cuerpos geométricos basado en la diferenciación de sus características. Y el otro relacionado con la competencia razonamiento matemático: activación de las habilidades de la visualización, reflexión sobre las representaciones de los cuerpos, sus partes y características, argumentaciones más completas y lógicas, articulación de ideas para solucionar situaciones problemas propuestas.

A continuación, se muestran las categorías y subcategorías estudiadas en la investigación (figura 16).

de Van Hiele (1957), Vargas, G. y Gamboa, R. (2013), Alsina, Burgués & Fortuny (1995). Polya (1989), García (2012), Poggioli (2009).

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Con el firme propósito de fortalecer la competencia de razonamiento matemático, en estudiantes de 8° de la institución educativa Cristóbal Colón de Morroa (sucre), a la hora de resolver problemas geométricos relacionados con los conceptos de área y volumen, se plantearon 4 objetivos específicos: Indagar las dificultades de los estudiantes relacionados con la competencia razonamiento a la hora de resolver problemas geométricos, diseño de una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas, implementación de la estrategia didáctica y finalmente la evaluación de la estrategia. En torno a esos cuatro objetivos se pretende analizar y concluir.

Análisis del primer objetivo específico

Mediante desarrollo de la fase diagnóstica de la investigación, se logran identificar algunas dificultades relacionadas con el razonamiento de los estudiantes a la hora de resolver problemas geométricos que involucran conceptos de área y volumen, a través de una prueba diagnóstica conformada por ítems liberados del Icfes y que cumplen con la característica de estas tipificadas como preguntas para evaluar dentro del pensamiento geométrico-métrico, la competencia razonamiento.

A partir de los resultados obtenidos mediante la aplicación de la prueba diagnóstica, se logró percibir que, en promedio 10 estudiantes de los 15 que presentaron la prueba presentan dificultades en la resolución de problemas y asociadas a la competencia razonamiento.

Identificando en primera instancia en sus justificaciones, argumentos que evidencian que no hay un lenguaje básico para expresar sus ideas, que en la mayoría de los casos son incompletas o que lo hacen para rellenar un espacio que se pide, sin mayor capacidad para encadenar ideas lógicas para abordar el problema, reflejando una de las características asociadas a estudiantes con bajo nivel de razonamiento, Vargas y Gamboa (2013) identifican esta característica como un descriptor del nivel 1 del modelo de razonamiento de Van Hiele.

El número de respuestas acertadas en cada pregunta de la prueba, demuestran que los estudiantes presentan dificultades para abordar situaciones que involucran la comprensión de la tridimensionalidad, sumado a ello, se tienen estudiantes que, a pesar que reconocen algunas figuras geométricas, en sus argumentos se refleja que no hay consideración de las características o propiedades de dichas figuras. En este sentido no hay correlación de figuras con bidimensionalidad y cuerpos geométricos con tridimensionalidad, confirmando la realidad de la manera como se ha venido abordando la enseñanza de la geometría, limitada al estudio de figuras planas, desligadas experiencias contextualizadas, que proporcionan comprensión al estudiante de espacio y del mundo que le rodea MEN (1998).

Por otra parte, los resultados de las preguntas 4 y 5 muestran que, más de un 60% de los estudiantes presentan dificultades para abstraer, evidenciada a la hora de construir o visualizar mentalmente el cuerpo geométrico que puede generarse a partir de una representación plana, así mismo se perciben dificultades para reconocer la estructura de un poliedro, no diferencian partes de un cuerpo geométrico.

Por lo expuesto anteriormente, la investigación alcanzó el primer objetivo específico: Indagar las dificultades de los estudiantes relacionados con la competencia razonamiento a la hora de resolver problemas geométricos.

Análisis del segundo objetivo específico.

La planificación de una estrategia didáctica que pretenda impactar los procesos de aprendizaje en el estudiante, aún más bajo unas condiciones escolares tan particulares en tiempos de pandemia no es fácil, se requiere pensar en la creación de ambientes de aprendizaje bien organizados y motivadores que permita al estudiante involucrarse y ser el protagonista de dicho proceso.

El diseño de la estrategia didáctica permite reflexionar sobre las prácticas de aulas que normalmente se desarrollan para abordar la enseñanza de las matemáticas y la geometría de manera particular, que generan ambientes estériles, que limitan al estudiante mediante el estudio de una serie de fórmulas, figuras y formas aisladas de la realidad en la que vive y se desarrolla. En este sentido, se valora la aplicación del modelo de Van hiele que permitió organizar la enseñanza mediante la secuencia didáctica “Explorando Poliedros con GeoGebra” para evidenciar el tránsito proceso de razonamiento de los estudiantes, mediante el desarrollo de actividades interactivas y dinámicas.

En efecto, se resalta la organización que imprime Díaz (2013), para hacer de cada sesión de aprendizaje un momento bien estructurado y secuenciado, que exige al docente a estar dispuesto y preparado para generar un ambiente favorable para el logro de los objetivos de aprendizaje propuesto para cada una de ellas y se requiere permanente seguimiento para valorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, sus avances y dificultades para ajustar dichas actividades si es necesario.

Con relación al seguimiento de los procesos de aprendizaje de los estudiantes, cobran importancia el uso de herramientas tic, que permiten interactuar con el estudiante evidenciando sus actuaciones y obteniendo información sobre dichos procesos como el uso de GeoGebra,

Genially, cuestionarios Google, Kahoot, Educaplay, WhatsApp y Zoom. Además, porque estas imprimen un factor motivante en los jóvenes de hoy.

En consecuencia, a toda esta revisión y planificación, la investigación logra dar cumplimiento al segundo objetivo específico: Diseñar una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas usando GeoGebra, que fortalezca la competencia de razonamiento aplicando los conceptos de área y volumen, en estudiantes de octavo grado.

Análisis del tercer objetivo específico.

Mediante implementación de la secuencia didáctica fundamentada en la resolución de problemas y que incorpora herramientas tic, en especial el uso de la herramienta GeoGebra, se da apertura a un ambiente dinámico e interactivo que ofrece a nuestros estudiantes ser partícipes de su propio proceso de aprendizaje, desarrollando habilidades fundamentales en el estudio de la geometría así como el desarrollo de la competencia razonamiento, a partir de la exploración de cuerpos geométricos e identificación de sus características, que involucran la comprensión de la bidimensionalidad y tridimensionalidad esenciales en la resolución de problemas geométricos abordan los conceptos de área y volumen..

Frente al uso de la herramienta GeoGebra, los estudiantes demuestran mayor motivación para el desarrollo de actividades, ellos se atrevieron a explorar la pantalla principal para construir inicialmente polígonos regulares e irregulares y luego diferentes cuerpos geométricos de forma autónoma. Las construcciones estuvieron acompañadas de un diálogo permanente alrededor de preguntas que favorecen el reconocimiento y análisis de las partes componentes de cada forma en construcción, que en últimas se fue reflejando en la seguridad con la que los estudiantes expresan y sustentan sus ideas, confirmando las ideas del MEN (1998) que resalta como el uso de materiales, dibujos y artefactos tecnológicos, así como la actividad de resolver problemas

favorecen los procesos de razonamiento, pues permiten generar confianza en el uso de las matemáticas, favoreciendo la comunicación y la capacidad para aplicar procesos de más alto nivel.

Así mismo, se observan en los resultados evidencian mediante las actividades de cierre que un promedio del 80% de los estudiantes lograron apropiarse de las temáticas abordadas, que su vocabulario fue enriqueciéndose, en la medida en que se iban incorporando conceptos nuevos. El GeoGebra brinda la oportunidad al estudiante de manipular representaciones de cuerpos geométricos, permitiéndole explorar, hacer conjeturas, comprobar y descubrir características de dichos cuerpos. Ejemplo de ello son las variaciones dinámicas que pueden aplicarse a los elementos que constituyen las figuras geométricas para observar los cambios en la figura, la visualización de sus elementos que componen las figuras y cuerpos como bases y caras laterales, permitiendo al estudiante crear asociaciones entre la bidimensionalidad y tridimensionalidad, García (2012).

En términos didácticos, se valora la metodología de aprendizaje basado en problemas, mediante el cual se generó un ambiente que conectó al estudiante con el espacio que se mueve, organizando experiencias de manera gradual y progresiva que conlleven al estudiante a explorar las formas y cuerpos geométricos, los estudiantes asumieron la solución de problemas como un reto, favoreciendo el descubrimiento activo y el desarrollo de habilidades propias de la geometría como visualización, comunicación, dibujo y lógicas, necesarias para que el estudiante establezca relaciones con su entorno y logre abordar problemas relacionados con la bidimensionalidad y tridimensionalidad, acorde a los planteamientos Alsina, Burgués y Fortuny (1995) y Poggioli (2009).

Bajo toda esta panorámica, la investigación evidencia el logro del objetivo específico tres: Implementar la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas usando GeoGebra, para fortalecer la competencia de razonamiento aplicando los conceptos de área y volumen, en estudiantes de octavo grado.

Análisis del cuarto objetivo específico.

En primera instancia, el contraste de los resultados de la prueba diagnóstica y prueba final, evidencian avances significativos con relación a la manera como los estudiantes argumentan sus respuestas, utilizando un lenguaje geométrico más apropiado y acorde con la temática de los cuerpos geométricos. Además, refleja una mayor comprensión de la tridimensionalidad, evidenciada en el reconocimiento de los cuerpos geométricos estudiados, la identificación de los elementos que lo constituyen y sus características particulares, presentando aún algunas deficiencias al trabajar con cuerpos redondos.

Así mismo, se resaltan avances en la resolución de situaciones problemas geométricos relacionados con la comprensión del problema y el diseño de un plan de acción para abordarlo.

En segunda instancia, se valoran los resultados obtenidos en cada sesión de aprendizajes, en relación con los siguientes criterios valorados durante toda la secuencia didáctica:

Construcciones: los estudiantes en un 100% construyeron cuerpos geométricos, a partir de las instrucciones dadas de forma adecuada en la herramienta GeoGebra, se atrevieron a construir de forma autónoma, considerando las características fundamentales para la construcción de cada cuerpo y aprendiendo a través de la práctica ensayo-error. Así mismo, se observa en sus dibujos hechos a mano con lápiz, que hay una identificación de características y atributos de las figuras y cuerpos geométricos representados.

Comunicación: se evidenció de manera progresiva como los estudiantes fueron apropiándose de la temática y del vocabulario geométrico asociado a estas, reflejadas no sólo en los argumentos escritos en sus libretas de proyecto, sino en la interacción generada durante cada sesión con sus compañeros y docentes. Aunque este tipo de habilidades no se desarrollan de manera homogénea en los estudiantes, paulatinamente los estudiantes fueron involucrándose y adquiriendo seguridad para expresar sus ideas y compartir con sus pares sus puntos de vista de forma verbal y escrita.

Visualización: mediante el trabajo de construcción en GeoGebra y material manipulable como los desarrollos planos en cartulina, se percibe que los estudiantes logran establecer de manera satisfactoria conexiones entre la tridimensionalidad y bidimensionalidad, identificando y reconociendo los cuerpos geométricos a partir de su realidad, para generar procesos de comprensión de las representaciones bidimensionales de su mundo, tal como lo expresan los Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas MEN (1998).

Lógicas: se evidencia en los estudiantes el reconocimiento de las clasificaciones de cuerpos geométricos a partir de sus características, permitiéndoles establecer comparaciones entre diferentes poliedros resaltando criterios asociados a sus formas y elementos que los conforman como caras, vértices, bases, altura, entre otras.

Resolución de problemas: se evidencian avances especialmente en sus procesos de comprensión, a la hora de abordar las diferentes situaciones que se plantean en cada sesión, identificando el cuerpo geométrico involucrado en cada situación, así como informaciones asociadas a sus características o elementos, apoyándose fundamentalmente en la visualización de las diferentes representaciones del cuerpo. Se percibe además la organización y ejecución de un plan que refleja un proceso de razonamiento, que le permite en la mayoría de los casos una

solución correcta al problema, dado que se presentaron algunas dificultades asociadas al cálculo de operaciones algebraicas.

Tecnología: Los estudiantes demostraron uso adecuado de las herramientas digitales utilizadas a favor del aprendizaje. La incorporación de herramientas tic, además de representar un ingrediente motivante que permite activar la participación del estudiante, por ofrecer interactividad y dinamismo en las diferentes actividades de aprendizaje, permiten visionar en el estudiante aspectos relacionados con la responsabilidad y el respeto hacia los demás, esenciales en el trabajo colectivo generado a partir de diálogo y discusiones que surgen alrededor del espacio de construcción y exploración de los diferentes cuerpos geométricos.

En términos generales, la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas y apoyada en el uso de GeoGebra favorece el mejoramiento de habilidades de razonamiento mediante la propia experiencia del estudiante. Mediante la creación de este ambiente de aprendizaje de los cuerpos geométricos, los estudiantes construyeron polígonos y cuerpos geométricos, ampliando el reconocimiento de las formas mediante sus representaciones bidimensionales y tridimensionales, que favorecen la identificación de las partes que componen cada forma y el establecimiento de relaciones entre dichos elementos, necesarias a la hora de abordar situaciones problemas, en especial si están relacionadas con los conceptos de área y volumen.

De allí, que García (2012) revele que mediante la exploración de cuerpos en GeoGebra los estudiantes puedan crear asociaciones entre la representación algebraica y la correspondencia con su equivalente gráfico. Pues permite aplicar variaciones dinámicas con los elementos que constituyen las figuras geométricas para observar los cambios en la figura.

Ahora bien, Defaz (2017) resalta en la estrategia de resolución de problemas los saberes adquiridos por el estudiante, esenciales a la hora de identificar y analizar la información que proporciona el problema. Así mismo, las conexiones que logran establecerse entre los elementos de las diferentes representaciones en GeoGebra activan su capacidad de abstracción, favorecen el diseño de estrategias para abordarlos, la implementación de acciones que ahora puede de manera más amplia argumentar y sustentar mediante procedimientos lógicos, gráficos y un vocabulario adecuado a la hora de comunicar sus ideas.

Acorde a estas ideas el MEN (1998) pone énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial y de la geometría activa, que parte de la actividad del alumno y su confrontación con el mundo, involucrando al estudiante en una serie de interacciones que le permitirán avanzar desde un espacio intuitivo o sensomotor a un espacio conceptual o abstracto que favorecen la reflexión y razonamiento sobre propiedades geométricas abstractas tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de manipulaciones mentales.

A partir de todas estas consideraciones, la investigación logra el cumplimiento del objetivo cuatro: Evaluar los resultados de la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas, para el fortalecimiento de procesos de razonamiento en estudiantes de octavo grado

Conclusiones

A partir de la triangulación de los resultados obtenidos en cada fase del trabajo, a través de los diferentes instrumentos utilizados y acordes con los objetivos de la investigación, se establecen conclusiones y recomendaciones de este.

En relación con el primer objetivo específico: Indagar las dificultades que tienen los estudiantes, relacionadas con la competencia de razonamiento en la resolución de problemas aplicando los conceptos de área y volumen, se encuentra que en promedio solo un 45% de los

estudiantes seleccionaron las respuestas correctas en la prueba. Ahora bien, Los resultados de la prueba en relación a las respuestas correctas, evidencian un fenómeno particular entre las preguntas 1 y el resto de las preguntas, con un 93% de estudiantes que acertaron al responder la pregunta 1, mientras en promedio las otras 4 preguntas solo un 33% de los estudiantes contestaron correctamente, si bien la pregunta 1, está relacionada con el concepto de área, involucrando el reconocimiento de los polígonos que comprenden el concepto de bidimensionalidad, mientras las otras 4 preguntas del test abordan situaciones que involucran el concepto de volumen y la comprensión de la tridimensionalidad, confirmando las limitaciones de la enseñanza de geometría al estudio de figuras planas y la necesidad de empezar a proporcionar al estudiante experiencias contextualizadas que proporcionen comprensión al estudiante de espacio y del mundo que le rodea, tal como lo expresa el MEN(1998).

Por otro lado, en relación con las explicaciones que aportaron los estudiantes como argumento para soportar sus respuestas, se evidencia que un vocabulario muy básico, que refleja poca apropiación del tema cuerpos geométricos, así mismo sus escritos no dan cuenta de los procedimientos que bien pudieron llevarse a cabo para dar solución a las diferentes situaciones que se plantean en cada pregunta. Estas dificultades están asociadas el bajo nivel de razonamiento de los estudiantes, que en términos de Vargas y Gamboa (2013), corresponden a descriptores del nivel 1 del modelo de razonamiento de Van Hiele, pues a pesar de reconocer algunos cuerpos geométricos, los aborda de manera global, sin diferenciar sus atributos y su lenguaje geométrico es muy básico.

En relación a los objetivos 2 y 3, Los resultados evidenciados en cada sesión de aprendizaje, dan cuenta de cómo la herramienta GeoGebra ofrece una gran oportunidad para que los estudiantes activen además de su motivación, su capacidad de abstracción y establezcan

relaciones entre la bidimensionalidad y la tridimensionalidad, a través de sus vistas simultáneas en 2D y 3D que permiten al estudiante relacionar las figuras con bidimensionalidad y los cuerpos con la tridimensionalidad, ampliando la lista de ventajas que sobre este software se ha expresado, García (2012).

Ahora bien, en relación estos ambiente de aprendizaje mediado por las tic, los resultados de la fase de diseño e implementación de la investigación permiten reafirmar el papel fundamental que juegan los docentes, para lograr favorecer procesos de razonamiento en los estudiantes, por un lado mediante la organización minuciosa y coherente de actividades y acciones que favorezcan el desarrollo de esta competencia y por otro, lograr durante el desarrollo de las actividades, la activación de un trabajo colectivo fundamentado en las preguntas, que actúan como mediadoras entre los estudiantes y las actividades que se generan a partir de dichas herramientas, para este caso específico del software GeoGebra, tal como lo expresa Ruiz (2018) y Dolors y Cónsul (2007).

Con relación al cuarto objetivo específico, los resultados de la prueba final muestran que en promedio un 92% de los estudiantes respondieron correctamente las preguntas de la prueba final. Respalda estos resultados las justificaciones a cada pregunta por parte de los estudiantes, que reflejan argumentos más coherentes y completos, en los que ya nombran las figuras y cuerpos geométricos, y se consideran sus características para abordar las situaciones que sobre ellos se plantean, ejemplo de ello se evidencia a la hora establecer comparaciones entre cuerpos geométricos, las cuales giran en torno a elementos como caras, vértices, aristas, bases y lados. Así mismo, se evidencian dibujos de las diferentes representaciones, sobre las cuales apoyan sus ideas y procedimientos, evidenciando un mejor abordaje de las situaciones problemas y mejoras en los procesos de razonamientos de los estudiantes, fundamentado en los descriptores del nivel

2, expuestos por Vargas y Gamboa (2013).

En términos generales se concluye que, el desarrollo de la investigación permitió el logro del objetivo general planteado: Fortalecer la competencia de razonamiento matemático que utilizan los estudiantes de octavo grado de la I.E Cristóbal Colón, cuando se enfrentan a la resolución de problemas relacionados con los conceptos de área y volumen usando GeoGebra.

A continuación, se muestra las categorías, subcategorías y elementos abordados (figura 17), que aportan a nuevas líneas de investigación en la resolución de problemas geométricos y la incorporación de la herramienta dinámica GeoGebra para fortalecer el razonamiento matemático de los estudiantes.

de Van Hiele (1957), Vargas, G. y Gamboa, R. (2013), Alsina, Burgués & Fortuny (1995). Polya (1989), García (2012), Poggioli (2009).

Consolidando estas ideas se puede decir que:

Al indagar las dificultades que en términos de razonamiento presentan los estudiantes a la hora de resolver problemas, se confirman la existencia de problemas de visualización de formas geométricas que limitan el reconocimiento de las figuras y cuerpos, así como debilidades en la argumentación, explicación o justificación de los procesos de resolución de problemas, que reflejan que no hay un vocabulario geométrico básico para expresar sus ideas, Corberán, Gutiérrez, Huerta, Bautista, Peñas & Ruiz (2014), Vargas y Gamboa (2013) relacionan estas dificultades con características del nivel más bajo de razonamiento según el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele.

El diseño e implementación de la estrategia didáctica basado en problemas, permite generar un ambiente favorable para el aprendizaje de la geometría, que conecta al estudiante con el espacio en que se mueve, activa su capacidad de razonamiento, dando apertura a la incorporación de estrategias y la generación de un plan que le permita abordar y dar solución apropiada a las diferentes situaciones que se le presentan, contribuyendo así a responder la pregunta de investigación del presente proyecto. Defaz (2017) comparte la idea de que los estudiantes desarrollen actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problemáticas, que requieren un correcto conocimiento de conceptos y un adecuado desarrollo de procesos y de esta manera el aprendizaje adquiera un sentido práctico y funcional para los estudiantes.

Acorde con las ideas expuestas por Guevara (2018), la investigación resalta cómo el uso de herramientas tic y de manera particular la herramienta GeoGebra, aportan a la resolución de

problemas un ingrediente motivante a favor del aprendizaje del estudiante, permitiendo al estudiante aprender a través de su propia experiencia, de construir, explorar y manipular las representaciones de los cuerpos geométricos, descubriendo e identificando características y elementos de los cuerpos, favoreciendo la comprensión de la bidimensionalidad y tridimensionalidad y activando la habilidad de visualización y la capacidad de abstracción e integrando dinámicamente nociones sobre área y volumen.

Ahora bien, la creación de este ambientes de aprendizaje basado en la resolución de problema y el uso de la herramienta GeoGebra, logran a partir de la planificación de acciones organizadas y secuenciadas por parte del docente, activar habilidades esenciales en el aprendizaje de la geometría: visualización, comunicación, dibujo y lógicas expuestas por Alsina, Burgués y Fortuny (1995), necesarias para que el estudiante establezca relaciones con su entorno, solucione problemas relacionados con la bidimensionalidad y tridimensionalidad y fortalezca su razonamiento.

Por lo anterior, podemos concluir que el desarrollo de la intervención pedagógica propuesta en la investigación permitió la creación de un ambiente de aprendizaje que activó la participación del estudiante, para hacer construcciones de figuras, verificar propiedades y transformaciones, favoreciendo el reconocimiento de polígonos y cuerpos geométricos a partir de la identificación de sus características, la comprensión de la bidimensionalidad y tridimensionalidad, activando la habilidad de visualización y la capacidad de abstracción en los estudiantes generando avances en su proceso de razonamiento, como lo plantea el objetivo general de la investigación.

Recomendaciones

Se exhorta al estudiante a seguir explorando de manera autónoma herramientas digitales que propicien la exploración de los cuerpos geométricos, en especial a continuar con el estudio de cuerpos redondos que fortalezca el conocimiento que se tiene sobre ellos y permita superar algunas dificultades evidenciadas en la intervención pedagógica. Bien, además de GeoGebra encontramos otras herramientas que permiten explorar, jugar y divertirnos mientras aprendemos.

A nivel institucional, se sugiere una revisión sobre las metodologías y estrategias que soportan el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, a partir de los referentes de calidad educativa, a fin de favorecer un proceso de reflexión encaminado al replanteamiento de estas. De manera particular, los docentes están llamados a hacer de la incorporación de las Tic, un aliado para generar ambientes de aprendizajes dinámicos, con los que el estudiante de esta época normalmente se siente identificado y motivado, ante el desarrollo de actividades que propenden por la exploración y construcción del conocimiento a través de su propia experiencia, favoreciendo el logro de los objetivos educativos.

Ahora bien, la implementación de toda práctica educativa debe estar en concordancia con las necesidades educativas de nuestros estudiantes, de manera que la generación de los ambientes de aprendizaje favorezca la participación del estudiante de manera activa en el proceso de aprendizaje.

Por último, fortalecer a nivel institucional la intervención pedagógica, que además se constituye en un referente para otras acciones, encaminadas a mejorar el proceso de aprendizaje en las diferentes áreas del conocimiento.

Referencias Bibliográficas

- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. (1995). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid, España.
- Antezana, R., Cayllahua, U., Yalli, E. y Rojas, E. (2020). *Modelo Van Hiele y software GeoGebra en el aprendizaje de estudiantes en áreas y perímetros de regiones poligonales*. (U. N. Huancavelica, Ed.) Horizonte de la ciencia, Investigación en educación, Vol. 10(N°18).
- Aravena, M., Gutiérrez, A. y Jaime, A. (2016). *Estudio de los niveles de razonamiento de Van Hiele en alumnos de centros de enseñanza vulnerables de educación media en Chile*. Chile: Enseñanza de las ciencias.
- Báez, R. & Iglesias, M. (2007). *Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL "El Mácaro*. Enseñanza de la Matemática, Vols. 12 al 16, Número extraordinario, 67-87.
- Bausela, E. (1992). *La docencia a través de la investigación acción*. Revista Iberoamericana de Educación, 20/, 7-36. Madrid, España. Disponible en:
<https://doi.org/10.35362/rie3512871>
- Bello, J. (2007). *Mediación del software GeoGebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria*. Tesis de maestría. Lima, Perú.
- Cano, J. (2017). *El modelo de Van Hiele en la caracterización de poliedros*. Trabajo de grado, Universidad de Antioquia, Medellín. Colombia.

- Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L. y Acosta, M. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Enlace Editores Ltda.
- Castro, E. (2008). *Resolución de problemas, ideas, tendencias e influencias en España*. Granada, España: Universidad de Granada.
- Carranza, M. (2011). *Exploración del impacto producido por la integración del ambiente de geometría dinámica (AGD) GeoGebra en la enseñanza de los cursos de matemáticas básicas de primer semestre de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Palmira*. Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia. Palmira, Colombia.
- Constitución política de Colombia. (1991). Bogotá, Colombia.
- Cuentas, E., Miranda, F., Chilito, G. (2017). *Secuencia didáctica Sólidos geométricos mediada por el software GeoGebra para estimular el pensamiento geométrico en estudiantes de 9º*. Barranquilla, Atlántico: Universidad del Norte. Colombia.
- Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Bautista, Peña, A., & Ruiz, E. (2014). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Madrid, España: Ministerio de Educación y Ciencias.
- Defaz, G. (2017). *El desarrollo de habilidades cognitivas mediante la resolución de problemas matemáticos*. Ecuador: Universidad Técnica de Babahoyo.
- Díaz Barriga, A. (2013). *Secuencias de aprendizaje*. España.
- Dolors, M., y Cónsul, M. (2007). *Historia de un cambio. Un currículo integrado con el aprendizaje basado en problemas*. Biblioteca Docente Didáctica. Barcelona, 35-53.
- Elliott, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid, España.

<https://es.slideshare.net/cruzsanchezvega/el-cambioeducativodesdelainvestigacionacion-elliott-1>

Fouz y De Donosti. (2005). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Un paseo por la geometría*. Bilbao, España: UPV-EHU.

Gamboa, R. y Ballesteros, E. (2010). *La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes*. Revista electrónica Educare, Vol. 14(Nº2), 125-142.

García, M. D. M. (2012). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula* (Tesis doctoral). Almería, España: Universidad de Almería.

Guevara, R., D. (2018). *GeoGebra herramienta dinámica para fortalecer el razonamiento matemático en la enseñanza de la geometría en el colegio Integrado de Cabrera*. Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander, Facultad de ciencias humanas.

Gutiérrez, A. (2006). *La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría, Geometría para el siglo XXI* (pp. 13-58). Badajoz: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas y Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Gutiérrez, A. (1998). *Las representaciones planas de cuerpos tridimensionales en la enseñanza de la geometría*. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes, revista EMA, Vol 3.

Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las ciencias y de las matemáticas*. Madrid, España.

Hernández, J. (2010). *¿Qué es GeoGebra?* Revista digital para profesionales de la enseñanza(Nº8). Obtenido de <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd7158.pdf>.

- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill.
- Herrera N, Montenegro W, Poveda S. (2012). *Revisión teórica sobre la enseñanza aprendizaje de las matemáticas*. Revista virtual Universidad Católica del Norte(Nº35), 254-287.
Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=1942/194224362014>.
- Inojosa, M. y Buitrago, J. (2015). *La investigación en pensamiento geométrico y didáctica de la geometría. Trabajo de Investigación*. Venezuela: Universidad de Carabobo, Investigaciones en Educación matemática.
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2011). *Guía para la lectura e interpretación de los reportes de resultados Institucionales de la aplicación muestral de 2011*. Colombia.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele, en Llinares, S.; Sánchez, M.V. (eds.). Teoría y práctica en educación matemática (colección "Ciencias de la Educación" N° 4) (pp. 295-384)*. Sevilla: Alfar.
- Jovel, D., Rodríguez, M. (2011). *Concepción de área en estudiantes de grado sexto*. En Perry, Patricia (Ed.), *Memorias 20° Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Klahr, D., & Dunbar, K. (1988). *Dual space search during scientific reasoning*. *Cognitive Science*, 12(1), 1-48
- Lages, E., Pinto, P., Wagner, E. y Morgado, A. (2000). *La Matemática de la Enseñanza Media*. Volumen II. Perú: IMCA.
- MEN. (1994). *Ley 115, Ley general de educación*. Bogotá, Colombia.

- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Bogotá, Colombia.
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencia*. Revolución educativa, Colombia aprende. Bogotá, Colombia.
- MEN. (2018). *Informe por colegio del cuatrienio: Análisis histórico y comparativo*. Bogotá, Colombia.
- Okuda, M. y Gómez, C. (2005). *Métodos en investigación cualitativa: triangulación*. Bogotá, Colombia.
- Patton, M. (2002). *Investigación cualitativa y métodos de evaluación*. tercera ed. Thousand Oaks: Sage.
- Poggioli, L. (2009) Serie: *Enseñando a Aprender. Estrategias de Resolución de Problemas*.
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México, D.F: Editorial Trillas
<https://bit.ly/2V80qL8Polya>
- Reyes, A., Vargas, V., Escalante, C. y Soberanis, V. (2015). *Formas de razonamiento que emergen al resolver problemas de máximos y mínimos con un SGD*. Épsilon, revista de educación matemáticas, Vol. 32(Nº 91).
- Ruiz, J. (2018). *La integración de GeoGebra en el desarrollo del carácter intelectual*. Universidad Externado de Colombia. Tesis de grado.
- Ruiz, N. (2012), *Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria*". Universidad autónoma de Madrid, España.
- Sua, C. y Camargo, L. (2019). *Geometría dinámica y razonamiento científico: Dúo para resolver problemas*. Artículo de investigación, Universidad Pedagógica Nacional, Matemáticas, Bogotá.

Taylor, S.J. y Bogdan, R. (1987), *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*.

Ediciones Paidós, Ibérica S.A. España.

UNESCO. (1990). *Declaración mundial sobre educación para todos "satisfacción de las necesidades básicas de aprendizaje*. Tailandia.

Van Hiele, P.M. (1957). *El problema de la comprensión en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría* (tesis doctoral). Utrecht, Holanda:

Universidad de Utrecht.

Vargas, G. y Gamboa, R. (2013). *El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría*.

Uniciencia, 27(1), 74-94.

Anexos

Anexo 1. Informe por colegio del cuatrienio 2018



Competencia	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con Colombia				
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	Media
Comunicación	49.4	56.6	49.8	68.0	-4.8	-16.2	-10.3	-12.9	-11.1
Resolución	50.8	69.1	51.8	66.9	-4.0	-17.8	-9.5	-12.3	-10.9
Razonamiento	46.0	62.0	54.1	69.3	1.0	-14.0	-9.7	-12.8	-8.9

2. La diferencia con el promedio de los colegios de la ETC

Competencia	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con la ETC				
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	Media
Resolución	50.8	69.1	51.8	66.9	4.7	-6.9	-3.8	-6.0	-3.0
Comunicación	49.4	56.6	49.8	68.0	3.8	-5.0	-2.2	-6.8	-2.5
Razonamiento	46.0	62.0	54.1	69.3	6.8	-3.4	-2.0	-7.1	-1.4

Competencia	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con Colombia				
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	Media
Comunicación	61.6	67.7	60.4	65.2	-16.2	-8.2	-12.1	-8.3	-11.2
Razonamiento	63.3	64.4	59.7	66.1	-11.6	-7.7	-11.5	-9.0	-10.0
Resolución	66.4	65.8	64.1	68.4	-10.5	-5.4	-10.4	-7.6	-8.5

2. La diferencia con el promedio de los colegios de la ETC

Competencia	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con la ETC				
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	Media
Comunicación	61.6	67.7	60.4	65.2	-6.2	-1.8	-4.9	-2.7	-3.9
Razonamiento	63.3	64.4	59.7	66.1	-4.0	-1.0	-4.7	-3.3	-3.2
Resolución	66.4	65.8	64.1	68.4	-3.6	0.2	-3.5	-2.2	-2.3

Anexo 2. Prueba diagnóstica

Código: _____ Grado: octavo 1

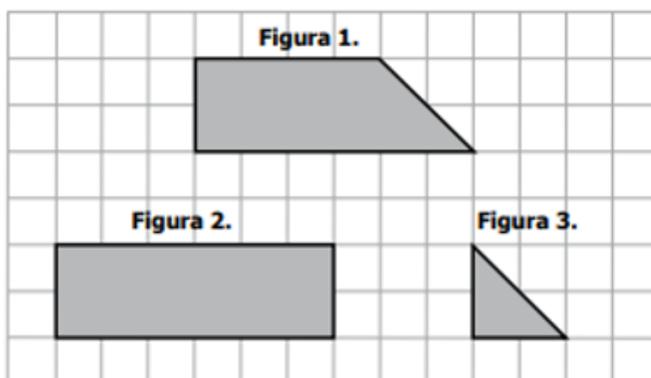
Docentes: Nelly Teherán; Tulio Buelvas

Fecha:

Objetivo: **Indagar las dificultades que tienen los estudiantes, relacionados con la competencia de razonamiento en la resolución de problemas, donde se aplican conceptos de área y volumen.**

Selecciona la respuesta correcta y justifica.

1. Observa las figuras dibujadas sobre la cuadrícula.

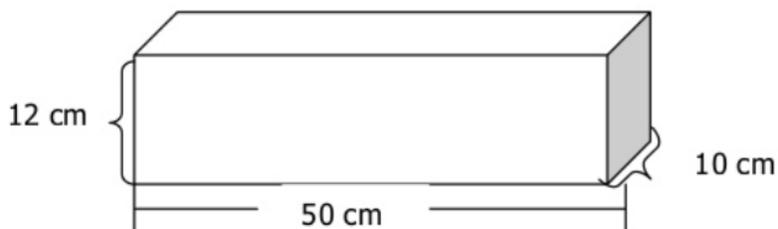


El área de la figura 2 es igual a

- A. El área de la figura 1 menos el área de la figura 3.
- B. Tres veces el área de la figura 3.
- C. Dos veces el área de la figura 1.
- D. El área de la figura 1 más el área de la figura 3.

¿Por qué seleccionó esa respuesta?

2. Natalia, compró en San Gil un regalo para su papá, el cual está dentro de una caja que Natalia quiere envolver en un hermoso papel. Las dimensiones de la caja se muestran en la siguiente figura.



La cantidad mínima de papel regalo que Natalia necesita para envolver la caja está entre:

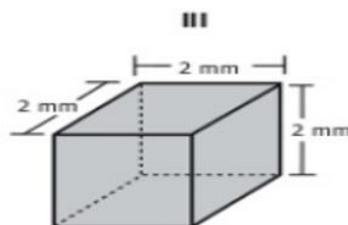
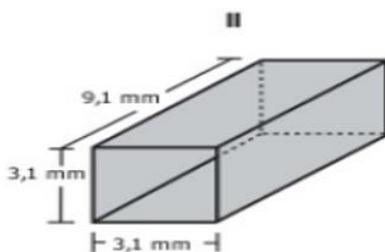
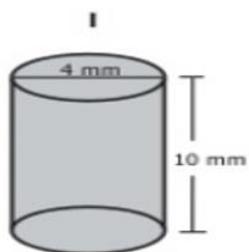
- A. 500 cm^2 y 1000 cm^2
- B. 1000 cm^2 y 1500 cm^2
- C. 1500 cm^2 y 2000 cm^2
- D. 2000 cm^2 y 2500 cm^2

¿Por qué seleccionó esa respuesta?

3. Tres esferas de plata de 3 mm de diámetro, como la que se muestra en la figura, se van a guardar en una caja.



¿En cuál(es) de las siguientes cajas, se pueden guardar las esferas?

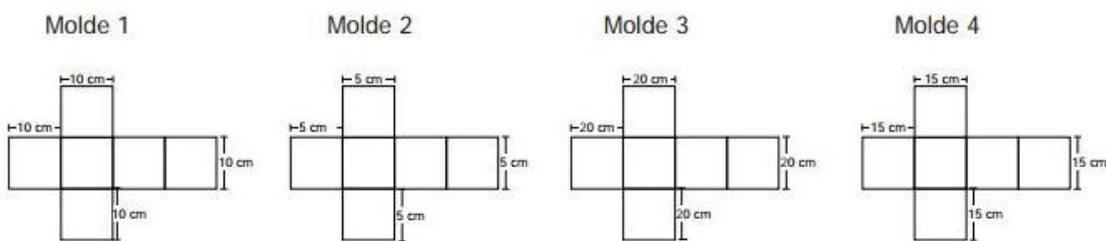


- A. En I solamente
- B. En III solamente
- C. En I y II solamente
- D. En II y III solamente

¿Por qué seleccionó esa respuesta?

4.- En un almacén deportivo quieren empaquetar balones de 10 centímetros de radio en cajas cúbicas.

Disponen de los siguientes moldes para armar las cajas.

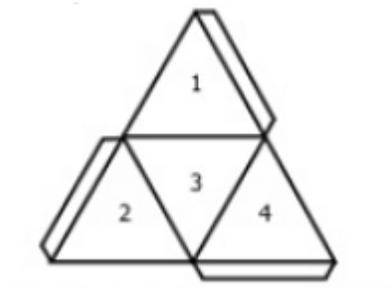


¿Cuál es el molde más adecuado para construir estas cajas?

- A. El molde 1
- B. El molde 2
- C. El molde 3
- D. El molde 4

¿Por qué seleccionó esa respuesta?

5.- A continuación, se presenta el desarrollo plano de un sólido



Del sólido que se puede construir con este desarrollo plano, es **correcto** afirmar que tiene en total

- A. 1 vértice
- B. 2 bases
- C. 3 aristas
- D. 4 caras

¿Por qué seleccionó esa respuesta?

Anexo 3. Guía 1: Familiarizamos con GeoGebra y construimos polígonos

CÓDIGO DEL ESTUDIANTE: _____ Fecha: _____

Objetivos

- ✓ Familiarizar a los estudiantes con el programa GeoGebra
- ✓ Construir polígonos en GeoGebra
- ✓ Identificar propiedades de los polígonos.

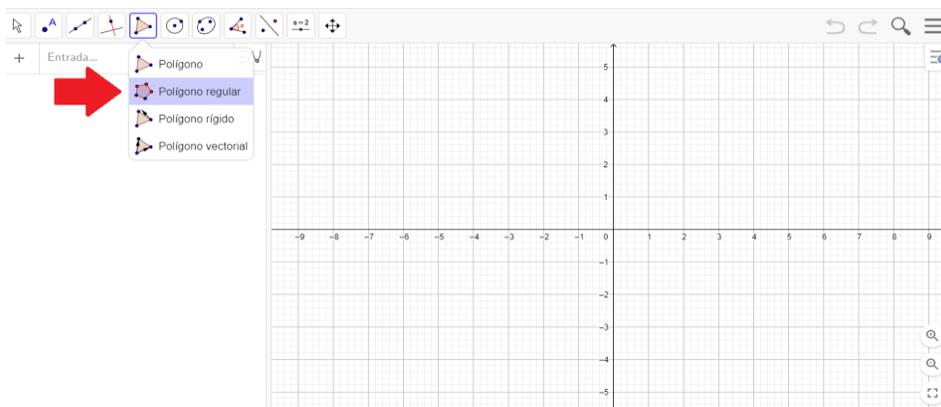
Introducción

GeoGebra es una herramienta TIC mediante la cual el estudiante el estudiante podrá construir y visibilizar elementos del sistema geométrico como líneas, puntos, regiones planas y sólidos en el espacio bidimensional y tridimensional, que podrá combinar y transformar para establecer relaciones y nexos entre dichos elementos.

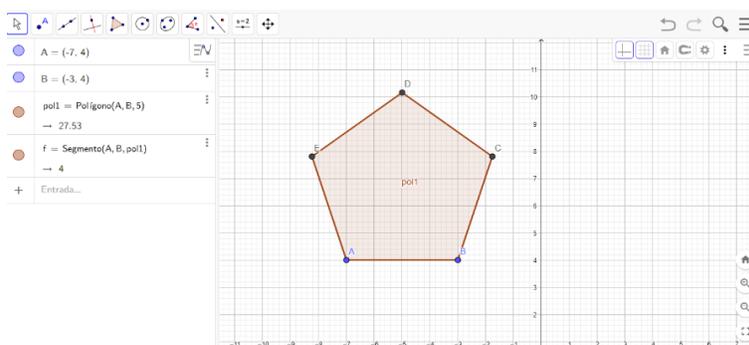
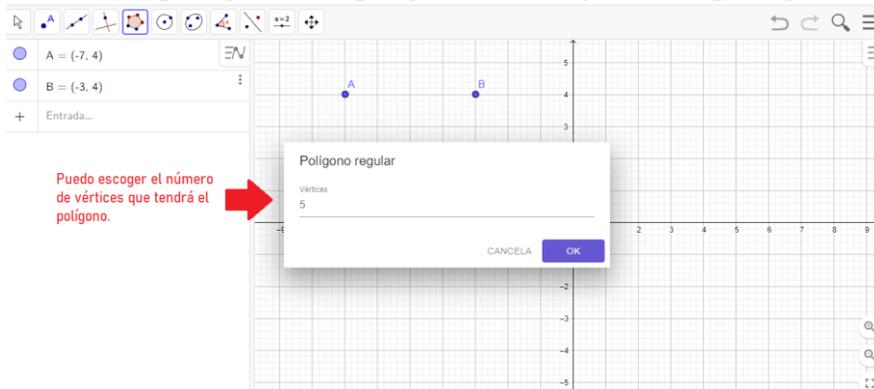
Indicaciones

Lee atentamente cada paso y desarróllalo en el programa GeoGebra, siguiendo las indicaciones del caso.

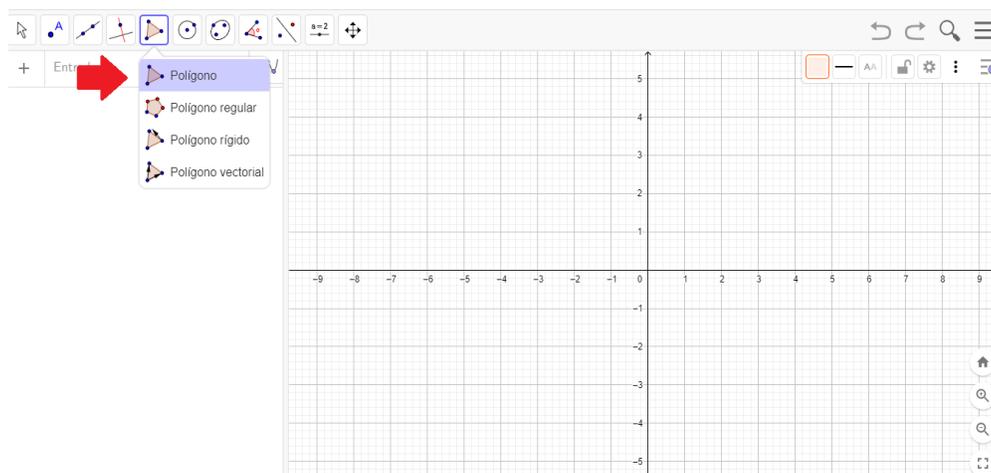
1. Abre la herramienta GeoGebra y se desplegara la interfaz principal del programa.
<https://www.geogebra.org/classic?lang=es>
2. Construyamos un polígono regular, para eso seleccionamos en la barra de herramientas el icono N°5, la opción de polígono regular.

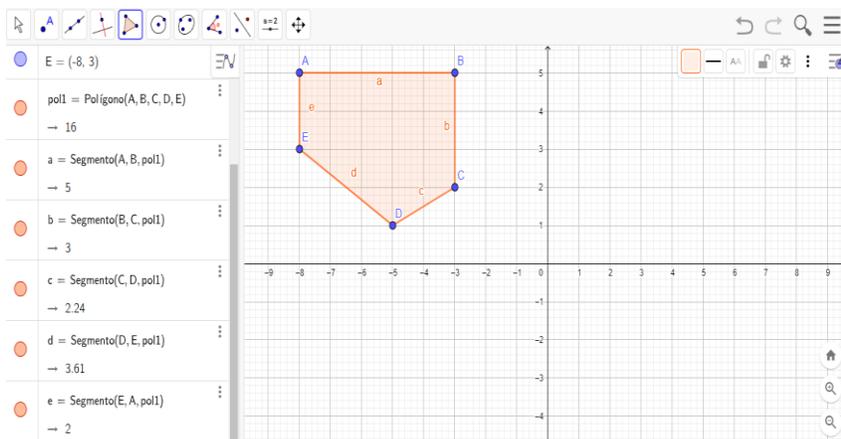


Seguidamente, damos clic en el plano para ubicar un vértice A, luego nuevamente clic para ubicar un segundo vértice B y poder así escoger el número de vértices que tendrá nuestro polígono regular dando ok para generar el polígono (construyamos un pentágono).



3. Construyamos un polígono Irregular, para ello seleccionamos en la barra de herramientas el icono N°5, la opción polígono y en el plano podrás ubicar libremente los vértices que establecerán los lados de tu polígono irregular.





ACTIVIDAD DE CIERRE

1.- Grafica un polígono de 12 lados REGULAR y otro de 12 lados IRREGULAR, toma foto o captura y envía tu evidencia por WhatsApp. Luego responde:

¿Qué diferencia puedes encontrar entre ambos polígonos?

¿El número de vértices de un polígono cualquiera siempre es igual al número de lados?

¿Es posible dejar un polígono abierto? Explica con tus palabras.

Anexo4. Guía 2: Clasificando cuerpos geométricos

CÓDIGO DEL ESTUDIANTE: _____ Fecha: _____

Objetivos

- ✓ Diferencia entre cuerpos bidimensionales y tridimensionales
- ✓ Identifica características de cuerpos geométricos

Actividad

1. Ahora, Identifica a tu alrededor por lo menos 3 objetos que para ti ejemplifiquen la tridimensionalidad y otros 3 para bidimensionalidad. Describe dichos objetos en tu libreta de proyecto.

2. Observa detenidamente la siguiente galería de imágenes.

1.



2.



3.



4.



5.



6.



- a. ¿Qué semejanzas y diferencias iniciales observas entre las edificaciones de la galería?
- b. ¿Qué clase polígonos forman las edificaciones?
- c. ¿Cómo son las superficies que forman construcciones, curvas o planas?
- d. Propón una posible manera de clasificar estas edificaciones. Justifica tus decisiones

Anexo 5. Guía 3: Comprendiendo los poliedros

CODIGO: _____ Fecha: _____

Objetivos

- ✓ Identificar las principales características, elementos y clasificación de los poliedros mediante construcciones con el software GeoGebra
- ✓ Diferenciar entre cuerpos bidimensionales y tridimensionales mediante la construcción de polígonos regulares.

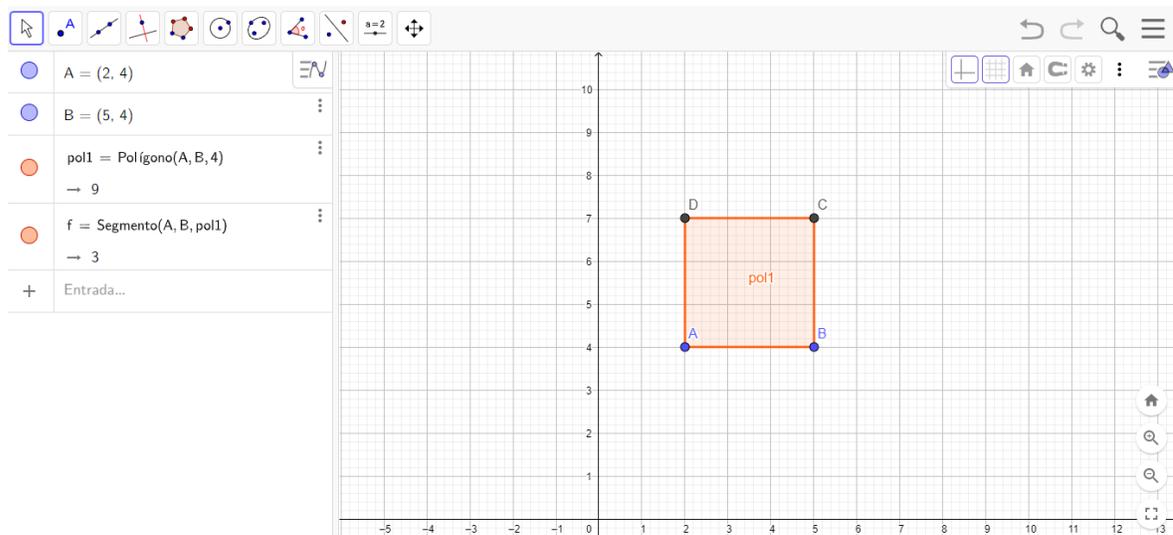
Introducción:

Nuestro mundo está rodeado de formas, figuras y cuerpos geométricos, que, aunque en su mayoría sin irregulares como los animales y las piedras, encontramos también múltiples objetos que hacen parte de nuestra cotidianidad, como una caja de zapatos, un balón de futbol y un tanque cilíndrico, que pueden ser comprendidos en términos geométricos mediante el estudio de los sólidos.

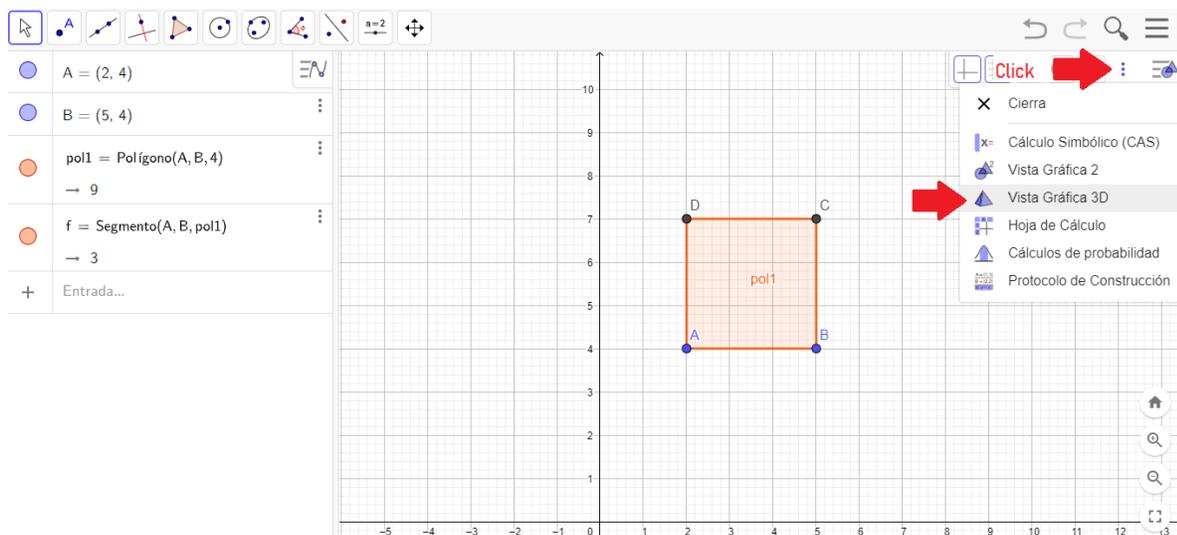
Indicaciones

Lee atentamente cada paso y desarróllalo en el programa GeoGebra, siguiendo las indicaciones del caso.

1. Abre la herramienta GeoGebra y se desplegara la interfaz principal del programa.
2. Realiza la gráfica de un cuadrado en el plano cartesiano. Píntalo como desees seleccionando color en el menú derecho de la pantalla.

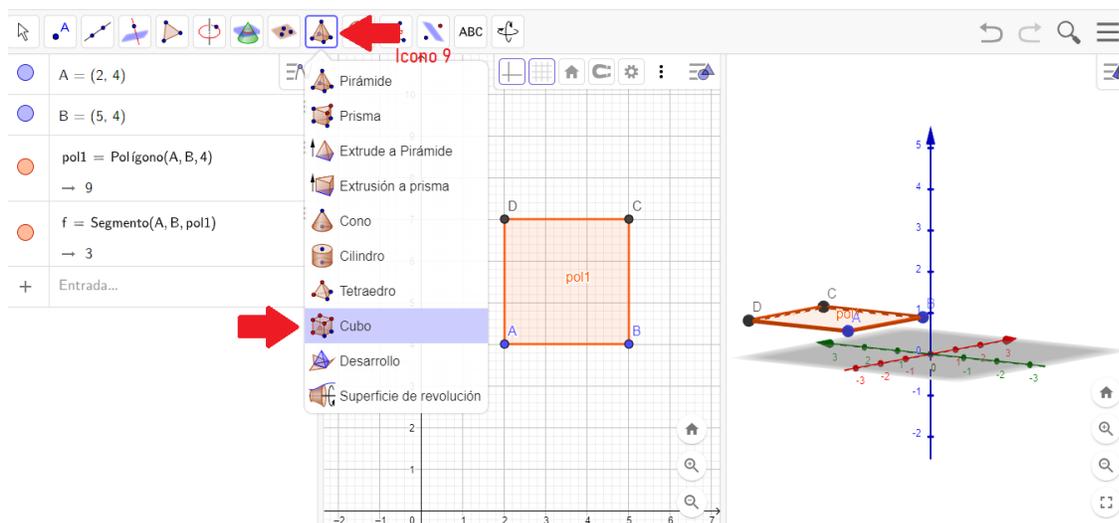


3. Así mismo en el icono de la derecha seleccionamos la vista 3D

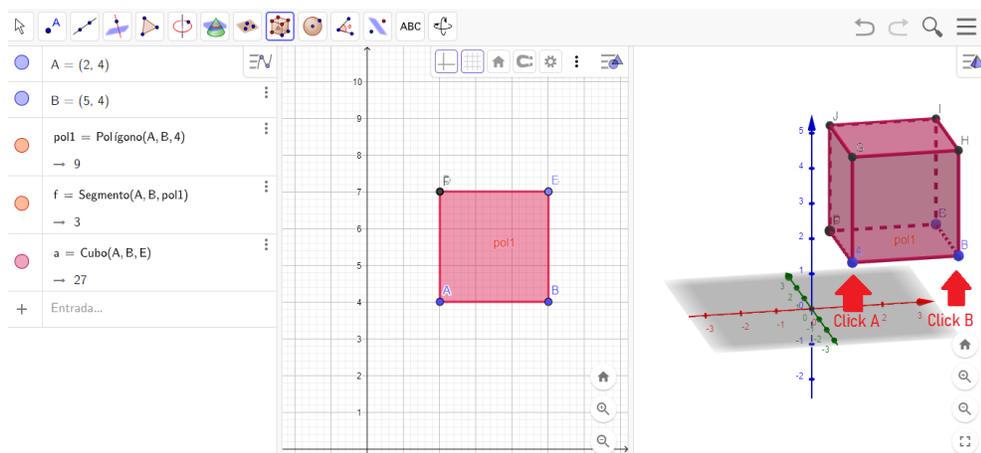


4. Puedes Darle clic izquierdo para rotar todo el plano, y comprobar que efectivamente se trata del mismo cuadrado.

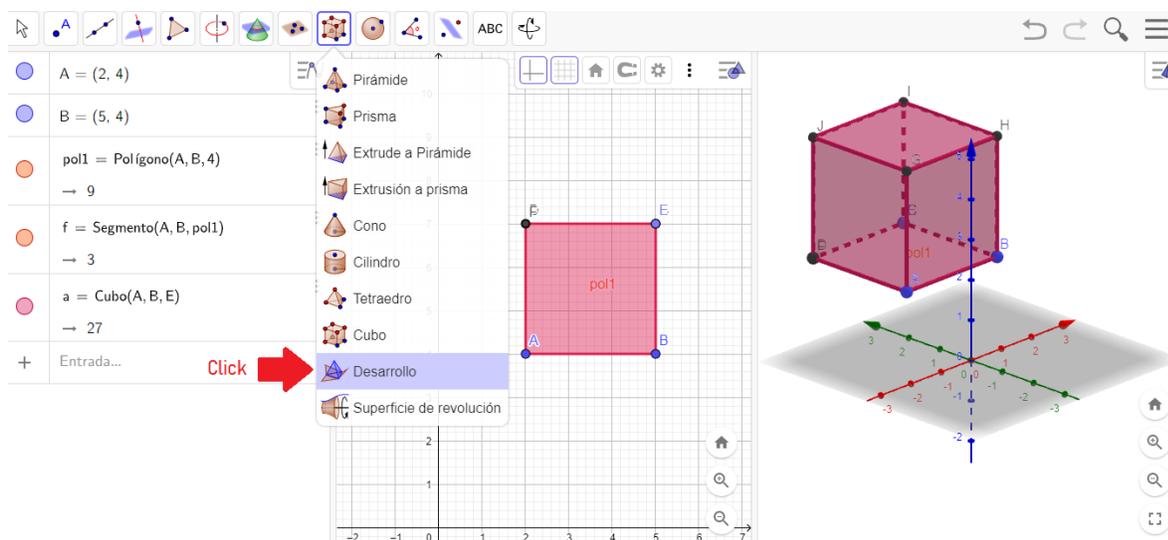
5. Ahora en la barra de inicio, en el ícono N^o9 seleccionamos la opción cubo



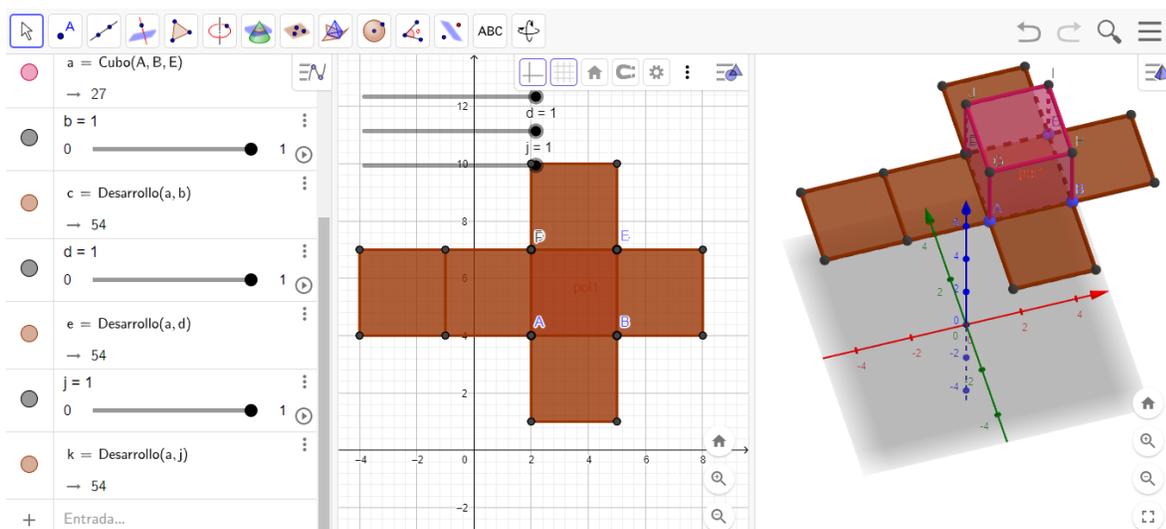
Damos clic a los vértices A y B para formar el cubo.



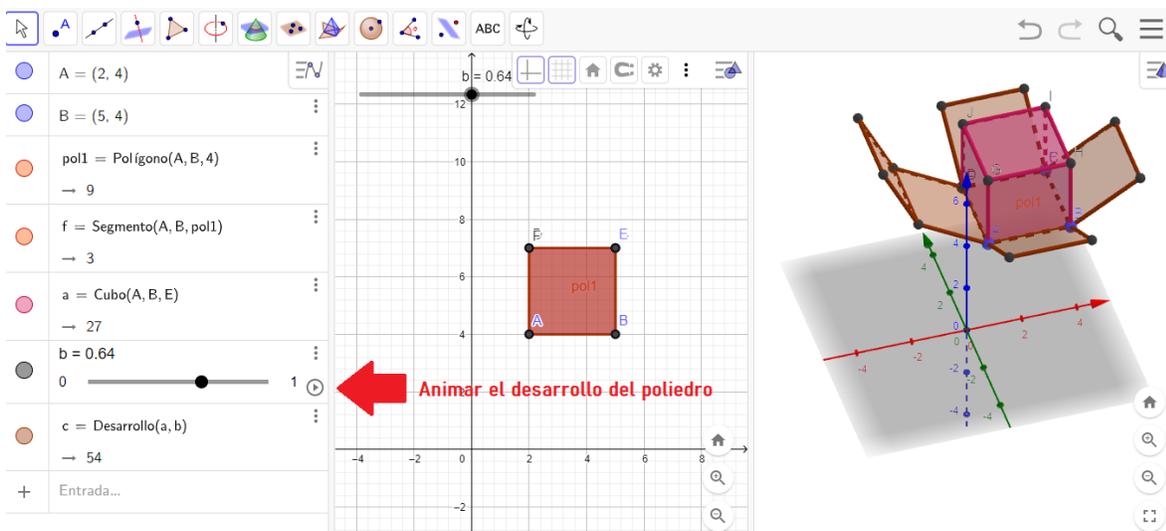
6. Puedes rotar el cubo, dando clic izquierdo en el fondo de la vista 3D, para observar detenidamente las características del poliedro: número de caras, aristas, vértices y forma de la base.



7. Por último, veamos el desarrollo plano que nos ofrece GeoGebra del cubo en 3 y 2 dimensiones. Seleccionando en el menú la opción desarrollo y dando clic izquierdo en el cubo. Con ayuda del botón animación puedes animar el desarrollo del poliedro



Puedes de igual forma girar el cubo para seguir visualizando las piezas de su desarrollo. Con ayuda del botón de animación podremos visualizar la animación con detenimiento.



ACTIVIDAD DE DESARROLLO

Ahora usa GeoGebra para construir dos poliedros con el mismo número de caras, pero con distinto número de aristas y distinto número de vértices para decorar la entrada a la fiesta de María.

Anexo 6. Guía 4: Construcción de un prisma de lados y altura variable

CODIGO: _____ Fecha: _____

Objetivos

- ✓ Clasificar los poliedros en regulares e irregulares
- ✓ Identificar características del prisma, mediante la construcción en GeoGebra.
- ✓ Calcula la superficie de un prisma.

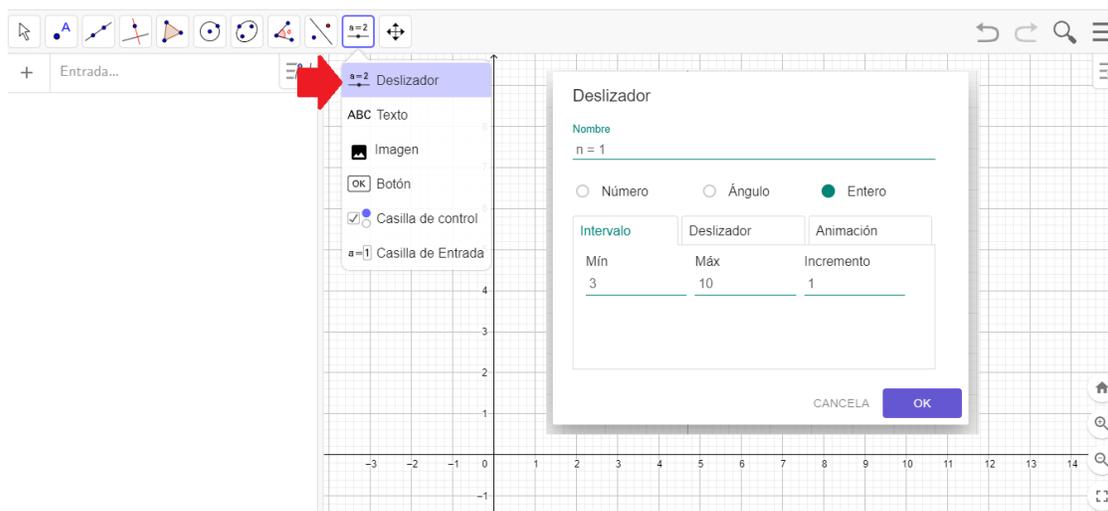
Introducción:

El estudio particular de los poliedros permite modelar las distintas estructuras que conforman nuestro espacio tridimensional, permitiendo abordar y darle solución a diversas situaciones motivo de estudio de diferentes áreas como la física, la arquitectura, la biología, entre otras orientadas a mejorar las condiciones de vida.

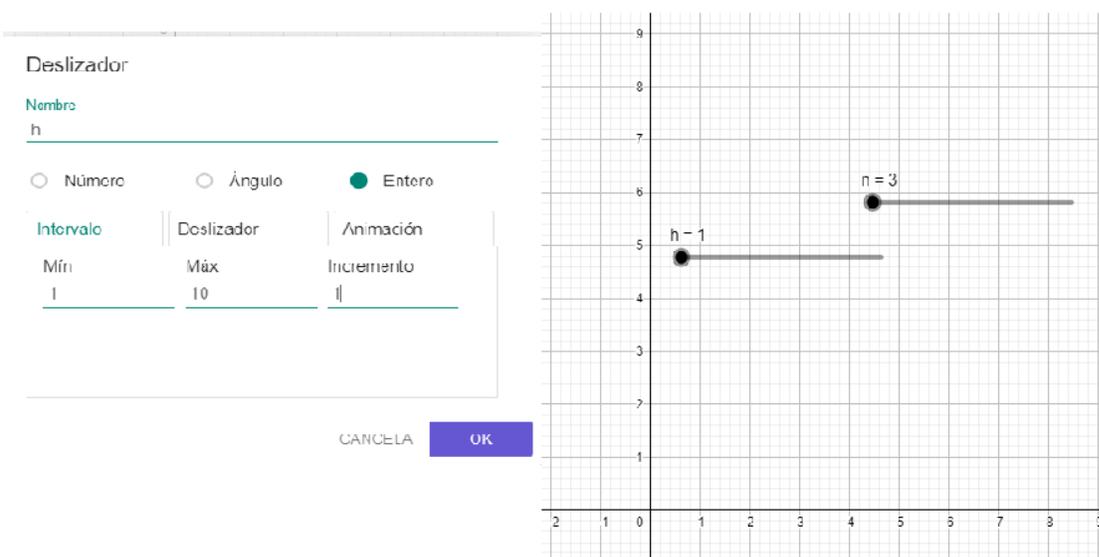
Indicaciones

Lee cada paso descrito a continuación y desarróllalo en la herramienta GeoGebra

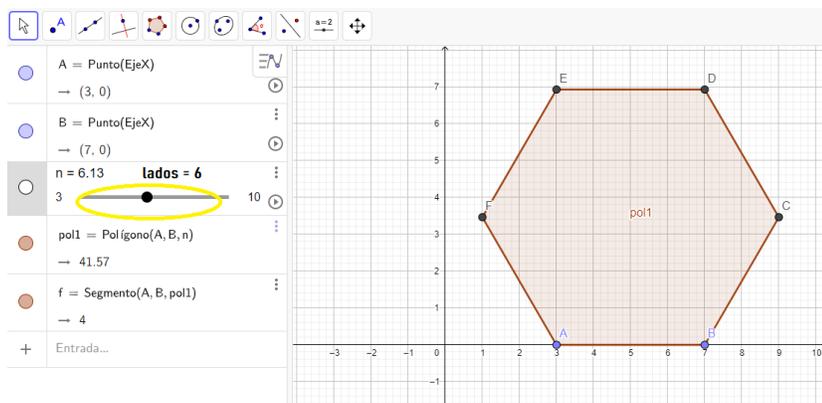
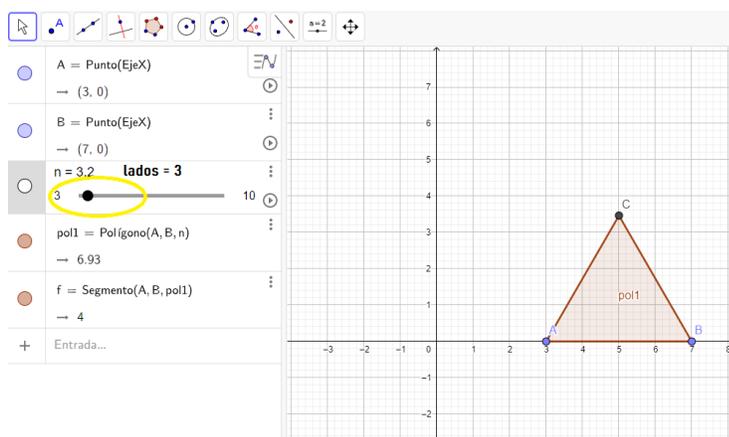
1. Abre la herramienta GeoGebra y se desplegará la interfaz principal del programa.
2. Iniciaremos insertando dos deslizadores, de nombres: n para los lados y h para la altura



3. Nos dirigimos al menú N° 10 y seleccionamos deslizador, para el deslizador de los lados(n) debemos establecer el intervalo que deseemos, en este caso para la base de los prismas seleccionamos desde mínimo 3 hasta máximo 10 lados, con un incremento de 1 y para finalizar damos ok. Para el caso del deslizador altura (h), el valor mínimo será 1 y el máximo 10 con incremento 1, y para finalizar ok.

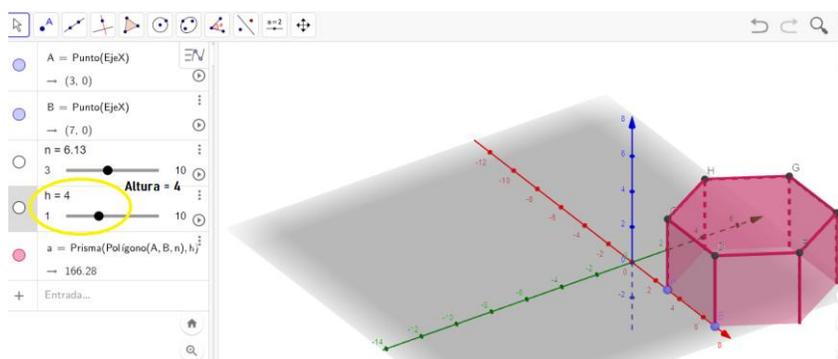
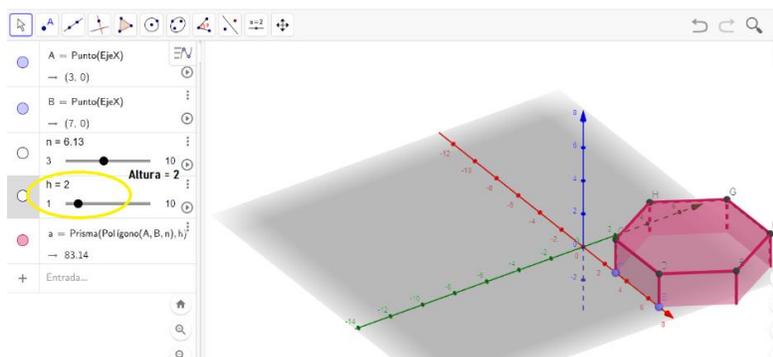
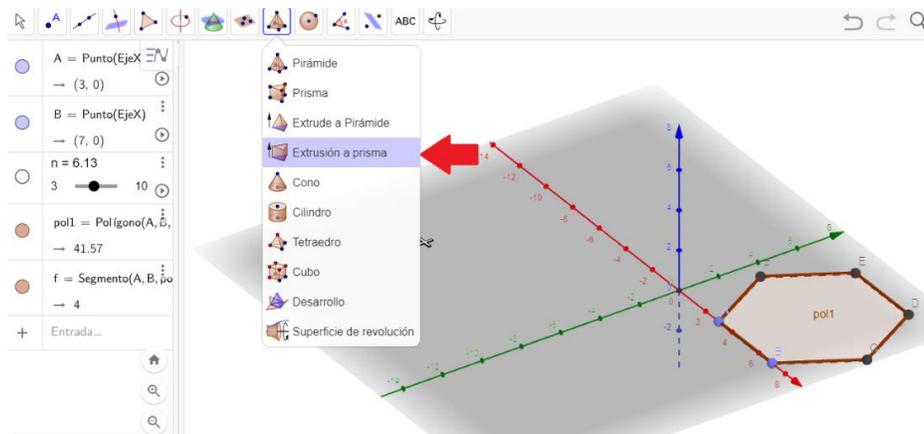


4. Ahora insertamos un polígono regular y para el número de vértices o lados insertamos el deslizador n . Observarás que al mover el deslizador n , el número de lados cambia.



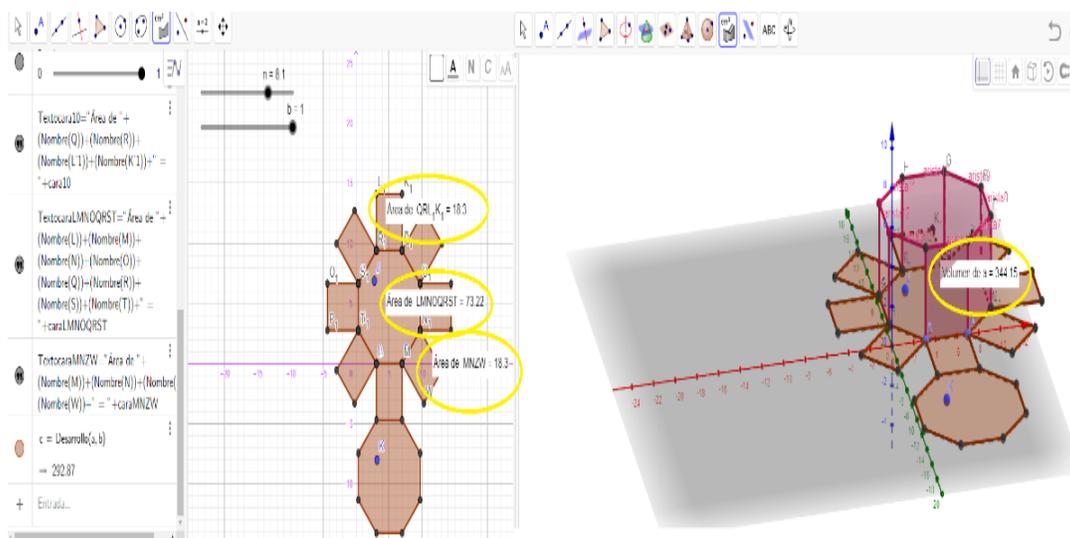
5. Abrimos la vista 3D y seleccionamos en el menú N° 9 para construir poliedros la opción

extrusión a prisma y al solicitar la altura, insertamos el deslizador h. Observarás que al mover el deslizador h, la altura de los prismas cambia.



6. Puedes observar el tipo de prisma que desees seleccionando el número de lados y la altura que desees, así también observar su desarrollo plano.

7. Por último, podemos explorar el área del prisma y el volumen de este, apoyados en las representaciones en 2 y 3 dimensiones, seleccionando en el menú n°8 la opción área y la opción N° 11 para el volumen.



ACTIVIDAD DE DESARROLLO

Responde en tu libreta de proyecto:

1. ¿Qué características tienen estos dos poliedros y que nombre reciben?
2. Calcula el área total de cada prisma
3. Escribe las diferencias y semejanzas que logras identificar de ellos
4. Si se disminuye en una unidad el número de lados de uno de estos prismas ¿El nuevo prisma mantendrá el mismo número de caras laterales que el prisma inicial?
5. Identifica el prisma que representa el regalo que le dará el padre de María el día de su cumpleaños, Propón un desarrollo plano que permite envolverlo y calcula el área del papel necesario para envolverlo.

Anexo 7. Guía 5: Construcción de pirámide

CODIGO: _____ Fecha: _____

Objetivos

- ✓ Identificar características de la pirámide mediante la construcción en GeoGebra.
- ✓ Calcular el volumen y la superficie de una pirámide

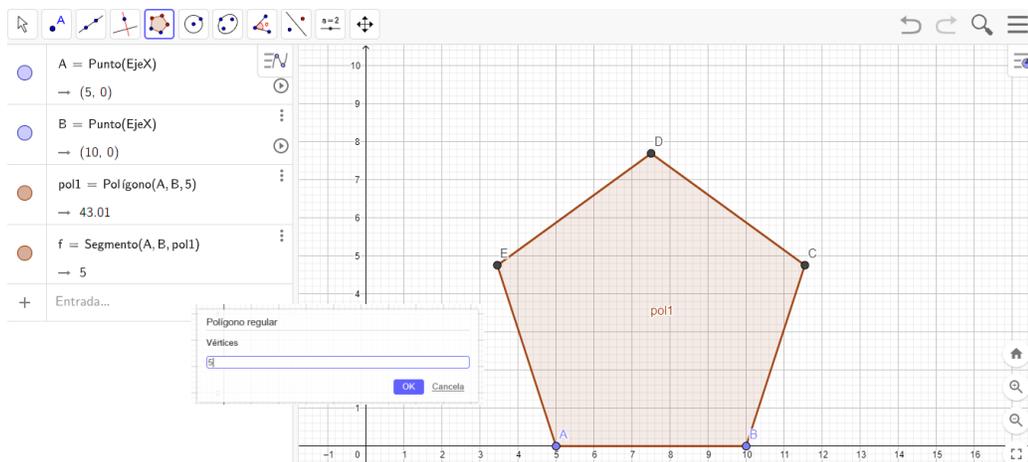
Introducción

El estudio particular de los poliedros permite modelar las distintas estructuras que conforman nuestro espacio tridimensional, permitiendo abordar y darles solución a diversas situaciones motivo de estudio de diferentes áreas como la física, la arquitectura, la biología, entre otras orientadas a mejorar las condiciones de vida.

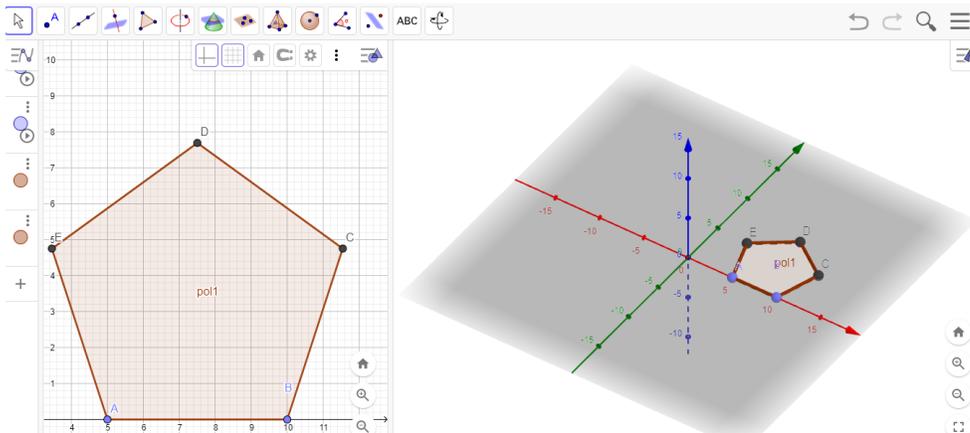
Indicaciones

Lee cada paso descrito a continuación y desarróllalo en la herramienta GeoGebra para la construcción de una pirámide regular

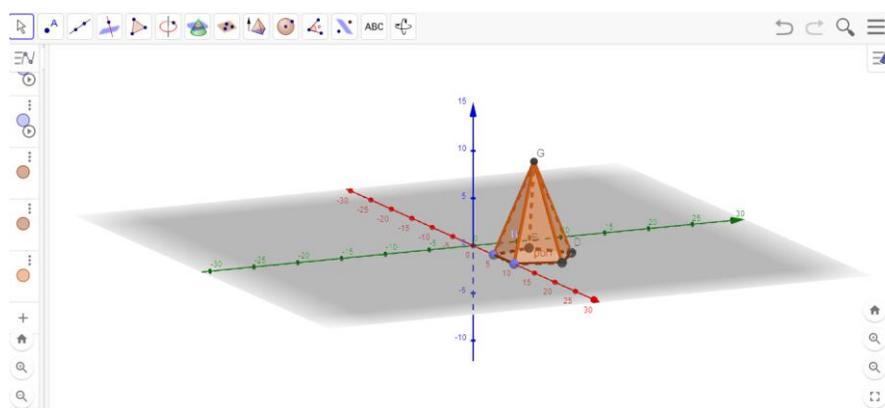
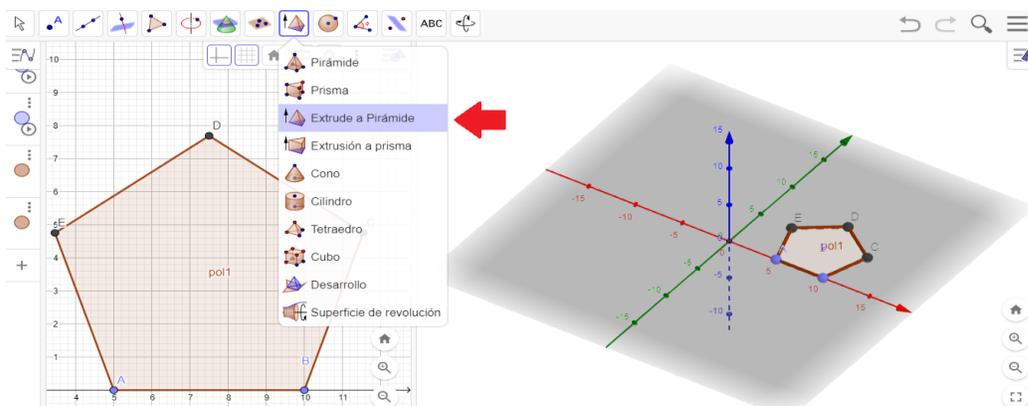
1. Abre la herramienta GeoGebra y se desplegará la interfaz principal del programa.
2. Selecciona en el ícono N° 5 de la barra de herramientas, la opción polígono regular.
3. A continuación, en la vista gráfica procedemos a seleccionar dos puntos que establecerán la longitud de un lado de la base de la pirámide, luego, se construye la base, del polígono regular. Dicho polígono puede tener los lados que se desee, en este caso tendrá 5 lados, es decir, formaremos un pentágono. Seguido aparecerá un cuadro de diálogo que pedirá insertar el número de vértices y al finalizar damos ok. Este polígono se visualizará en la vista gráfica de inmediato.

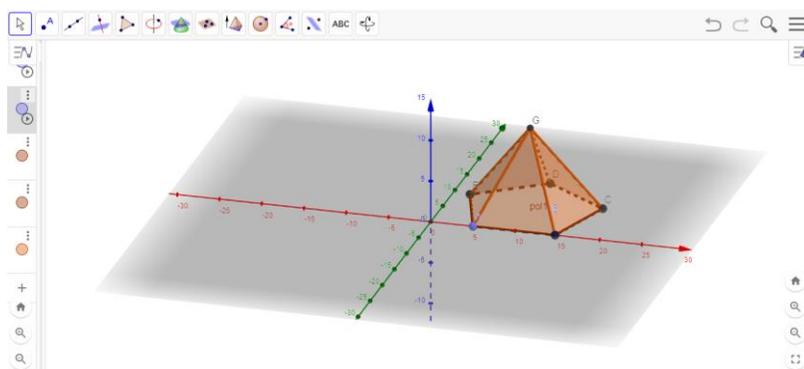


4. En el menú de la parte superior derecha, seleccionamos la vista 3D



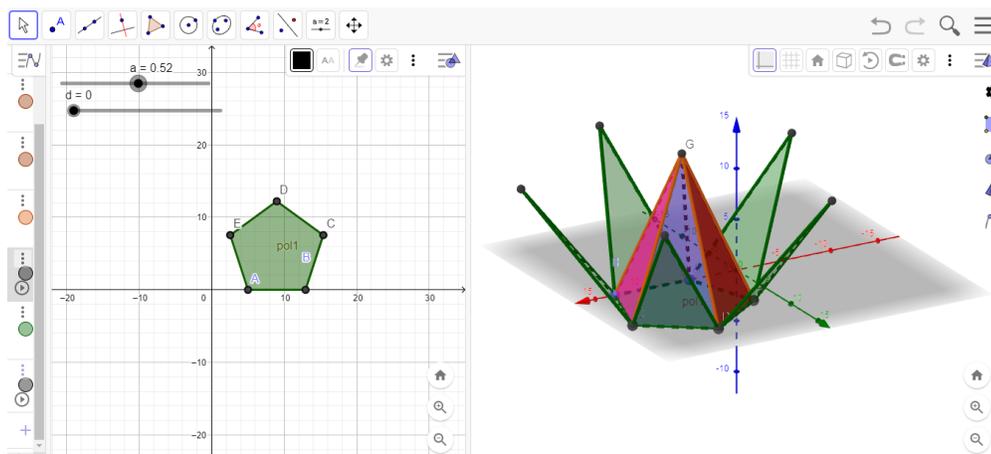
5. Seleccionamos en la barra de herramientas el icono N°9 la opción extrusión a pirámide que solicitará la altura que deseamos para este poliedro (10 unidades) y damos ok para finalizar. De inmediato se visualiza la pirámide en la vista gráfica.





6. Podemos obtener mediante la herramienta el volumen de la pirámide, seleccionando en la barra de herramientas de la vista 3D, en el icono N°12 la opción volumen y dando clic en la pirámide. De igual forma se obtiene el área de la región poligonal que queramos, base o lados de la pirámide, seleccionando en este mismo icono la opción área. Estos datos son observados así mismo en la vista algebraica

7. Para observar su desarrollo plano debes dirigirte a la barra de herramientas, selecciona el ícono N°9 y escoges desarrollo, puedes apreciar su desarrollo en las dos vistas que ofrece el programa.



ACTIVIDAD DE CIERRE

1. Toma una captura a la pirámide que construiste y responde:

¿Qué nombre recibe la pirámide en 3D del ejemplo que se construyó con el software? ¿por qué?

Si se disminuye en una unidad el número de lados de la base de la pirámide que construiste ¿Cómo es la nueva pirámide?, ¿la nueva pirámide tiene el mismo número de caras laterales que la que construiste? Explica.

2. Escoge la pirámide apropiada para el cumpleaños de María.

Anexo 8. Guía 6: Construcción del cilindro

CÓDIGO: _____ Fecha: _____

Objetivos

- ✓ Identificar características de cuerpos redondos mediante la construcción en GeoGebra.
- ✓ Calcular área y volumen del cilindro.

Introducción:

Al estudiar las figuras y cuerpos geométricos, es necesario identificar aquellas características que las permiten diferenciar unas de otras, en especial las relacionadas con su forma. En esta oportunidad abordamos los cuerpos que contienen por lo menos una de sus caras con superficie curva.

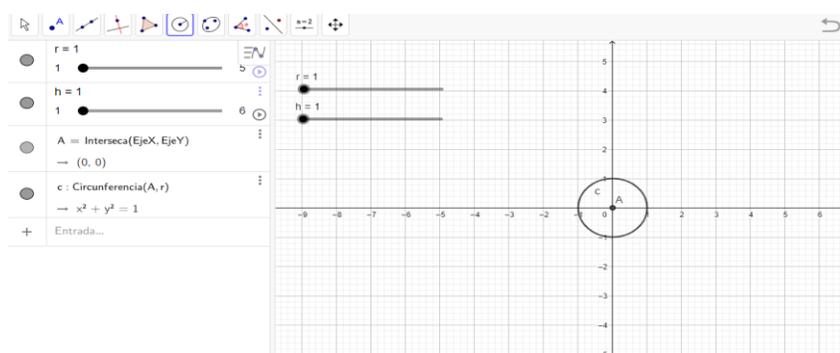
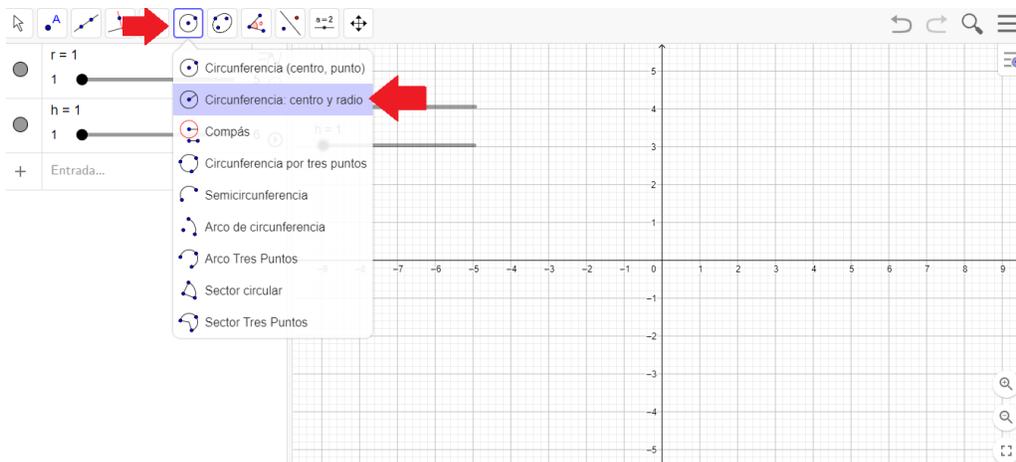
Indicaciones

Lee cada paso descrito a continuación y desarróllalo en la herramienta GeoGebra

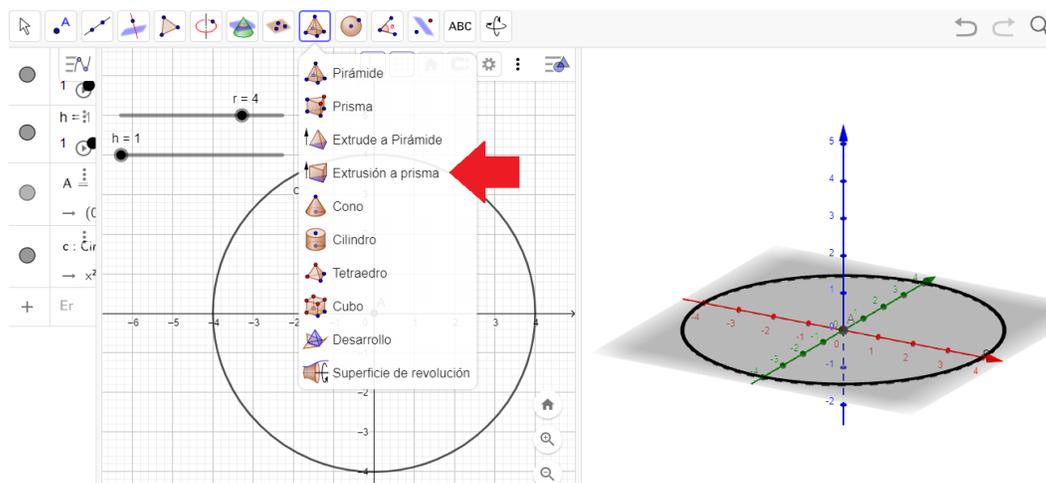
1. Abre la herramienta GeoGebra y se desplegará la interfaz principal del programa. Luego empezaremos a construir el cilindro.
2. iniciaremos insertando dos deslizadores, de nombres: r para el radio y h para la altura.

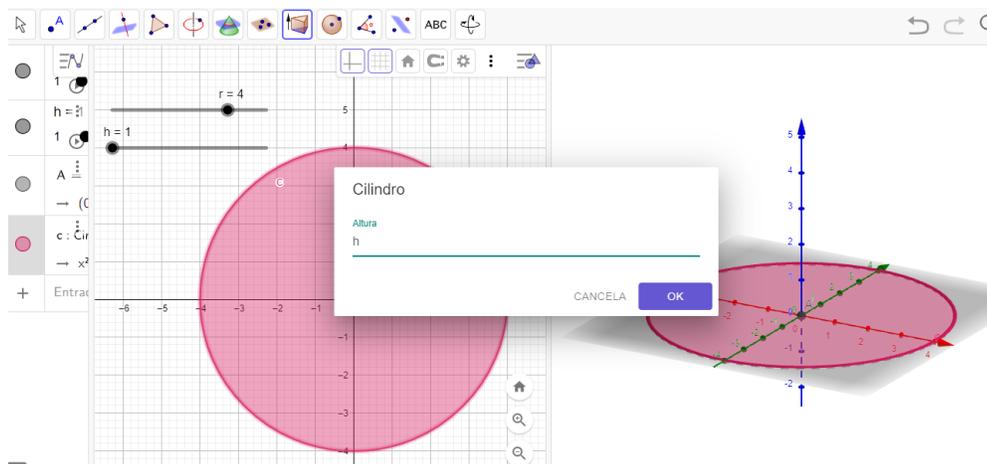


3. Creamos una circunferencia con centro en el origen, para ello vamos al icono N° 6, damos clic en circunferencia centro y radio. Una vez creada la circunferencia, podemos aumentar el radio o disminuirlo.

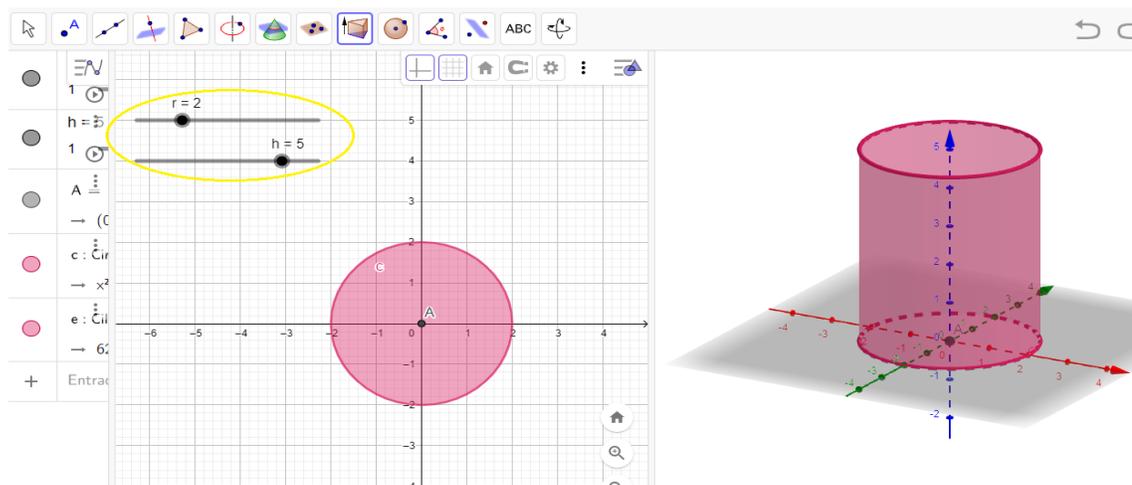


4. Abrimos la vista 3D y seleccionamos en el menú N° 9 para construir poliedros la opción extrusión a prisma y al solicitar la altura, insertamos el deslizador h.





5. Observarás que al mover el deslizador h y r, la altura del cilindro cambia, así como su radio r.



6. Recuerda que podemos explorar el área del cilindro y el volumen de este, apoyados en las representaciones en 2 y 3 dimensiones, seleccionando en el menú N°8 la opción área y la opción N° 11 para el volumen.

ACTIVIDAD DESARROLLAR

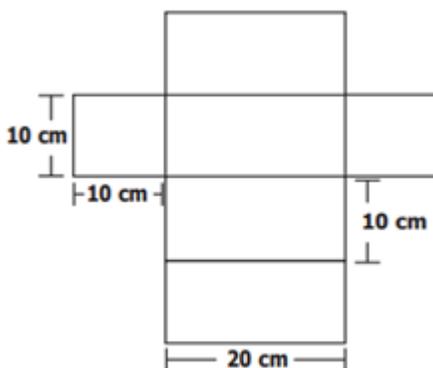
Ahora usa GeoGebra para realizar un cilindro de radio y altura mayor a 3 unidades, dibuja su desarrollo plano, toma foto o captura y envía tu evidencia por WhatsApp.

Luego, responde en tu libreta de proyecto:

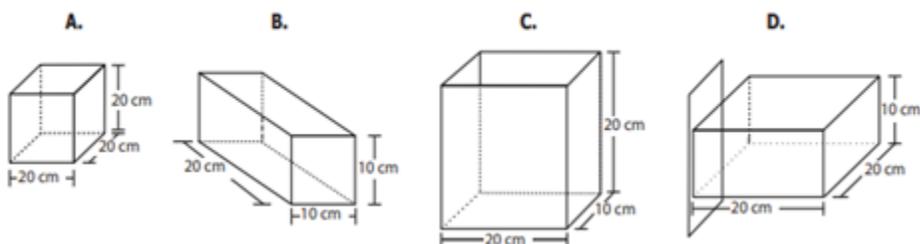
- 1.- Calcula el área y el volumen de tu cilindro realizado en GeoGebra.
- 2.- Construye en cartulina un cilindro de $r = 8$ cm y $h = 10$ cm, dibuja su desarrollo plano y calcula su volumen.
- 3.- Soluciona la situación planteada al inicio de la sesión

Anexo 9. Prueba final**Asignatura: Geometría****Fecha:****Código:** _____ **Grado: Octavo**Docentes: **Nelly Teherán y Tulio Buevas****Selecciona la respuesta correcta y justifica.**

1. Una maquina corta moldes de cartón que se doblan y se pegan para construir cajas, con las medidas que se muestran en el siguiente dibujo.



¿Cuál de las siguientes cajas se arma con el molde del dibujo?



2. ¿Cuáles de las siguientes figuras son pirámides?

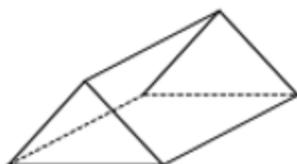


Figura 1.

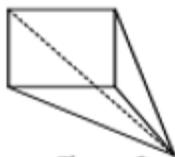


Figura 2.

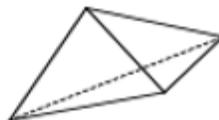


Figura 3.

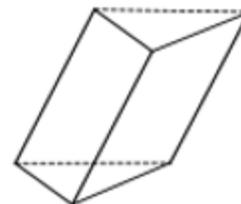
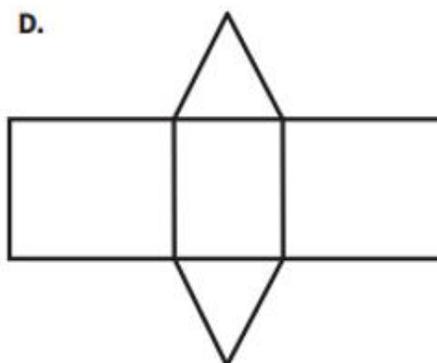
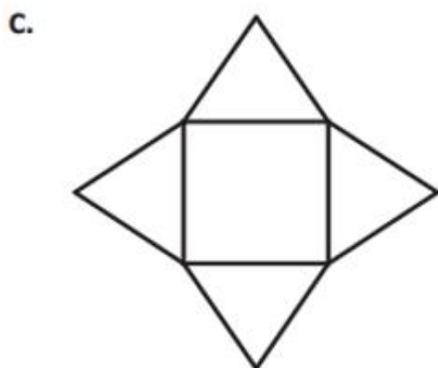
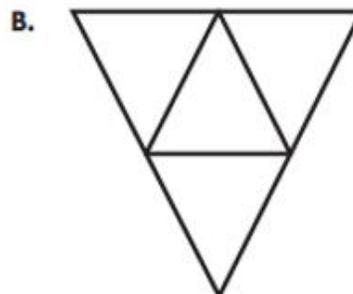
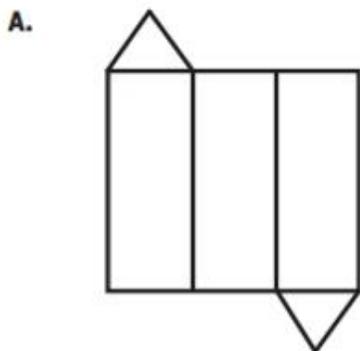


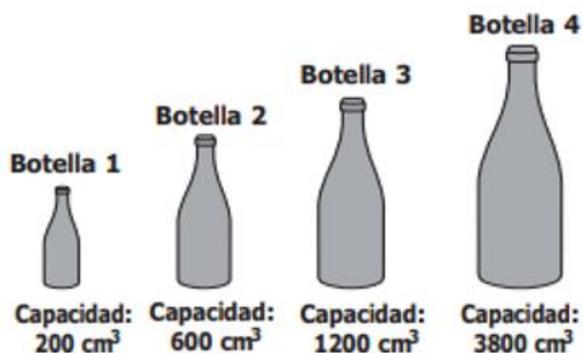
Figura 4.

- A. La figura 1 y la figura 2
- B. La figura 3 y la figura 4
- C. La figura 2 y la figura 3
- D. La figura 1 y la figura 4

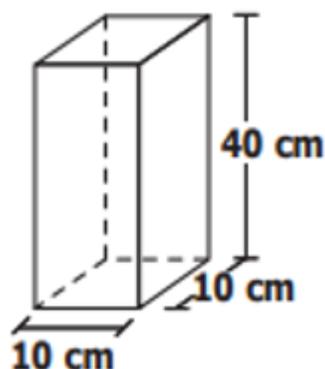
3. ¿Cuál de los siguientes desarrollos planos corresponde a una pirámide de base triangular?



4. Para realizar un experimento, se llenan con un líquido botellas de diferentes capacidades, como las que se muestran a continuación.



Posteriormente, para elaborar una mezcla, se debe pasar el líquido de algunas botellas al recipiente que aparece a continuación



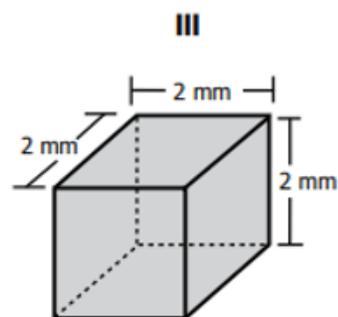
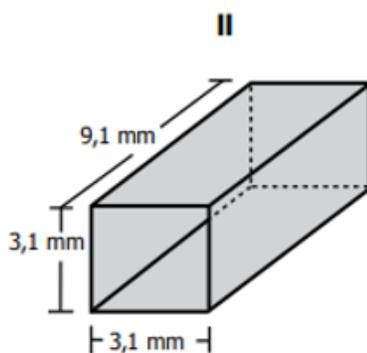
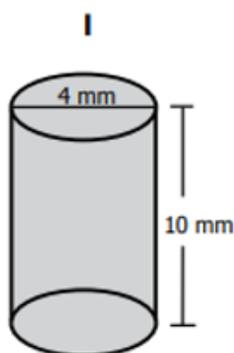
El recipiente se llena exactamente con el líquido de las botellas.

- A. 1 y 2
- B. 2 y 3
- C. 1 y 4
- D. 2 y 4

5. Tres esferas de plata de 3 mm de diámetro, como la que se muestra en la figura, se van a guardar en una caja.

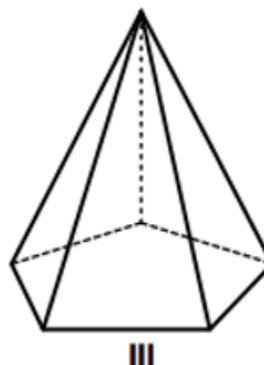
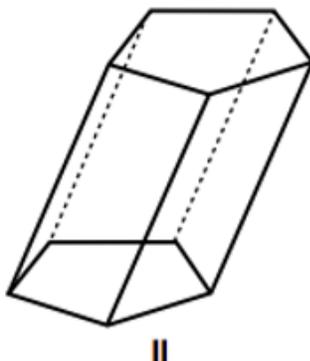
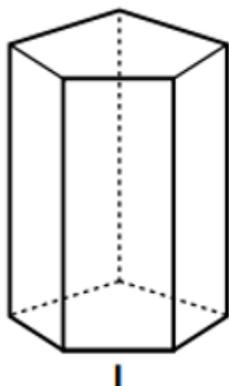


¿En cuál(es) de las siguientes cajas, se pueden guardar las esferas?



- A. En I solamente
- B. En II solamente
- C. En I y III solamente
- D. En I y II solamente

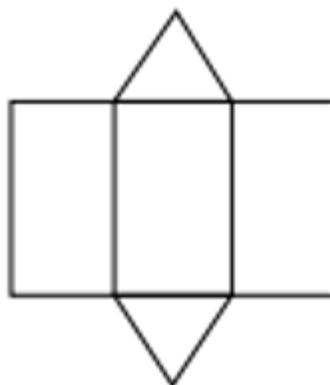
6.- La figura muestra tres sólidos



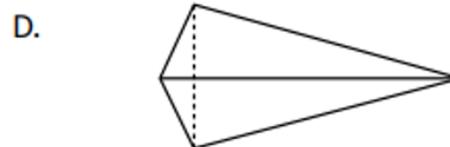
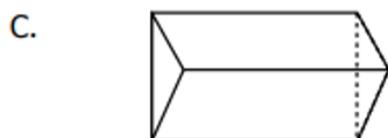
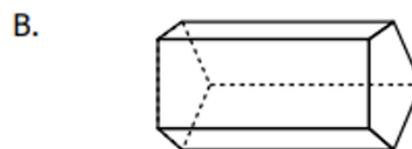
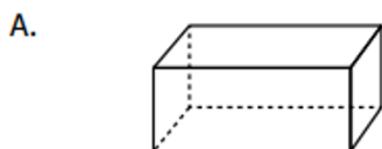
¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca de los sólidos es verdadera?

- A. Todas son pirámides.
- B. Dos de ellos tienen caras perpendiculares a la base.
- C. Todos tienen base pentagonal.
- D. Uno de ellos tiene solamente cinco caras.

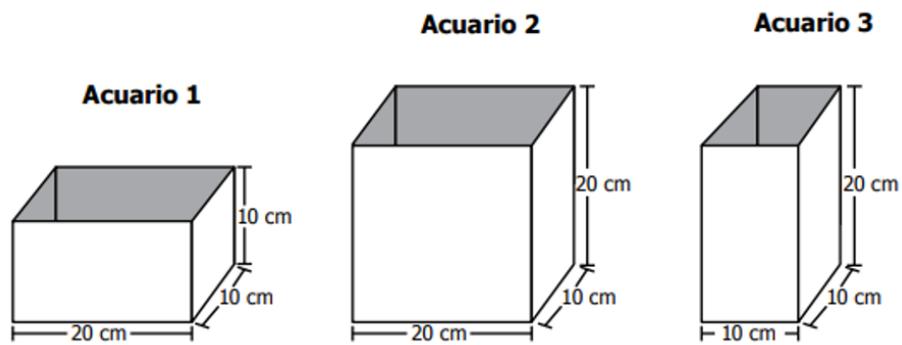
7.- María quiere armar un sólido con el molde de la figura.



¿Cuál de los siguientes sólidos se puede armar con el molde?



8.- En una tienda se venden acuarios con forma y tamaño como los que muestra la figura.



¿Qué tienen en común los tres acuarios?

- A. Una cara de 20 cm x 10 cm
- B. Una cara de 20 cm x 20 cm
- C. Una cara de 10 cm x 10 cm
- D. Caras cuadradas iguales

Anexo 10. Diario de campo

INVESTIGACIÓN SOBRE: Pensamiento Geométrico: Razonamiento Matemático con GeoGebra, Grado Octavo de la Institución Educativa Cristóbal Colón de Morroa (Sucre).		
Diario de campo para desarrollar en la investigación:		
Grupo Observado:	Fecha:	Lugar:
Actividad Observada:	Tarea:	
Se hicieron actividades previas a la observación: Si: _____ No: _____ Explique:	Se hicieron otras actividades a la observación: Si: _____ No: _____ Explique:	Se hizo evaluación: Si: _____ No: _____
Que estrategias se usaron:	Que estrategias evaluativas se realizaron:	
Recursos o instrumentos usados: Computador: _____ Fotocopias: _____ Celulares: _____ Libretas: _____ Formato Google: _____ WhatsApp _____ Zoom: _____ GeoGebra: _____	Reflexiones del Profesor sobre las actividades del proceso:	
Firma del Docente:	Firma del Docente:	

Anexo 11. Imagen de un diario de campo elaborado

INVESTIGACIÓN SOBRE: Pensamiento Geométrico: Razonamiento Matemático con GeoGebra, Grado Octavo de la Institución Educativa Cristóbal Colón de Morroa (Sucre).		
Diario de campo para desarrollar en la investigación:		
Grupo Observado: <i>Muestra 10 Est</i>	Fecha: <i>18-junio/20</i>	Lugar: <i>clase zoom</i>
Actividad Observada: <i>Actividad Desarrollo Sesión N° 4</i>	Tarea: <i>Identificación Características poliedros Regulares</i>	
Se hicieron actividades previas a la observación: Si: <u>X</u> No: _____ Explique: <i>chequeo Conceptos previos</i>	Se hicieron otras actividades a la observación: Si: <u>X</u> No: _____ Explique: <i>Captura Imágenes</i>	Se hizo evaluación: Si: <u>X</u> No: _____
Que estrategias se usaron: <i>• Construcciones guiadas • Preguntas abiertas para identificar características propias de P.I.</i>	Que estrategias evaluativas se realizaron: <i>• Heteroevaluación • formulario Google</i>	
Recursos o instrumentos usados: Computador: <u>X</u> Fotocopias: <u>X</u> Celulares: _____ Libretas: <u>X</u> Formato Google: <u>X</u> WhatsApp <u>X</u> Zoom: <u>X</u> GeoGebra: <u>X</u>	Reflexiones del Profesor sobre las actividades del proceso: <i>• Motivación Geogebra • Exploración ensayo- error autonomía estudiantes • Reflexión concepto de área.</i>	
Firma del Docente: <i>Nelly Feliciano</i>	Firma del Docente: <i>Ismael Ochoa</i>	

Anexo 12. Consentimiento informado

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PADRES DE FAMILIA

Yo, _____ responsable directo del estudiante _____ manifiesto que otorgó de manera voluntaria mi permiso para que participe como sujeto de estudio en el proyecto desarrollado por Tulio Buelvas Colón y Nelly Teherán Villa, docentes de la Institución Educativa Cristóbal Colón de Morroa titulado: **Pensamiento geométrico: Razonamiento matemático con GeoGebra, grado octavo de la Institución Educativa Cristóbal Colón de Morroa (sucre), que tiene por objetivo fortalecer la competencia de razonamiento matemático en los estudiantes de octavo, cuando se enfrentan a la resolución de problemas.**

El desarrollo de la investigación se llevará a cabo mediante 6 sesiones de aprendizaje desarrolladas mediante la estrategia “trabajo en casa”.

A partir de este consentimiento se deja por entendido lo siguiente:

- No habrá ninguna consecuencia desfavorable para el estudiante a partir de la investigación por el contrario el estudiante tendrá la oportunidad de participar en actividades dinámica e interactiva que favorezcan su razonamiento matemático.
- Para proteger la privacidad del estudiante se utilizará un código para evitar mencionar su nombre en trabajos y demás actividades a realizar para el proyecto. Las imágenes, videos y demás datos recolectados mediante el desarrollo de la investigación serán utilizados para propósitos investigativos.
- La participación en el proyecto no genera gastos, ni está sujeta a remuneración alguna por la colaboración en el estudio.
- Retiro voluntario de participar en el estudio, si lo considera conveniente a sus intereses en cualquier momento de la investigación, sin que esta decisión repercuta en la atención que recibe en la institución. Aunque se requiere informarlo a los investigadores.
- Puede solicitar información en el transcurso del estudio a los docentes investigadores, Tulio Buelvas celular 3022483495 y Nelly Teherán Villa celular 3013076927.

C.C.

Nombre completo:

Lugar y fecha:

Anexo 13. Consentimiento informado.

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PADRES DE FAMILIA

Yo, Martha Virginia Rumbauti Donado responsable directo del estudiante Jonathan Escobar Pizarro manifiesto que otorgó de manera voluntaria mi permiso para que participe como sujeto de estudio en el proyecto desarrollado por Tulio Buelvas Colón y Nelly Teherán Villa, docentes de la Institución Educativa Cristóbal Colón de Morroa titulado: **Pensamiento geométrico: Razonamiento matemático con GeoGebra, grado octavo de la Institución Educativa Cristóbal Colón de Morroa (sucre), que tiene por objetivo fortalecer la competencia de razonamiento matemático en los estudiantes de octavo, cuando se enfrentan a la resolución de problemas.**

El desarrollo de la investigación se llevará a cabo mediante 6 sesiones de aprendizaje, desarrolladas mediante la estrategia "trabajo en casa".

A partir de este consentimiento se deja por entendido lo siguiente:

- No habrá ninguna consecuencia desfavorable para el estudiante a partir de la investigación por el contrario el estudiante tendrá la oportunidad de participar en actividades dinámica e interactiva que favorezcan su razonamiento matemático.
- Para proteger la privacidad del estudiante se utilizará un código para evitar mencionar su nombre en trabajos y demás actividades a realizar para el proyecto. Las imágenes, videos y demás datos recolectados mediante el desarrollo de la investigación serán utilizados para propósitos investigativos.
- La participación en el proyecto no genera gastos, ni está sujeta a remuneración alguna por la colaboración en el estudio.
- Retiro voluntario de participar en el estudio, si lo considera conveniente a sus intereses en cualquier momento de la investigación, sin que esta decisión repercuta en la atención que recibe en la institución. Aunque se requiere informarlo a los investigadores.
- Puede solicitar información en el transcurso del estudio a los docentes investigadores, Tulio Buelvas celular 3022483495 y Nelly Teherán Villa celular 3013076927.

Martha Rumbauti
 CC. 1102097-235
 Nombre completo: Martha Virginia Rumbauti Donado
 Lugar y fecha: Yumbo 10 de junio de 2021

Anexo 14. Solicitud aval de experto.**DOCUMENTO DE VALIDACIÓN DE EXPERTOS DE SECUENCIA****DIDACTICA****Apreciado(a): Magister Edgar Madrid Cuello****Magister Yarelis Osma Sierra****Un cordial saludo:**

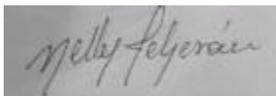
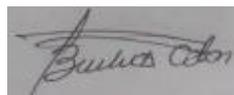
En mi condición de estudiante de la maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación, Universidad de Cartagena. En la actualidad me encuentro desarrollando la tesis de maestría titulada: **“Pensamiento Geométrico: Razonamiento Matemático con GeoGebra, Grado Octavo de la Institución Educativa Cristóbal Colón de Morroa (Sucre),”** bajo la dirección de la Dra. Dorys J. Morales.

Me dirijo a usted en su calidad como experto en la formación de investigación sobre el docente que enseña matemáticas. En la actualidad, estoy desarrollando el proceso de validación de los instrumentos de mi investigación, y dada su experiencia en ese campo, por favor, le solicito su colaboración para que actúe como Juez en el análisis de la validez de éstos.

Los instrumentos para el cuál solicito su análisis, corresponde a la secuencia didáctica: Explorando poliedros con GeoGebra, la cual consta de seis sesiones de aprendizaje, donde encontrara talleres, actividades y evaluaciones.

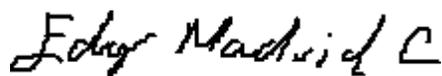
Todas sus observaciones y recomendaciones permitirán mejorar este instrumento. Al término de la valoración, podrá enviar el protocolo para la valoración del contenido al correo electrónico armandobuevas032@gmail.com o a nellydelsteheran@gmail.com

Gracias por su tiempo y colaboración.


Nelly Teherán Villa**CC# 64585641**

Tulio Buevas Colon**CC# 92153377**

Anexo 15. Valoración de expertos**VALORACIÓN DEL EXPERTO****Nombre: Edgar Madrid Cuello****Cargo: Docente de Matemáticas****Pregrado: Licenciatura en matemáticas****Magister: Estadística aplicadas**

Comentario: Después que los estudiantes hicieron los ajustes pertinentes, a la secuencia didáctica: Explorando poliedros con GeoGebra, valido los documentos presentados.

Firma:

92532650

Fecha: 3 Junio 2021

VALORACIÓN DEL EXPERTO

Nombre: Yarelis Osma Sierra

Cargo: Docente de Matemáticas

Pregrado: Licenciatura en matemáticas

Especialista: Administración de la informática educativa

Magister: Gestión de la tecnología educativa

Comentario: Después que los estudiantes hicieron los ajustes pertinentes, a la secuencia didáctica: Explorando poliedros con GeoGebra, valido los documentos presentados.

Firma:

Yarelis Osma Sierra

C.C# 64869963